

2025 学年第一学期七年级数学期中质量检测

时间：90 分钟；满分 100 分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列各式属于单项式的是（ ）

A. $x^2 + 2x + 1$

B. $-\frac{1}{x}$

C. $\frac{a+b}{2}$

D. $2x^2y$

【答案】D

【解析】

【分析】单项式是指由数字与字母的乘积组成的代数式，或单独的数字或字母，根据单项式的定义逐项判断即可；本题主要考查了单项式的定义，熟练掌握单项式的定义是解题的关键。

【详解】解：A、 $x^2 + 2x + 1$ 含有加法运算，是多项式，不符合题意；

B、 $-\frac{1}{x}$ 分母含有字母，不是单项式，不符合题意；

C、 $\frac{a+b}{2}$ 分子含有加法运算，不是单项式，不符合题意；

D、 $2x^2y$ 是数字与字母的乘积，符合单项式定义；

故选：D.

2. 整式 $-a^2 + 3ab^3 - 2b + 4$ 的次数是（ ）

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式的次数，掌握多项式的次数为所有项中次数最高项的次数是解题的关键。先分别确定每一项的次数，然后确定次数的最大值即可。

【详解】解：∵ 项 $-a^2$ 的次数为 2，项 $3ab^3$ 的次数为 $1+3=4$ ，项 $-2b$ 的次数为 1，项 4 的次数为 0，

∴ 整式的最高次数为 4.

故选：A.

3. 下列运算正确的是（ ）

A. $(2x)^2 = 2x^2$

B. $(xy^2)^2 = x^3y^4$

C. $(-x^2)^3 = -x^6$

D. $(-x^3)^2 = -x^6$

【答案】C

【解析】

【分析】根据积的乘方 $(ab)^n = a^n b^n$ ，幂的乘方 $(a^m)^n = a^{mn}$ 且负数的奇数次幂为负，偶数次幂为正逐项计算判断即可；本题主要考查了指数运算规则，包括积的乘方、幂的乘方以及负数的乘方运算，熟练掌握相应的运算法则是解题的关键。

【详解】解：选项 A： $(2x)^2 = 2^2 \cdot x^2 = 4x^2 \neq 2x^2$ ，故错误；

选项 B： $(xy^2)^2 = x^2 \cdot (y^2)^2 = x^2 y^4 \neq x^3 y^4$ ，故错误；

选项 C： $(-x^2)^3 = (-1)^3 \cdot (x^2)^3 = -1 \cdot x^6 = -x^6$ ，故正确；

选项 D： $(-x^3)^2 = (-1)^2 \cdot (x^3)^2 = 1 \cdot x^6 = x^6 \neq -x^6$ ，故错误；

故选：C.

4. 下列等式中，从左到右变形属于因式分解的是（ ）

A. $4a + 2 = 2(2a + 1)$

B. $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$

C. $a^2 + 2ab + b^2 + 1 = (a + b)^2 + 1$

D. $(a + 1)(a - 2) = a^2 - a - 2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查因式分解的判断，根据因式分解的定义，将一个多项式分解成几个整式的积的形式，叫做把这个多项式进行因式分解，据此进行判断即可。

【详解】解：A、仅提系数，不属于因式分解，不符合题意；

B、是因式分解，符合题意；

C、等式右边不是整式的积的形式，不属于因式分解，不符合题意；

D、是整式的乘法，不符合题意；

故选：B

5. 对于整式 $xy^2 - 2x^3y - 4$ 表述正确的是（ ）

A. 该整式已按字母 x 升幂排列

B. 该整式已按字母 y 降幂排列

C. 该整式的常数项是 4

D. 该整式最高次项的系数是 1

【答案】B

【解析】

【分析】根据几个单项式的和叫做多项式，每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项。多项式中次数最高的项的次数叫做多项式的次数，逐项分析判断即可。

本题主要考查了多项式的相关概念，熟练掌握多项式的次数、项和项数是解题的关键.

【详解】解：整式为 $xy^2 - 2x^3y - 4$,

选项 A：按字母 x 升幂排列需 x 指数从小到大，但各项 x 指数依次为 1、3、0，非升幂排列，故 A 错误；

选项 B：按字母 y 降幂排列需 y 指数从大到小，各项 y 指数依次为 2、1、0，是降幂排列，故 B 正确；

选项 C：常数项为不含字母的项，即 -4 ，非 4，故 C 错误；

选项 D：最高次项为 $-2x^3y$ ，次数为 4，系数为 -2 ，非 1，故 D 错误；

故选：B.

6. 如果整式 A 和整式 B 满足：整式 $A+B$ 的次数是 5 次，那么整式 $A \cdot B$ 的次数不可能是 ()

A. 12

B. 11

C. 10

D. 9

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了整式的概念，整式的运算，设整式 A 的次数为 m 和整式 B 的次数为 n ，由整式 $A+B$ 的次数是 5 次，然后分 ① $m \leq 5$ ， $n \leq 5$ ，② $m = n > 5$ ，且最高次项抵消，两种情况分析即可，掌握知识点的运用是解题的关键.

【详解】解：设整式 A 的次数为 m 和整式 B 的次数为 n ，

$\because$ 整式 $A+B$ 的次数是 5 次，

$\therefore$ ① $m \leq 5$ ， $n \leq 5$ ，

则 $m+n \leq 10$ ，

$\therefore$ 整式 $A \cdot B$ 的次数可能是 10 次或 9 次，

② $m = n > 5$ ，且最高次项抵消，则 $m+n = 2m \geq 12$ (偶数)，

$\therefore$ 整式 $A \cdot B$ 的次数不可能是 11，

综上所述：整式 $A \cdot B$ 的次数不可能是 11，

故选：B.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分)

7. 单项式 $-\frac{4x^2y}{3}$ 的系数是_____.

【答案】 $-\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】根据单项式系数的定义：单项式中的数字因数叫单项式的系数，即可解答.

【详解】解：单项式 $-\frac{4x^2y}{3}$ 的系数是 $-\frac{4}{3}$ ，

故答案为： $-\frac{4}{3}$.

【点睛】此题考查的是单项式的系数，掌握单项式系数的定义是解决此题的关键.

8. 计算 $x^2 \cdot x^3 =$ _____.

【答案】 x^5

【解析】

【分析】本题考查同底数幂的乘法运算，熟记同底数幂的乘法运算是解决问题的关键.

直接应用同底数幂的乘法运算法则：底数不变，指数相加，计算即可得到答案.

【详解】解： $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ，

故答案为： x^5 .

9. 计算： $(y-x)^2 \cdot (x-y)^5 =$ _____ (结果用幂的形式表示)

【答案】

$$(x-y)^7$$

【解析】

【分析】先将 $(y-x)^2$ 转化为 $(x-y)^2$ ，再利用同底数幂的乘法法则计算即可；本题主要考查了同底数幂的乘法法则，熟练掌握同底数幂相乘，底数不变，指数相加是解题的关键.

【详解】解： $(y-x)^2 \cdot (x-y)^5 = (x-y)^2 \cdot (x-y)^5$
 $= (x-y)^{2+5}$
 $= (x-y)^7$.

故答案为： $(x-y)^7$.

10. 计算： $(3x^2y - 2xy^2) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) =$ _____.

【答案】 $-6x + 4y$

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式除以单项式，熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

根据多项式除以单项式的法则进行计算即可.

【详解】解：原式 $= 3x^2y \div \left(-\frac{1}{2}xy\right) - 2xy^2 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$
 $= -6x + 4y$.

故答案为： $-6x + 4y$.

11. 计算： $2026 \times 2024 - 2025^2 =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式的应用，熟记平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 是解决问题的关键.

将 2026×2024 转化为 $(2025+1) \times (2025-1)$ ，再利用平方差公式计算即可求解.

【详解】解： $2026 \times 2024 - 2025^2$
 $= (2025+1) \times (2025-1) - 2025^2$
 $= 2025^2 - 1 - 2025^2$
 $= (2025^2 - 2025^2) - 1$
 $= -1,$

故答案为： -1 .

12. 已知 $-ab^{m-1}$ 与 $\frac{a^{n+2}b}{2}$ 是同类项，则 $m+n =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义，根据同类项的定义，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，列出方程求解.

【详解】解： $\because -ab^{m-1}$ 与 $\frac{a^{n+2}b}{2}$ 是同类项，
 $\therefore a$ 的指数相等，即 $1 = n+2$ ，解得 $n = -1$ ，
 $\therefore b$ 的指数相等，即 $m-1 = 1$ ，解得 $m = 2$ ，
 $\therefore m+n = 2 + (-1) = 1$.

故答案为：1.

13. 已知 $2^a = x$ ， $2^b = y$ ，那么 $2^{2a+3b} =$ _____（用含 x 和 y 的式子表示）

【答案】

$$x^2y^3$$

【解析】

【分析】利用指数运算法则，同底数幂相乘，底数不变，指数相加，将 2^{2a+3b} 分解为 $2^{2a} \times 2^{3b}$ ；幂的乘方，底数不变，指数相乘，则由 $2^a = x$ 和 $2^b = y$ 得 $2^{2a} = (2^a)^2 = x^2$ ， $2^{3b} = (2^b)^3 = y^3$ ，代入原式即可求解；本题主要考查了同底数幂的乘法，幂的乘方的逆用，熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

【详解】解：∵ $2^a = x$ ， $2^b = y$ ，

$$\therefore 2^{2a+3b} = 2^{2a} \times 2^{3b}$$

$$= (2^a)^2 \times (2^b)^3$$

$$= x^2y^3.$$

故答案为： x^2y^3 .

14. 已知关于 x 和 y 的整式 $(2-m)x - xy^{|m|-1} + 5$ 是一个二次三项式，则 $m =$ __.

【答案】 -2

【解析】

【分析】本题考查多项式定义，熟记多项式定义是解决问题的关键.

根据二次三项式的定义，整式需包含三项且最高次项的次数为 2，从而列出式子求解即可得到答案.

【详解】解：∵ 关于 x 和 y 的整式 $(2-m)x - xy^{|m|-1} + 5$ 是一个二次三项式，

$$\therefore 2-m \neq 0, \text{ 且 } 1+(|m|-1)=2,$$

解得 $m = \pm 2$ ，且 $m \neq 2$ ，

$$\therefore m = -2,$$

故答案为： -2.

15. 关于 x 的整式 $x^2 + nx + \frac{1}{4}$ 是一个完全平方式，则 $n =$ _____.

【答案】 1或-1

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式，熟记完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 是解决问题的关键.

根据完全平方式，该二次三项式应可写为 $\left(x \pm \frac{1}{2}\right)^2$ 的形式，通过比较系数即可确定 n 的值.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的整式 $x^2 + nx + \frac{1}{4}$ 是一个完全平方式，

$$\therefore x^2 + nx + \frac{1}{4} = \left(x \pm \frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\text{则 } x^2 + nx + \frac{1}{4} = x^2 \pm x + \frac{1}{4},$$

$$\therefore n = \pm 1,$$

故答案为：1 或 -1.

16 因式分解： $6ab^2 - 4a^2b =$ _____.

【答案】 $2ab(3b - 2a)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解，灵活运用提取公因式法进行因式分解是解题的关键.

直接提取公因式 $2ab$ 即可解答.

【详解】 解： 原式 $6ab^2 - 4a^2b$ 中，系数最大公因数为 2，变量部分公因式为 a 和 b ，则公因式为 $2ab$.

$$\therefore 6ab^2 - 4a^2b = 2ab(3b - 2a).$$

故答案为 $2ab(3b - 2a)$.

17. 因式分解： $x^2 - 6x + 9 =$ _____.

【答案】 $(x - 3)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，叫做因式分解. 因式分解常用的方法有：①提公因式法；②公式法；③十字相乘法；④分组分解法. 因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止.

直接根据完全平方公式分解因式即可.

【详解】 解： $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$,

故答案为: $(x-3)^2$.

18. 关于 x 的整式 ax 与 $3x+b$ ($b \neq 0$) 的乘积中所有项的系数恰巧都是 1, 则 $a+b=$ _____.

【答案】

$$\frac{10}{3}$$

【解析】

【分析】根据整式乘法法则, 计算乘积后, 令所有项的系数为 1, 建立方程求解即可; 本题主要考查了单项式乘以多项式, 熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

【详解】解: $(ax)(3x+b)=3ax^2+abx$,

由条件得 $3a=1, ab=1$,

解得 $a=\frac{1}{3}, b=3$,

则 $a+b=\frac{1}{3}+3=\frac{10}{3}$;

故答案为: $\frac{10}{3}$.

19. 定义一种新运算: 当 $a^n=b$ 时, 定义 $\langle a, b \rangle = n$. 例如: $3^2=9$, 则 $\langle 3, 9 \rangle = 2$. 若 $\langle 2, m+1 \rangle = 5$,

$\langle 16, 2m \rangle = n$, 则 $\langle 2, \underline{\hspace{2cm}} \rangle = 4n$.

【答案】62

【解析】

【分析】根据新运算的定义, 由 $\langle 2, m+1 \rangle = 5$ 可得 $2^5 = m+1$, 求出 m 的值; 再代入 $\langle 16, 2m \rangle = n$, 利用幂的运算得到 $2^{4n} = 2m$, 从而求出空白处的值. 本题主要考查了新定义的运算、同底数幂乘法运算等知识, 熟练掌握相关运算法则是解题关键.

【详解】解: 由 $\langle 2, m+1 \rangle = 5$, 根据定义得 $2^5 = m+1$,

即 $32 = m+1$,

解得 $m=31$.

由 $\langle 16, 2m \rangle = n$, 根据定义得 $16^n = 2m$,

代入 $m=31$ 得 $16^n = 62$,

由于 $16=2^4$, 所以 $16^n = (2^4)^n = 2^{4n} = 62$,

根据定义得 $\langle 2, 62 \rangle = 4n$,

故答案为: 62.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

20. 计算: $(-2x^3)^2 + 2(x^2)^4 \div (-x)^2$

【答案】

$$6x^6$$

【解析】

【分析】幂的乘方运算法则: 底数不变, 指数相乘; 同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减; 直接运用幂的运算公式分别化简后合并同类项即可; 本题主要考查了同底数幂的除法和幂的乘方, 熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

【详解】解: 原式 $= 4x^6 + 2x^8 \div x^2$

$$= 4x^6 + 2x^6$$

$$= 6x^6.$$

21. 计算: $(-xy^2)^2 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}xy - 2y\right)$.

【答案】 $x^4y^4 + \frac{1}{2}x^3y^5 - 2x^2y^5$

【解析】

【分析】本题考查整式混合运算, 涉及积的乘方运算、单项式乘以多项式运算, 熟记整式乘法运算是解决问题的关键.

先计算积的乘方运算, 再由单项式乘以多项式运算展开即可得到答案.

【详解】解: $(-xy^2)^2 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}xy - 2y\right)$

$$= x^2y^4 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}xy - 2y\right)$$

$$= x^4y^4 + \frac{1}{2}x^3y^5 - 2x^2y^5.$$

22. 计算: $(x+2)(x-3) - 2(x+1)(x-1)$

【答案】

$$-x^2 - x - 4$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式乘多项式、平方差公式、合并同类项，熟练掌握相应的运算法则是解题的关键.

先按照多项式乘多项式运算法则和平方差公式展开，再合并同类项即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： 原式} &= x^2 - 3x + 2x - 6 - 2(x^2 - 1) \\ &= x^2 - x - 6 - 2x^2 + 2 \\ &= -x^2 - x - 4. \end{aligned}$$

23. 因式分解： $-4x^2 + 4xy - y^2$

【答案】 $-(2x - y)^2$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法，是解题的关键，先提取负号，再利用完全平方公式进行因式分解即可.

【详解】 解： 原式 $= -(4x^2 - 4xy + y^2) = -(2x - y)^2$.

24. 因式分解： $4b - a^2b$

【答案】

$$b(2 + a)(2 - a)$$

【解析】

【分析】 先提公因式 b ，然后根据平方差公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 分解因式 $4 - a^2$ 即可；本题主要考查了提公因式法和平方差公式分解因式，熟练掌握相应的法则是解题的关键.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： } 4b - a^2b &= b(4 - a^2) \\ &= b(2 + a)(2 - a). \end{aligned}$$

25. 因式分解： $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$.

【答案】 $(x - 1)^2(x + 1)^2$

【解析】

【分析】 本题考查公式法因式分解，熟练掌握平方差公式、完全平方公式是解决问题的关键.

先由平方差公式因式分解，再由完全平方和与完全平方公式因式分解即可得到答案.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & (x^2+1)^2-4x^2 \\ &= (x^2+1)^2-(2x)^2 \\ &= (x^2-2x+1)(x^2+2x+1) \\ &= (x-1)^2(x+1)^2. \end{aligned}$$

四、解答题 (本大题共 4 题, 25 题 6 分, 26 题 7 分, 27 题 7 分, 28 题 8 分, 共 28 分)

26. 已知 $(x+1)^2 + \left| y - \frac{1}{2} \right| = 0$, 求关于 x 和 y 的式子 $(-x^2y^{n+2} + 3x^3y^n) \div 3xy^n + 1$ 的值, (n 为正整数).

【答案】 $\frac{25}{12}$

【解析】

【分析】 本题考查整式运算中的化简求值, 非负性, 根据非负性求出 x, y 的值, 根据多项式除以单项式的法则, 进行计算, 化简后, 代值计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \because (x+1)^2 + \left| y - \frac{1}{2} \right| = 0, \\ \therefore & x+1=0, y-\frac{1}{2}=0, \\ \therefore & x=-1, y=\frac{1}{2}, \\ \therefore & (-x^2y^{n+2} + 3x^3y^n) \div 3xy^n + 1 \\ &= -\frac{1}{3}xy^2 + x^2 + 1 \\ &= -\frac{1}{3} \times (-1) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2 + 1 \\ &= \frac{1}{12} + 1 + 1 \\ &= \frac{25}{12}. \end{aligned}$$

27. 如图 1 的瓶子中盛满水, 如果将这个瓶子中的水全部倒入图 2 的杯子中, 那么你知道一共需要多少个这

样的杯子吗？（图中各几何体为圆柱体，同时不考虑容器的壁厚．圆柱体体积公式： $V_{\text{圆柱}} = S_{\text{底}} \times h$ ；圆面积公式： $S_{\text{圆}} = \pi \cdot r^2$ ）．

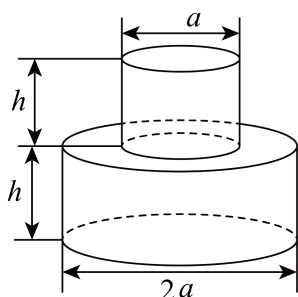


图1 瓶子

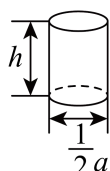


图2 杯子

【答案】 20

【解析】

【分析】 本题考查圆柱体体积计算，根据立体图形，结合圆柱体积公式准确计算是解决问题的关键．先计算瓶子体积，再计算杯子体积，再由瓶子体积除以杯子体积求解即可得到答案．

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：瓶子的体积为：} & \pi \times a^2 \times h + \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times h \\ &= \pi h a^2 + \frac{\pi}{4} h a^2 \\ &= \frac{5\pi}{4} h a^2; \end{aligned}$$

$$\text{杯子的体积为：} \pi \times \left(\frac{\frac{a}{2}}{2}\right)^2 \times h = \frac{\pi}{16} h a^2;$$

$$\therefore \text{一共需要杯子：} \frac{5\pi}{4} h a^2 \div \frac{\pi}{16} h a^2 = \frac{5\pi}{4} \times \frac{16}{\pi} = 20 \text{ (个);}$$

答：一共需要 20 个这样的杯子．

28. 已知关于 x 的整式 $x^2 + x + m$ （其中 m 为常数项）可以写成两个因式的积，其中一个因式是 $2x + 5$ ，求另外一个因式．

【答案】 $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 由于整式可以写成两个因式的积，且其中一个因式已知，可设另一个因式为 $\frac{1}{2}x + a$ ，通过比较系数求解即可．本题主要考查了因式分解的定义和多项式乘多项式，熟练掌握以上知识是解题的关键．

【详解】解：设另一个因式为 $\frac{1}{2}x + a$ ，

$$\text{则 } x^2 + x + m = (2x + 5)\left(\frac{1}{2}x + a\right) = x^2 + \left(2a + \frac{5}{2}\right)x + 5a,$$

$$\text{比较系数得 } 2a + \frac{5}{2} = 1, \quad 5a = m,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{4}, \quad m = -\frac{15}{4},$$

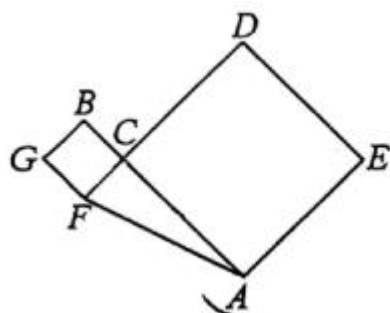
$$\therefore \text{另一个因式为 } \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}.$$

29. 我国著名数学家华罗庚曾经说过：“数缺形时少直觉，形缺数时难入微”，数形结合是数学研究的重要手段.

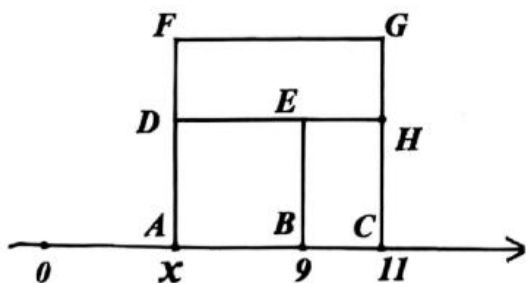
问题一：

$$\text{当 } a + b = 4, \quad a^2 + b^2 = 9, \quad \text{则 } ab = \underline{\hspace{2cm}}.$$

问题二：如图所示，已知正方形 $ACDE$ 和正方形 $CFGB$ ，连接 AF ，得直角三角形 ACF ，如果两个正方形的面积和为 7， $AC + CF$ 的长为 4，则三角形 ACF 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



问题三：如图所示，数轴上有 A ， B ， C 三点，分别对应数字 x ，9，11. 分别以 AB ， AC 为边构造正方形 $ABED$ 和正方形 $ACGF$ ，延长 DE 交 GC 于点 H ，若两正方形面积和为 13，求长方形 $ADHC$ 的面积. (写出必要解题过程)



【答案】问题一： $\frac{7}{2}$ ，问题二： $\frac{9}{4}$ ，问题三： $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式与图形面积，完全平方公式变形应用，列代数式，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

问题一： 结合 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， 以及 $a+b=4$ ， $a^2 + b^2 = 9$ ， 则 $4^2 = 9 + 2ab$ ， 再解出 $ab = \frac{7}{2}$ ， 即可作答.

问题二： 理解题意， 设正方形 $ACDE$ 的边长 $AC = a$ ， 正方形 $CFGB$ 的边长 $CF = b$ ， 故 $a^2 + b^2 = 7$ ， 又因为 $AC + CF$ 的长为 4， 得 $a + b = 4$ ， 根据面积公式列式得 $\frac{1}{2} \times CA \times CF = \frac{1}{2}ab$ ， 与 (1) 同理， 故 $4^2 = 7 + 2ab$ ， 进行求解， 即可作答.

问题三： 先得出 $AD = AB = 9 - x$ ， $BC = 11 - 9 = 2$ ， $AC = 11 - x$ ， 结合题意得

$AB^2 + AC^2 = (9 - x)^2 + (11 - x)^2 = 13$ ， 长方形 $ADHC$ 的面积 $= AC \times AD = (11 - x) \times (9 - x)$ ， 令 $11 - x = a$ ， $9 - x = b$ ， 则 $a^2 + b^2 = 13$ ， 长方形 $ADHC$ 的面积 $= ab$ ， $a - b = 2$ ， 把数值代入

$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ ， 得 $2^2 = 13 - 2ab$ ， 解得 $ab = \frac{9}{2}$ ， 即可作答.

【详解】 解： 问题一：

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\therefore a+b=4, \quad a^2+b^2=9,$$

$$\therefore 4^2 = 9 + 2ab$$

$$\therefore 2ab = 7$$

$$\text{则 } ab = \frac{7}{2};$$

问题二： 设正方形 $ACDE$ 的边长 $AC = a$ ， 正方形 $CFGB$ 的边长 $CF = b$ ，

$\therefore$ 正方形 $ACDE$ 和正方形 $CFGB$ ， 连接 AF ， 得直角三角形 ACF ， 如果两个正方形的面积和为 7，

$$\therefore a^2 + b^2 = 7,$$

$\therefore AC + CF$ 的长为 4，

$$\therefore a + b = 4,$$

结合图形， 得直角三角形 ACF 的面积为 $\frac{1}{2} \times CA \times CF = \frac{1}{2}ab$ ，

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\because a+b=4, \quad a^2+b^2=7,$$

$$\therefore 4^2 = 7 + 2ab,$$

$$\therefore 16 = 7 + 2ab,$$

$$\therefore 2ab = 16 - 7 = 9,$$

$$\therefore ab = \frac{9}{2},$$

$$\text{即直角三角形 } ACF \text{ 的面积为 } \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{4};$$

问题三: $\because$ 数轴上有 A, B, C 三点, 分别对应数字 $x, 9, 11$.

$$\therefore AD = AB = 9 - x, BC = 11 - 9 = 2, AC = 11 - x,$$

$\because$ 分别以 AB, AC 为边构造正方形 $ABED$ 和正方形 $ACGF$, 延长 DE 交 GC 于点 H ,

$$\therefore \text{正方形 } ABED \text{ 的面积为 } AB^2 = (9-x)^2, \text{ 正方形 } ACGF \text{ 的面积为 } AC^2 = (11-x)^2,$$

$\because$ 两正方形面积和为 13,

$$\therefore AB^2 + AC^2 = (9-x)^2 + (11-x)^2 = 13,$$

依题意, 长方形 $ADHC$ 的面积 $= AC \times AD = AC \times AB = (11-x) \times (9-x)$,

$$\text{令 } 11-x=a, 9-x=b,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 13, \text{ 长方形 } ADHC \text{ 的面积} = (11-x) \times (9-x) = ab, \quad a-b = 11-x - (9-x) = 2,$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 - 2ab,$$

$$\therefore 2^2 = 13 - 2ab,$$

$$\therefore 4 = 13 - 2ab,$$

$$\therefore 2ab = 13 - 4 = 9,$$

$$\therefore ab = \frac{9}{2},$$

$$\text{即长方形 } ADHC \text{ 的面积} = ab = \frac{9}{2},$$