

2025 学年第一学期期中测试

七年级 数学

(满分 100 分, 完卷时间 90 分钟) 2025. 11

一、单选题 (本大题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

1. 单项式 $\frac{-x^3y}{3}$ 的系数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$

B. 4

C. $\frac{1}{3}$

D. -1

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了单项式的知识, 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数. 根据单项式的系数的概念求解即可.

【详解】 解: 单项式 $\frac{-x^3y}{3}$ 的系数是 $-\frac{1}{3}$,

故选: A.

2. 下列说法正确的是 ()

A. 单项式 $2ab^2$ 与 $-2b^2a$ 是同类项

B. $2x^2 - 3x + 1$ 的一次项系数是 3

C. $-\pi x^3y$ 的系数是 -1, 次数是 3

D. $\frac{1}{2}$ 不是单项式

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式, 多项式, 同类项, 根据同类项、多项式系数、单项式系数和次数以及单项式的定义, 逐一判断各选项的正误.

【详解】 解: 对于选项 A: $\because 2ab^2$ 与 $-2b^2a$ 是同类项, 所以 A 正确, 符合题意;

对于选项 B: $\because$ 多项式 $2x^2 - 3x + 1$ 中, 一次项是 $-3x$, $\therefore$ 其系数是 -3, 不是 3, 所以 B 错误, 不符合题意;

对于选项 C: $\because$ 单项式 $-\pi x^3y$ 的系数是 $-\pi$, 次数是所有字母指数之和 $3+1=4$, $\therefore$ 系数不是 -1, 次数不是 3, 所以 C 错误, 不符合题意;

对于选项 D: $\because$ 单项式是数字或字母的积, 单独的一个数或一个字母也是单项式, $\frac{1}{2}$ 是常数, 属于单项式,

∴D 错误，不符合题意；

故选：A.

3. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

A. $3abc^3 = 3c \cdot abc^2$

B. $x^2 - 1 = x\left(x - \frac{1}{x}\right)$

C. $4t^2 - 9 = (2t + 3)(2t - 3)$

D. $2x^3 - 4x^2 + 4 = 2x(x^2 - 2x + 2)$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解的定义，

根据定义逐项判断即可，因式分解是将多项式化为几个整式的积的形式.

【详解】 解： 因为 $3abc^3$ 是单项式，所以 A 不符合题意；

因为右边 $x - \frac{1}{x}$ 不是整式，所以 B 不符合题意；

因为左边 $4t^2 - 9$ 是多项式，右边 $(2t + 3)(2t - 3)$ 是整式的积，且 $4t^2 - 9 = (2t + 3)(2t - 3)$ 成立，所以 C 符合题意；

因为右边 $2x(x^2 - 2x + 2) = 2x^3 - 4x^2 + 4x \neq 2x^3 - 4x^2 + 4$ ，等式不成立，所以 D 不符合题意.

故选：C.

4. 计算 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{2026}$ 的结果是（ ）

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂乘法及积的乘方的逆运算，将原式进行正确的变形是解题的关键.

利用同底数幂乘法及积的乘方得逆运算法则将原式变形后进行计算即可.

【详解】 解： $\because \left(-\frac{3}{2}\right)^{2026} = \left(-1 \cdot \frac{3}{2}\right)^{2026} = (-1)^{2026} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2026} = 1 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2026} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2026}$,

$\therefore \text{原式} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2026} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2025} \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^{2025} \cdot \frac{3}{2} = 1^{2025} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$,

故选：C.

5. 下列运算结果正确的是 ()

A. $x^6 \div x^2 = x^3$ B. $x^2 + x^2 = 2x^4$ C. $(-x^2)^5 + (-x^5)^2 = 0$ D. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了幂的乘方、同底数幂相乘（除）和合并同类项，根据计算法则逐项计算，可得答案. 同底数幂相乘（除），底数不变，指数相加（减）；合并同类项，字母和其指数不变，系数相加减；幂的乘方，底数不变，指数相乘.

【详解】解：因为 $x^6 \div x^2 = x^{6-2} = x^4$ ，所以 A 不正确；

因为 $x^2 + x^2 = 2x^2$ ，所以 B 不正确；

因为 $(-x^2)^5 + (-x^5)^2 = -x^{10} + x^{10} = 0$ ，所以 C 正确；

因为 $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ，所以 D 不正确.

故选：C.

6. 下列多项式中不可以用完全平方公式进行因式分解的是 ()

A. $4a^2 + 9b^2 - 12ab$ B. $a^2 - 2ab + b^2$ C. $x^2 - x + \frac{1}{4}$ D. $x^2 + 2x + 4$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方公式因式分解，完全平方公式的形式为 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ，通过检查各选项是否符合此形式即可判断.

【详解】解：选项 A: $\because 4a^2 + 9b^2 - 12ab = (2a)^2 + (3b)^2 - 2 \cdot (2a) \cdot (3b)$ ， $\therefore$ 符合完全平方公式，可分解为 $(2a - 3b)^2$ ；

选项 B: $\because a^2 - 2ab + b^2 = (a)^2 - 2 \cdot a \cdot b + (b)^2$ ， $\therefore$ 符合完全平方公式，可分解为 $(a - b)^2$ ；

选项 C: $\because x^2 - x + \frac{1}{4} = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ， $\therefore$ 符合完全平方公式，可分解为 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ；

选项 D: $\because$ 在多项式 $x^2 + 2x + 4$ 中，首项为 x^2 ，末项为 $4 = 2^2$ ，而其两倍积为 $2 \cdot x \cdot 2 = 4x$ ，不等于中间项 $2x$ ， $\therefore$ 不符合完全平方公式，不可用完全平方公式分解.

故选：D.

7. 已知 $a=2^{55}$, $b=3^{44}$, $c=5^{33}$, 那么 a , b , c 从小到大的顺序是 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $c < b < a$

令 $a = \frac{3}{4}$, $b = -1$,

则

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4} - 1\right)^4 &= \left(\frac{3}{4}\right)^4 + 4\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times (-1) + 6\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-1)^2 + 4\left(\frac{3}{4}\right) \times (-1)^3 + 1^4 \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)^4 - 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 + 6 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 4 \times \left(\frac{3}{4}\right) + 1 \\ \therefore \left(\frac{3}{4}\right)^4 - 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 + 6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 4 \times \frac{3}{4} + 1 &= \left(\frac{3}{4} - 1\right)^4 = \left(-\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}. \end{aligned}$$

故选: A.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 2 分, 共 24 分)

9. 将整式 $2x^3y - 3y^2 + xy - 5x^2$ 按 x 升幂排列_____.

【答案】

$$-3y^2 + xy - 5x^2 + 2x^3y$$

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式的升幂排列, 按 x 的升幂排列, 即根据 x 的指数从小到大排列各项, 并保持各项原有符号.

【详解】解: 将多项式 $2x^3y - 3y^2 + xy - 5x^2$, 按 x 的指数升序排列, 得 $-3y^2 + xy - 5x^2 + 2x^3y$.

故答案为: $-3y^2 + xy - 5x^2 + 2x^3y$.

10. 若 $-2x^{m+2}y^4$ 与 $3x^4y^n$ 是同类项, 则 n^m 的值为_____.

【答案】 16

【解析】

【分析】本题考查了同类项的定义: 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的项叫同类项. 根据同类项的定义, 相同字母的指数必须相等, 列出方程求解.

【详解】解: $\because -2x^{m+2}y^4$ 与 $3x^4y^n$ 是同类项,

$$\therefore m + 2 = 4 \text{ 且 } 4 = n.$$

解得 $m = 2$, $n = 4$.

$$\therefore n^m = 4^2 = 16.$$

故答案为：16.

11. 若关于 x 的整式 $(m+4)x^{|m|} + x^2$ 是关于 x 的四次二项式，则 $m =$ _____.

【答案】

4

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的项和次数，

根据四次二项式的定义，多项式的次数为 4，且项数为 2，解答即可.

【详解】 解： $\because$ 多项式 $(m+4)x^{|m|} + x^2$ 是关于 x 的四次二项式，

$\therefore |m| = 4$ ，且 $m+4 \neq 0$ ，

解得 $m = \pm 4$ ， $m \neq -4$ ，

$\therefore m = 4$.

故答案为：4.

12. 已知 $a - 3b = 1$ 则 $2 - 2a + 6b =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题主要考查代数式求值，将所求代数式变形，利用已知条件代入计算即可.

【详解】 解： $\because a - 3b = 1$ ，

$\therefore 2 - 2a + 6b = 2 - 2(a - 3b) = 2 - 2 \times 1 = 2 - 2 = 0$ ，

故答案为：0.

13. 已知一个长方形公园的面积为 $2a^2 - 8b^2$ ($a > 2b > 0$)，若长方形公园的长为 $2a + 4b$ ，则宽为_____.

【答案】

$a - 2b$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解的应用，

根据长方形面积公式，宽等于面积除以长，将给定表达式通过因式分解和约分进行化简.

【详解】 解：长方形的面积为 $2a^2 - 8b^2 = 2(a^2 - 4b^2) = 2(a - 2b)(a + 2b) = (a - 2b)(2a + 4b)$ ，

因为长方形的长为 $2a + 4b$ ，

所以宽为： $a - 2b$.

故答案为: $a - 2b$.

14. 若 $2^m = 3$, $2^n = 5$, 则 $2^{m+2n} =$ _____.

【答案】 75

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂相乘的逆运算, 幂的乘方的逆运算, 正确掌握相关性质内容是解题的关键. 先整理 $2^{m+2n} = 2^m \cdot 2^{2n} = 2^m \cdot (2^n)^2$, 再把 $2^m = 3$, $2^n = 5$ 分别代入计算, 即可作答.

【详解】 解: $\because 2^m = 3$, $2^n = 5$,

$$\therefore 2^{m+2n} = 2^m \cdot 2^{2n} = 2^m \cdot (2^n)^2 = 3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75,$$

故答案为: 75

15. 请写出一个整式, 使其同时满足以下三个条件: ①只含有字母 a ; ②不含常数项; ③是一个三次二项式. 那么该整式可以是_____.

【答案】 $a^3 + a$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的项和次数的概念, 根据题意写出一个只含有字母 a , 且 a 的最高次为 3, 且不含常数项的二项多项式即可.

【详解】 解: 由题意得, 满足题意的整式可以为 $a^3 + a$,

故答案为: $a^3 + a$ (答案不唯一).

16. 若 k 为任意整数, 则 $(2k+3)^2 - 4k^2$ 的值总能被_____整除.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用, 利用平方差公式进行因式分解, 得到乘积的形式, 然后找到能被整除的数或式即可得答案. 正确因式分解, 熟练掌握平方差公式是解题关键.

【详解】 解: $(2k+3)^2 - 4k^2$

$$= (2k+3+2k)(2k+3-2k)$$

$$= 3(4k+3).$$

$\therefore (2k+3)^2 - 4k^2$ 的值总能被 3 整除.

故答案为: 3.

17. 若关于 x 的整式 $2x^2 - 3x + k - kx^2 + 4kx - 4$ 不含一次项，则该式的常数项为_____.

【答案】 $-\frac{13}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查多项式的相关概念，熟练掌握合并同类项的法则是解题的关键.

根据题意可得 $4k - 3 = 0$ ，求出 k 的值，进而可求出常数项.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的整式 $2x^2 - 3x + k - kx^2 + 4kx - 4 = (2 - k)x^2 + (4k - 3)x + k - 4$ 不含一次项，

$$\therefore 4k - 3 = 0$$

$$\therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{该式的常数项为 } k - 4 = \frac{3}{4} - 4 = -\frac{13}{4}$$

故答案为： $-\frac{13}{4}$.

18. 若关于 x 的整式 $4x^2 + 3mx + 9$ 经过因式分解可以写成某个整式的完全平方，则 $m =$ _____.

【答案】 ± 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式的应用，

根据完全平方式的结构特征，将多项式与 $(ax + b)^2$ 的形式进行系数比较，求解 m 的值.

【详解】 解： 完全平方式为 $(2x \pm 3)^2 = 4x^2 \pm 2 \times 3 \times 2x + 9$ ，与给定多项式 $4x^2 + 3mx + 9$ 比较系数，得：

$$\pm 12 = 3m,$$

解得 $m = \pm 4$.

故答案为： ± 4 .

19. 已知多项式 $x^2 - x + m$ 因式分解后有一个因式为 $x + 2$ ，则 m 的值为_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用，设多项式 $x^2 - x + m$ 的一个因式为 $x + p$ ，则 $x^2 - x + m = (x + 2)(x + p)$ ，再根据多项式乘多项式法则展开合并，即可作答.

【详解】 解： 设多项式 $x^2 - x + m$ 的一个因式为 $x + p$ ，

$\therefore$ 多项式 $x^2 - x + m$ 因式分解后有一个因式为 $x + 2$ ，

$$\therefore x^2 - x + m = (x+2)(x+p) = x^2 + xp + 2x + 2p = x^2 + (p+2)x + 2p$$

$$\text{则 } p+2 = -1$$

$$\therefore p = -3$$

$$\text{则 } m = 2p = 2 \times (-3) = -6$$

故答案为：-6.

20. 定义：如果一个正整数能表示为两个正整数 m ， n 的平方差，且 $m-n=2$ ，则称这个正整数为“智慧优数”。例如，当 $m=3$ ， $n=1$ 时， $8=3^2-1^2$ ，8 是一个“智慧优数”，若将“智慧优数”从小到大排列，第 2025 个智慧优数是_____.

【答案】8104

【解析】

【分析】本题主要考查了分解因式及其应用，根据定义，智慧优数可表示为 $4(n+1)$ ，其中 n 为正整数，第 2025 个智慧优数为 $4 \times (2025+1) = 8104$.

【详解】解： $\because m-n=2$,

$$\therefore m = n+2,$$

$$\therefore m^2 - n^2 = (n+2)^2 - n^2 = 4n+4 = 4(n+1),$$

即智慧优数为 $4(n+1)$ ， $n \geq 1$,

所以，第 2025 个智慧优数为 $4 \times (2025+1) = 4 \times 2026 = 8104$.

故答案为：8104.

三、解答题（本大题共 6 题，满分 52 分）

21. 计算：

$$(1) \quad 4xy^2 \cdot 2xy^4 + (-2xy^3)^2$$

$$(2) \quad (a+6)(a-2) - a(a+3)$$

$$(3) \quad 201^2 + 201 \times 198 + 99^2$$

【答案】(1)

$$12x^2y^6$$

(2)

$$a-12$$

(3)

$$90000$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的混合运算，

对于 (1)，先计算整式的乘除，再计算整式的加减；

对于 (2)，先计算整式的乘除，再算加减；

对于 (3)，根据完全平方公式计算.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = 8x^2y^6 + 4x^2y^6$$

$$= 12x^2y^6;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 原式} = a^2 - 2a + 6a - 12 - a^2 - 3a$$

$$= a - 12;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: 原式} = 201^2 + 2 \times 201 \times 99 + 99^2$$

$$= (201 + 99)^2$$

$$= 300^2$$

$$= 90000.$$

22. 分解因式:

$$(1) \quad x^2 - x - 6$$

$$(2) \quad a^3 - 9a$$

$$(3) \quad x^2 + 6xy + 9y^2 - 1$$

【答案】 (1)

$$(x-3)(x+2)$$

(2)

$$a(a+3)(a-3)$$

(3)

$$(x+3y+1)(x+3y-1)$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解，

对于 (1)，先分组，再根据提公因式法因式分解；

对于 (2)，先提公因式，再根据平方差公式分解；

对于 (3)，先根据完全平方公式分解，再根据平方差公式分解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = x^2 + 2x - 3x - 6$$

$$= x(x+2) - 3(x+2)$$

$$= (x+2)(x-3);$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 原式} = a(a^2 - 9)$$

$$= a(a+3)(a-3);$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } = (x+3y)^2 - 1$$

$$= (x+3y+1)(x+3y-1).$$

$$23. \text{ 先化简, 再求值: } \left(\frac{1}{2}x+y\right)\left(\frac{1}{2}x-y\right) - (2x-y)(x+2y) + (x-3y)^2, \text{ 其中 } x = -\frac{2}{3}, y = -1.$$

$$\text{【答案】 } -\frac{3}{4}x^2 - 9xy + 10y^2, \frac{11}{3}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的化简求值，先根据乘法公式和多项式乘以多项式的计算法则去括号，然后合并同类项化简，最后代值计算即可得到答案.

$$\text{【详解】 解: } \left(\frac{1}{2}x+y\right)\left(\frac{1}{2}x-y\right) - (2x-y)(x+2y) + (x-3y)^2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4}x^2 - y^2 - (2x^2 + 4xy - xy - 2y^2) + x^2 - 6xy + 9y^2 \\
&= \frac{1}{4}x^2 - y^2 - 2x^2 - 3xy + 2y^2 + x^2 - 6xy + 9y^2 \\
&= -\frac{3}{4}x^2 - 9xy + 10y^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{当 } x = -\frac{2}{3}, y = -1 \text{ 时, 原式} = -\frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-1) + 10 \times (-1)^2 \\
&= -\frac{1}{3} - 6 + 10 \\
&= \frac{11}{3}.
\end{aligned}$$

24. 某超市在国庆期间对顾客实行优惠政策, 规定如下:

一次性购物	金额低于 200 元	金额低于 500 元但不 低于 200 元	金额大于或等于 500 元
优惠方法	不予优惠	九折优惠	其中金额 500 元部分 给予九折优惠, 超过 500 元部分给予八折 优惠

(1) 若一名顾客在该超市一次性购物的总金额和为 x 元, 当 x 低于 500 但不低于 200 时, 他实际付款_____元; 当 x 大于或等于 500 时, 他实际付款_____元. (用含 x 的式子表示)

(2) 若一名顾客一次性购物的金额合计 2000 元, 他实际付款多少元?

【答案】 (1) $0.9x$; $(0.8x + 50)$

(2) 1650

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式, 整式加减的实际应用, 代数式求值, 理解题意, 正确列出代数式是解答的关键.

(1) 当 x 低于 500 但不低于 200 时, 根据九折优惠计算即可; 当 x 大于或等于 500 时, 根据其中 500 元部分给予九折优惠, 超过 500 元部分给予八折优惠计算即可;

(2) 根据 (1) 中代数式, 将 $x = 2000$ 代入对应代数式中求值即可.

【小问 1 详解】

解：当 x 低于 500 但不低于 200 时，获得九折优惠，他实际付款为 $0.9x$ 元；

当 x 大于或等于 500 时，其中金额 500 元部分给予九折优惠，超过 500 元部分给予八折优惠，他实际付款为 $500 \times 0.9 + 0.8(x - 500) = 0.8x + 50$ (元)。

故答案为： $0.9x$ ； $(0.8x + 50)$ 。

【小问 2 详解】

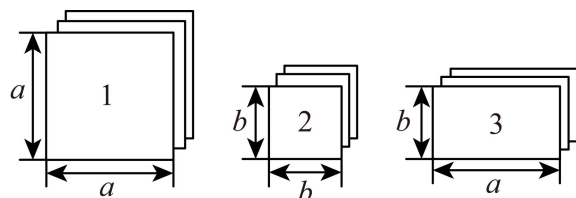
解： $\because 2000 > 500$,

$\therefore$ 当 $x = 2000$ 时,

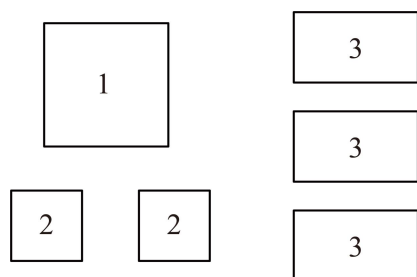
$$0.8x + 50 = 0.8 \times 2000 + 50 = 1600 + 50 = 1650,$$

$\therefore$ 他实际付款 1650 元。

25. 有足够多的长方形和正方形卡片，如下图：



(1) 如果选取 1 号、2 号、3 号卡片分别为 1 张、2 张、3 张，可拼成一个长方形（不重叠无缝隙），请画出这个长方形的草图，并运用拼图前面积之间的关系，写出这个长方形表示的等量关系。



(2) 小明想用类似方法解释整式乘法 $(a + 3b)(2a + b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$ ，那么需用 1 号卡片 x 张 2 号卡片 y 张，3 号卡片 z 张，那么 $x + y + z =$ _____。

(3) 如果要拼成一个大正方形，她先取 1 号卡片 1 张，再取 2 号卡片 16 张，则她还需取 3 号卡片 _____ 张。

【答案】 (1) 见解析， $a^2 + 3ab + 2b^2 = (a + b)(a + 2b)$

(2) 12 (3) 8

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘法与几何图形，根据图形面积相等建立等量关系是解题关键。

(1) 画出长方形可知长方形的长为 $(a + 2b)$ ，宽为 $(a + b)$ ，根据拼成的大长方形面积为 $a^2 + 3ab + 2b^2$ 即

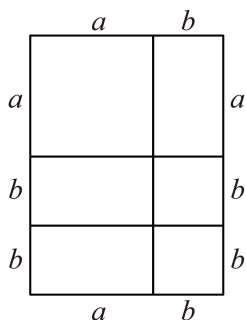
可求解；

(2) 根据 1 号正方形的面积为 a^2 ，2 号正方形的面积为 b^2 ，3 号长方形的面积为 ab 即可求解；

(3) 根据 $(a+4b)^2 = a^2 + 8ab + 16b^2$ 可求解.

【小问 1 详解】

解：如图所示：



由图可知拼成的长方形的长为 $(a+2b)$ ，宽为 $(a+b)$ ，

$\therefore$ 大长方形的面积 $= (a+b)(a+2b)$ ，

$\therefore$ 拼成的大长方形面积为 $a^2 + 3ab + 2b^2$ ，

$\therefore$ 大长方形的代数意义为 $a^2 + 3ab + 2b^2 = (a+b)(a+2b)$ ，

【小问 2 详解】

解：1 号正方形的面积为 a^2 ，2 号正方形的面积为 b^2 ，3 号长方形的面积为 ab ，

故根据 $(a+3b)(2a+b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$ 的结论可知， $x=2$ ， $y=3$ ， $z=7$ ，

所以， $x+y+z = 2+3+7 = 12$ ，

故答案为：12；

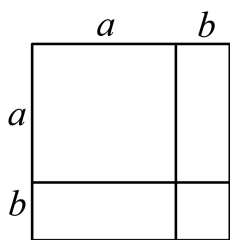
【小问 3 详解】

解： $\because (a+4b)^2 = a^2 + 8ab + 16b^2$ ，

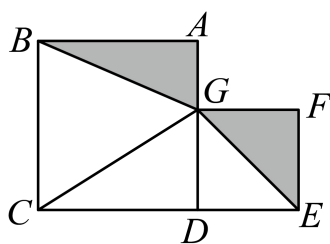
$\therefore$ 需要 3 号卡片 8 张.

故答案为：8.

26. “数缺形时少直观，形缺数时难入微. 数形结合百般好，隔裂分家万事休.” 数形结合是解决数学问题的重要思想方法. 通过计算几何图形的面积可以验证一些代数恒等式.



图①



图②

(1) 如图①是一个大正方形被分割成了边长分别为 a 和 b 的两个正方形，长宽分别为 a 和 b 的两个长方形，利用这个图形可以验证公式_____.

利用上述公式解决问题：

【直接应用】

(2) 若 $xy = 2$ ， $x + y = 6$ ，则 $x^2 + y^2 =$ _____；

【类比应用】

(3) 若 $(20-x)(x-30) = 10$ ，求 $(20-x)^2 + (x-30)^2$ 的值.

【知识迁移】

(4) 如图②，点 D 在线段 CE 上，四边形 $ABCD$ 、 $DEFG$ 都是正方形，连接 BG 、 CG 、 EG 。若阴影部分的面积和为 10， $\triangle CDG$ 的面积为 3，求 CE 的长度.

【答案】(1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ；(2) 32；(3) 80；(4) $\sqrt{38}$

【解析】

【分析】 本题主要考查完全平方公式的应用，算术平方根等知识，熟练掌握完全平方公式时解题的关键.

(1) 从“整体”与“部分”分别用代数式表示图形的面积，再根据各个部分面积之间的和差关系即可得出答案；

(2) 根据整体代入计算即可；

(3) 利用完全平方公式的变形进行解答即可；

(4) 设正方形 $ABCD$ 的边长为 m ，正方形 $DEFG$ 的边长为 n ，由题意可得 $\frac{1}{2}m(m-n) + \frac{1}{2}n^2 = 10$ ， $\frac{1}{2}mn = 3$ ，进一步求出 $m^2 + n^2 = 26$ ， $mn = 6$ ，根据 $(m+n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn$ 求出 $(m+n)^2$ 的值，最后根据算术平方根的定义求解即可.

【详解】解：(1) 图①从“整体上”看是边长为 $(a+b)$ 的正方形，因此面积为 $(a+b)^2$ ，拼成图①的四个部分的面积和为 $a^2 + b^2 + 2ab$ ，

所以利用这个图形可以验证公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

故答案为: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$(2) \because (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy,$$

当 $xy = 2$, $x + y = 6$ 时,

$$x^2 + y^2 = 6^2 - 2 \times 2 = 36 - 4 = 32.$$

故答案为: 32.

$$(3) \because (20-x) + (x-30) = -10, \quad (20-x)(x-30) = 10,$$

$$\therefore (20-x)^2 + (x-30)^2 = [(20-x) + (x-30)]^2 - 2(20-x)(x-30)$$

$$= (-10)^2 - 2 \times 10$$

$$= 100 - 20$$

$$= 80;$$

(4) 设正方形 $ABCD$ 的边长为 m , 正方形 $DEFG$ 的边长为 n ,

则 $AB = CD = AD = m$, $EF = GF = DG = n$, $AG = m - n$,

$$\therefore \frac{1}{2}m(m-n) + \frac{1}{2}n^2 = 10, \quad \frac{1}{2}mn = 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}mn + \frac{1}{2}n^2 = 10, \quad mn = 6,$$

$$\therefore m^2 - mn + n^2 = 20,$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 20 + mn = 26,$$

$$\therefore (m+n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn = 26 + 2 \times 6 = 38,$$

$$\because m > 0, \quad n > 0,$$

$$\therefore m+n = \sqrt{38}, \quad \text{即 } CE = \sqrt{38}.$$