

进华中学 2025 学年第一学期初一年级数学学科期中考试卷

(试卷完成时间: 90 分钟, 试卷总分: 100 分)

一、单选题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列各式从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $a(a+b) = a^2 + ab$

B. $a^2 + 2a + 1 = a(a+2) + 1$

C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D. $2a^2 - 6ab = 2a(a-3b)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了因式分解, 解题的关键是理解因式分解的定义. 把一个多项式化为几个最简整式的积的形式, 这种变形叫做把这个多项式因式分解, 也叫作分解因式. 据此作答即可.

【详解】解: A. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;
B. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;
C. 等式右边不是乘积形式, 故选项错误, 不合题意;
D. 符合定义, 故选项正确, 符合题意.

故选: D.

2. 下列运算中, 正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$

B. $a^6 \div a^3 = a^3$

C. $(ab)^4 = ab^4$

D. $(a^3)^4 = a^7$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的乘除法、积的乘方和幂的乘方.

根据同底数幂的乘除法、积的乘方和幂的乘方逐一判断各选项即可.

【详解】A. $a^2 \cdot a^4 = a^6$, 原计算错误;
B. $a^6 \div a^3 = a^3$, 原计算正确;
C. $(ab)^4 = a^4b^4$, 原计算错误;
D. $(a^3)^4 = a^{12}$, 原计算错误;

故选: B.

3. 如果 $(-a^m)^n = a^{mn}$ 成立, 则 ()

A. m 是偶数, n 是奇数

B. m 、 n 都是奇数

C. m 是奇数, n 是偶数

D. n 是偶数

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方与符号的性质, 解题关键是根据幂的运算规则分析 $(-a^m)^n$ 的符号与 a^{mn} 的符号关系, 从而确定 n 的奇偶性.

根据指数运算法则, 将左边化简后, 等式成立的条件仅与 n 的奇偶性有关, 需 n 为偶数.

$$\text{【详解】 } \because (-a^m)^n = (-1)^n \cdot (a^m)^n = (-1)^n a^{mn},$$

$$\text{又 } \because (-a^m)^n = a^{mn},$$

$$\therefore (-1)^n a^{mn} = a^{mn}.$$

假设 $a^{mn} \neq 0$, 则两边除以 a^{mn} , 得 $(-1)^n = 1$,

$\therefore n$ 是偶数.

因此, n 是偶数.

故选 D.

4. 计算 $(1-a)(-1-a)$ 的结果是 ()

A. $a^2 - 1$

B. $1 - a^2$

C. $a^2 - 2a + 1$

D. $-a^2 + 2a - 1$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式.

将原式变形后利用平方差公式计算即可.

$$\text{【详解】 解: } (1-a)(-1-a)$$

$$= -(1-a)(1+a)$$

$$= -(1-a^2)$$

$$= a^2 - 1.$$

故选: A.

5. 若多项式 $2(x^2 - xy - 3y) - (3x^2 - axy + y^2)$ 中不含 xy 项, 则 a 的值为 ()

A. 2

B. -2

C. 0

D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据整式的加减运算，进行化简，根据题意，列式求解即可.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: } & 2(x^2 - xy - 3y) - (3x^2 - axy + y^2) \\
 &= 2x^2 - 2xy - 6y - 3x^2 + axy - y^2 \\
 &= -x^2 + (a-2)xy - y^2 - 6y
 \end{aligned}$$

由题意可得: $a-2=0$, 解得 $a=2$,

故选: A

【点睛】此题考查了整式的加减运算, 解题的关键是掌握整式加减运算法则, 理解题意, 正确列出式子.

6. 若 $a = 2024 \times 2025 - 1$, $b = 2024^2 - 2024 \times 2025 + 2025^2$, 则下列结果正确的是 ()A. $a > b$ B. $a = b$ C. $a < b$

D. 无法判断

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查完全平方公式, 有理数的大小比较, 利用完全平方公式将 b 变形后进行判断即可. 将原式进行正确地变形是解题的关键.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: } & \because b = 2024^2 - 2024 \times 2025 + 2025^2 \\
 &= 2024^2 - 2 \times 2024 \times 2025 + 2025^2 + 2024 \times 2025 \\
 &= (2024 - 2025)^2 + 2024 \times 2025 \\
 &= 2024 \times 2025 + 1 > 2024 \times 2025 - 1 = a, \\
 &\therefore a < b.
 \end{aligned}$$

故选: C.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 某公司 3 月份的产值为 a 万元, 如果 4 月份和 5 月份每月的平均增长率为 10%, 那么 5 月份的产值可用 a 的代数式表示为_____.【答案】 $1.21a$

【解析】

【分析】此题考查了列代数式.

根据增长率问题，每月产值是前一个月的 $(1 + \text{增长率})$ 倍。从 3 月到 5 月经历两次增长，因此 5 月份产值为 a 乘以 $(1 + 10\%)$ 的平方。

【详解】解：∵ 3 月份的产值是 a 万元，

∴ 4 月份的产值是 $a(1 + 10\%)$ 万元，

∴ 5 月份的产值是 $a(1 + 10\%)(1 + 10\%)$ 万元 $= a(1 + 10\%)^2 = 1.21a$ 万元。

故答案为： $1.21a$ 。

8. 将 $x - 2x^2y^2 - 3x^3 - 2$ 按字母 x 的降幂排列_____。

【答案】 $-3x^3 - 2x^2y^2 + x - 2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式按某个字母的降幂排列，按字母 x 的降幂排列，即根据各项中 x 的指数从高到低进行排列。

【详解】 解： 多项式 $x - 2x^2y^2 - 3x^3 - 2$ 按 x 的降幂排列为 $-3x^3 - 2x^2y^2 + x - 2$ 。

故答案为： $-3x^3 - 2x^2y^2 + x - 2$ 。

9. 计算： $3(a - 2b) - 2(a - 3b) =$ _____。

【答案】

a

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算，需先运用分配律去括号，再合并同类项。

【详解】 原式 $= 3(a - 2b) - 2(a - 3b)$

$$= 3a - 6b - 2a + 6b$$

$$= (3a - 2a) + (-6b + 6b)$$

$$= a + 0$$

$$= a,$$

故答案为： a 。

10. $-2(3x^2 - 5x + 2) - (\quad) = -10x^2 + 15x - 6$

【答案】 $4x^2 - 5x + 2$ 。

【解析】

【分析】根据减数等于被减数减去差列式化简即可.

【 详 解 】 解 : 括 号 内 的 式 子

$$= -2(3x^2 - 5x + 2) - (-10x^2 + 15x - 6) = -6x^2 + 10x - 4 + 10x^2 - 15x + 6 = 4x^2 - 5x + 2.$$

故答案为 $4x^2 - 5x + 2$.

【点睛】本题考查了整式的加减, 正确列出算式、熟练掌握整式加减运算的法则是解题关键.

11. $4x^2 + mx + 9$ 是一个完全平方式, 那么常数 $m =$ _____.

【答案】 ± 12

【解析】

【分析】本题考查完全平方式, 根据完全平方式的特点进行求解即可.

【详解】解: 由题意, 得: $4x^2 + mx + 9 = (2x)^2 + mx + 3^2$,

$$\therefore m = \pm(2 \times 2 \times 3) = \pm 12;$$

故答案为: ± 12 .

12. 分解因式: $x^2 - y^2 + 4y - 4 =$ _____.

【答案】 $(x + y - 2)(x - y + 2)$

【解析】

【分析】本题考查了因式分解.

观察表达式, 将后三项分组并提取负号, 形成完全平方公式, 再运用平方差公式进行因式分解.

【详解】解: $x^2 - y^2 + 4y - 4$

$$= x^2 - (y^2 - 4y + 4)$$
$$= x^2 - (y - 2)^2$$
$$= (x + y - 2)(x - y + 2).$$

故答案为: $(x + y - 2)(x - y + 2)$.

13. 计算: $(5x^5 - 3x^2) \div (-x^2) =$ _____.

【答案】 $-5x^3 + 3$

【解析】

【详解】原式= $5x^5 \div (-x^2) - 3x^2 \div (-x^2) = -5x^3 + 3$.

14. _____ + $(x - 2) = x + 3$

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查了整式的加减，计算 $x + 3 - (x - 2)$ ，即可求解.

【详解】解： $x + 3 - (x - 2)$

$$= x + 3 - x + 2$$

$$= 5$$

故答案为：5.

15. 计算： $(-2^n)^2 + (2^2)^n =$ _____.

【答案】 2^{2n+1}

【解析】

【分析】本题考查了幂的乘方. 利用幂的乘方法则将式子进行化简即可.

【详解】解： $(-2^n)^2 + (2^2)^n = 2^{2n} + 2^{2n} = 2 \times 2^{2n} = 2^{2n+1}$.

故答案为： 2^{2n+1} .

16. 两名同学将一个二次三项式因式分解，一名同学因看错了一次项系数而分解成 $2(x - 1)(x - 9)$ ；另一名同学因看错了常数项而分解成 $2(x - 2)(x - 4)$ ，请你将原多项式因式分解正确的结果写出来：

_____.

【答案】 $2(x - 3)^2$

【解析】

【分析】根据多项式的乘法将 $2(x - 1)(x - 9)$ 展开得到二次项、常数项；将 $2(x - 2)(x - 4)$ 展开得到二次项、一次项. 从而得到原多项式，再对该多项式提取公因式 2 后利用完全平方公式分解因式.

【详解】 $\because 2(x - 1)(x - 9) = 2x^2 - 20x + 18$,

$$2(x - 2)(x - 4) = 2x^2 - 12x + 16,$$

$$\therefore \text{原多项式为 } 2x^2 - 12x + 18,$$

$$2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x - 3)^2.$$

故答案为 $2(x - 3)^2$

【点睛】根据错误解法得到原多项式是解答本题的关键. 二次三项式分解因式，看错了一次项系数，但二

次项、常数项正确；看错了常数项，但二次项、一次项正确.

17. 若整数 a, b, c 满足 $\left(\frac{50}{27}\right)^a \cdot \left(\frac{18}{25}\right)^b \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^c = 8$, 则 $abc =$ _____.

【答案】 108

【解析】

【分析】 本题考查了幂的运算（积的乘方、同底数幂的乘法与除法），解题关键是将各项底数分解，根据幂的运算法则将等式转化为关于 a, b, c 的方程组，求解后计算

将方程左边各分数分解为质数的幂的形式，利用幂的运算法则化简，通过比较指数建立方程组，解出整数 a, b, c 的值，再计算 abc .

$$\text{【详解】} \because \left(\frac{50}{27}\right)^a = \frac{2^a \cdot 5^{2a}}{3^{3a}}, \quad \left(\frac{18}{25}\right)^b = \frac{2^b \cdot 3^{2b}}{5^{2b}}, \quad \left(\frac{9}{8}\right)^c = \frac{3^{2c}}{2^{3c}},$$

$$\text{又} \because \left(\frac{50}{27}\right)^a \cdot \left(\frac{18}{25}\right)^b \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^c = 8,$$

$$\therefore \frac{2^a \cdot 5^{2a}}{3^{3a}} \cdot \frac{2^b \cdot 3^{2b}}{5^{2b}} \cdot \frac{3^{2c}}{2^{3c}} = 2^{a+b-3c} \cdot 3^{2b+2c-3a} \cdot 5^{2a-2b} = 8 = 2^3,$$

$$\therefore \begin{cases} a+b-3c=3 \\ 2b+2c-3a=0, \\ 2a-2b=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=6 \\ b=6, \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore abc = 6 \times 6 \times 3 = 108.$$

故答案为108.

18. 规定 m, n 两数之间的一种运算，记作 (m, n) ，如果 $m^a = n$ ，那么 $(m, n) = a$. 则

$$\left[1 - \frac{1}{(2, 4)^2}\right] \times \left[1 - \frac{1}{(2, 8)^2}\right] \times \left[1 - \frac{1}{(2, 16)^2}\right] \times \cdots \times \left[1 - \frac{1}{(2, 1024)^2}\right] = \text{_____}.$$

【答案】 $\frac{11}{20}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的乘方、含乘方的有理数的混合运算，理解题意，准确进行计算是解题的关键.

先利用定义将 $(2,4)$, $(2,8)$, $(2,16) \cdots (2,1024)$ 化简, 再根据有理数的混合运算进行计算即可得到答案.

【详解】解: $\because 2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $\cdots$, $2^{10} = 1024$,

$\therefore (2,4) = 2$, $(2,8) = 3$, $(2,16) = 4$, $\cdots$, $(2,1024) = 10$,

$$\begin{aligned} & \therefore \left[1 - \frac{1}{(2,4)^2}\right] \times \left[1 - \frac{1}{(2,8)^2}\right] \times \left[1 - \frac{1}{(2,16)^2}\right] \times \cdots \times \left[1 - \frac{1}{(2,1024)^2}\right] \\ &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 + \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{11}{20}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{11}{20}$.

三、简答题 (每小题 5 分, 共 30 分)

19. 计算:

(1) $(a+b-c)(a-b+c) - (b-c)^2$.

(2) $\frac{25}{27}a^2b \cdot \left(-\frac{3}{5}ab^2\right)^3 + (-2ab^2)^3 \cdot a^2b$.

(3) $(a+2b)^2 \cdot (a^2 - 4ab + 4b^2)$.

【答案】(1) $a^2 - 2b^2 + 4bc - 2c^2$

(2) $-\frac{41}{5}a^5b^7$

(3) $a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 解题的关键是熟练掌握运算法则.

(1) 利用整式的混合运算法则计算;

(2) 利用整式的混合运算法则计算;

(3) 利用整式的混合运算法则计算.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (a+b-c)(a-b+c)-(b-c)^2 \\ & = [a+(b-c)][a-(b-c)]-(b-c)^2 \\ & = a^2-(b-c)^2-(b-c)^2 \\ & = a^2-2(b^2-2bc+c^2) \\ & = a^2-2b^2+4bc-2c^2; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{25}{27}a^2b \cdot \left(-\frac{3}{5}ab^2\right)^3 + (-2ab^2)^3 \cdot a^2b \\ & = \frac{25}{27}a^2b \cdot \left(-\frac{27}{125}a^3b^6\right) - 8a^3b^6 \cdot a^2b \\ & = -\frac{1}{5}a^5b^7 - 8a^5b^7 \\ & = -\frac{41}{5}a^5b^7; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (a+2b)^2 \cdot (a^2-4ab+4b^2) \\ & = (a^2+4ab+4b^2) \cdot (a^2-4ab+4b^2) \\ & = [(a^2+4b^2)+4ab] \cdot [(a^2+4b^2)-4ab] \\ & = (a^2+4b^2)^2 - (4ab)^2 \\ & = a^4+8a^2b^2+16b^4-16a^2b^2 \\ & = a^4-8a^2b^2+16b^4 \end{aligned}$$

20. 因式分解:

$$(1) (3m-1)^2 - (2m-3)^2.$$

$$(2) (x-3)(3x^2-2)+10(3-x).$$

$$(3) (x^2-x)^2 - 18(x^2-x) + 72.$$

【答案】(1) $(5m-4)(m+2)$

$$(2) 3(x-3)(x+2)(x-2)$$

$$(3) (x-3)(x+2)(x-4)(x+3)$$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解.

(1) 根据平方差公式分解因式即可;

(2) 先连续提取公因式, 再根据平方差公式分解即可;

(3) 现根据完全平方公式将原式化为 $(x^2-x-9)^2-3^2$, 再根据平方差公式分解即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (3m-1)^2 - (2m-3)^2 \\ &= (3m-1+2m-3)(3m-1-2m+3) \\ &= (5m-4)(m+2); \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (x-3)(3x^2-2)+10(3-x) \\ &= (x-3)(3x^2-2)-10(x-3) \\ &= (x-3)(3x^2-2-10) \\ &= (x-3)(3x^2-12) \\ &= 3(x-3)(x^2-4) \\ &= 3(x-3)(x+2)(x-2); \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (x^2-x)^2 - 18(x^2-x) + 72 \\ &= (x^2-x)^2 - 18(x^2-x) + 81 - 9 \\ &= (x^2-x-9)^2 - 9 \\ &= (x^2-x-9)^2 - 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (x^2 - x - 9 + 3)(x^2 - x - 9 - 3) \\
&= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12) \\
&= (x - 3)(x + 2)(x - 4)(x + 3).
\end{aligned}$$

四、解答题 (每小题 6 分, 共 24 分)

21. 已知 $A = -x^2 - 1$, $A - B = -x^3 + 2x^2 - 5$, 求 B 的值

【答案】 $x^3 - 3x^2 + 4$

【解析】

【分析】 由题干可知, $B = A - (-x^3 + 2x^2 - 5)$, 代入 A 进行去括号, 合并同类项即可.

【详解】 因为 $A - B = -x^3 + 2x^2 - 5$, 所以有

$$\begin{aligned}
B &= A - (-x^3 + 2x^2 - 5) \\
&= -x^2 - 1 + x^3 - 2x^2 + 5 \\
&= x^3 - 3x^2 + 4
\end{aligned}$$

故答案为 $x^3 - 3x^2 + 4$

【点睛】 本题考查了多项式的加减混合运算, 注意的是去括号时, 括号前面是负号, 则括号里面要变号; 再就是同类项是指, 字母相同, 字母的指数也相同的单项式, 合并同类项时, 只把系数相加减.

22. $(a+b)^2 = 8$, $(a-b)^2 = 10$, 求 ab , $a^2 + b^2$ 的值.

【答案】 $ab = -\frac{1}{2}$, $a^2 + b^2 = 9$.

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式变形求值.

根据 $(a+b)^2 = 8$, $(a-b)^2 = 10$ 得到 $a^2 + 2ab + b^2 = 8$, $a^2 - 2ab + b^2 = 10$, 进而计算即可.

【详解】 $\because (a+b)^2 = 8$, $(a-b)^2 = 10$,

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = 8, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 10,$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 8 - 10, \quad a^2 + 2ab + b^2 + (a^2 - 2ab + b^2) = 8 + 10,$$

$$\therefore 4ab = -2, \quad 2(a^2 + b^2) = 18,$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{2}, \quad a^2 + b^2 = 9.$$

23. 如果 $a-b=-2$, $b-c=5$, 计算: $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 的值.

【答案】 19

【解析】

【分析】 此题考查了完全平方公式, 掌握完全平方公式的变形以及整体代换的思想是解题的关键, 先根据完全平方公式把原式变形为 $\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$, 再整体代入求值即可.

【详解】 解: $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$$= \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)$$
$$= \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2],$$

$\because a-b=-2, b-c=5,$

$\therefore a-c=a-b+b-c=3,$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{2} \times [(-2)^2+5^2+3^2] = 19.$$

24. 已知 $3^x=2$, $3^y=1$, 求 $9^{2x+y}+27^{x+y}$ 的值.

【答案】 24

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方与积的乘方、同底数幂的乘法, 解题关键是将所求式子转化为以 3 为底的幂的形式, 再利用已知条件代入计算.

先将 9^{2x+y} 和 27^{x+y} 转化为以 3 为底的幂, 即 $3^{4x+2y}, 3^{3x+3y}$ 再根据幂的乘方性质变形为 $3^{4x} \cdot 3^{2y}, 3^{3x} \cdot 3^{3y}$; 最后代入 $3^x=2, 3^y=1$ 计算, 求和得到结果.

【详解】 $\because 3^x=2, 3^y=1$

$$\therefore 9^{2x+y}+27^{x+y}$$
$$= (3^2)^{2x+y} + (3^3)^{x+y},$$
$$= 3^{4x+2y} + 3^{3x+3y},$$
$$= 3^{4x} \cdot 3^{2y} + 3^{3x} \cdot 3^{3y},$$
$$= (3^x)^4 \cdot (3^y)^2 + (3^x)^3 \cdot (3^y)^3,$$
$$= 2^4 \times 1^2 + 2^3 \times 1^3,$$

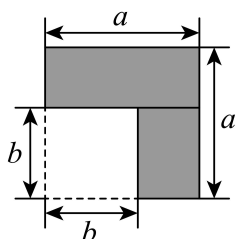
$$= 16 + 8,$$

$$= 24.$$

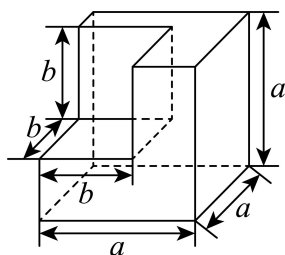
五、综合应用题 (10 分)

25. 请完成以下题目:

(1) 如图, 在边长为 a 的正方形纸片上剪去一个边长为 b ($b < a$) 的小正方形, 通过不同的方法计算图中阴影部分的面积. 方法①_____; 方法②_____由此可以验证的乘法公式是_____.



(2) 类似地, 在棱长为 a 的正方体上割去一个棱长为 b ($b < a$) 的小正方体 (如图), 通过不同的方法计算图中余下几何体的体积. 方法①_____; 方法②_____. 由此可以得某个多项式因式分解的等式是_____, 并用所学过的知识说明这个等式成立.



(3) 结合并使用 (2) 得到的等式分解因式: $8x^3 + y^3$.

【答案】 (1) $a^2 - b^2$; $a(a-b) + b(a-b)$; $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

(2) $a^3 - b^3$; $a^2(a-b) + ab(a-b) + b^2(a-b)$; $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$, 证明见解析;

(3) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式的几何背景, 弄清楚图中阴影部分面积的求法是解题的关键.

(1) 阴影部分的面积可以直接求, 也可以间接求, 由此验证平方差公式即可;

(2) 阴影部分的面积可以直接求, 也可以间接求, 由此验证平方差公式即可;

(3) 可将 $8x^3 + y^3$ 看作 $(2x)^3 - (-y)^3$, 进而根据 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 计算即可.

【小问 1 详解】

解：方法①： $a^2 - b^2$

方法②： $a(a-b) + b(a-b)$

可以验证的乘法公式为： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

证明：右边 $= a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2 =$ 左边

$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

故答案为： $a^2 - b^2$; $a(a-b) + b(a-b)$; $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

【小问 2 详解】

解：方法①： $a^3 - b^3$

方法②： $a^2(a-b) + ab(a-b) + b^2(a-b)$

可以验证的乘法公式为： $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

证明：右边 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$

$= a^3 - b^3 =$ 左边

$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$;

故答案为： $a^3 - b^3$; $a^2(a-b) + ab(a-b) + b^2(a-b)$; $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$;

【小问 3 详解】

解： $8x^3 + y^3$

$= (2x)^3 - (-y)^3$

$= [2x - (-y)][(2x)^2 + (2x) \cdot (-y) + (-y)^2]$

$= (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$.