

2024 学年第一学期七年级数学学科期末自适应练习

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

1. 单项式 $\frac{2a^3bc^2}{7}$ 的次数是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了单项式次数的定义. 根据单项式次数的定义来求解. 单项式中所有字母的指数和叫做这个单项式的次数.

【详解】解: 根据单项式定义得:

$\frac{2a^3bc^2}{7}$ 的次数为: $3+1+2=6$.

故选: B.

2. 下列从左到右的变形中, 属于因式分解的是 ()

- A. $8x^2y = 2x \cdot 4xy$ B. $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
C. $2a^2b - 4ab = 2ab(a-2)$ D. $a^2 - 5a - 6 = (a-2)(a-3) - 12$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解的意义. 把一个多项式化为几个整式的积的形式, 这种变形叫做把这个多项式因式分解, 也叫做分解因式, 据此逐项判断即可.

【详解】解: $8x^2y = 2x \cdot 4xy$ 中等号左边是单项式, 则 A 不符合题意;

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ 是乘法运算, 则 B 不符合题意;

$2a^2b - 4ab = 2ab(a-2)$ 符合因式分解的定义, 则 C 符合题意;

$a^2 - 5a - 6 = (a-2)(a-3) - 12$ 中等号右边不是积的形式, 则 D 不符合题意;

故选: C.

3. 下列计算结果正确的是 ()

A. $(-a^5)^{-4} = -a^{-20}$

B. $3a^3 - 2a^2 = a$

C. $a^6 \div 2a^3 = \frac{1}{2}a^3$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算、负整数指数幂. 按照幂的乘方, 合并同类项法则, 同底数幂的除法, 完全平方公式进行计算即可判断.

【详解】解: A、 $(-a^5)^{-4} = a^{-20} \neq -a^{-20}$, 故本选项不符合题意;

B、 $3a^3$ 与 $2a^2$ 是同类项, 不能合并, 故本选项不符合题意;

C、 $a^6 \div 2a^3 = \frac{1}{2}a^3$, 故本选项符合题意;

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$, 故本选项不符合题意;

故选: C.

4. 下列方程中, 不是分式方程的是 ()

A. $\frac{3x+1}{3} = \frac{5x+3}{6}$

B. $x + \frac{1}{x} = 2$

C. $-5x = \frac{1}{7x}$

D. $\frac{5x+3}{x} = 7$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了分式方程的定义, 分母中是否含有未知数的方程叫做分式方程, 据此可得答案.

【详解】解: 由分式方程的定义可知, 四个选项中, 只有 A 选项中的方程是分式方程,

故选: A.

5. 如果分式 $\frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$ 无意义, 那么 x 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. -3

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分式无意义的条件. 根据分式无意义的条件为分母为零可得 $(x+1)(x-1) = 0$, 计算即可得解.

【详解】解: $\because$ 分式 $\frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$ 无意义,

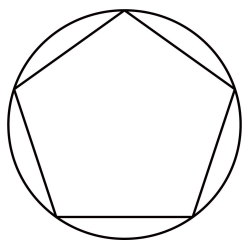
$$\therefore (x+1)(x-1)=0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } x+1=0,$$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } -1,$$

故选：C.

6. 下列关于如图中所给的图形的说法中，正确的是（ ）



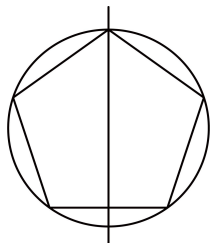
- A. 该图形是中心对称图形，但不是轴对称图形
- B. 该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形
- C. 该图形既是中心对称图形，也是轴对称图形
- D. 该图形既不是中心对称图形，也不是轴对称图形

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了轴对称图形“如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，那么这个图形叫做轴对称图形”和中心对称图形“在平面内，把一个图形绕某点旋转 180° ，如果旋转后的图形与另一个图形重合，那么这两个图形互为中心对称图形”，熟记中心对称图形的定义和轴对称图形的定义是解题关键．根据轴对称图形的定义和中心对称图形的定义逐项判断即可得．

【详解】解：如图，该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，



故选：B.

7. 现有一杯浓度为30%的食盐水500g，要将食盐水浓度提升到40%，需要加入多少克食盐？如果设要加入 x 克食盐，那么根据题意可列出的方程是（ ）

A. $\frac{x}{500} = 40\%$

B. $\frac{x}{500+x} = 40\%$

C. $\frac{500 \times 30\% + x}{500} = 40\%$

D. $\frac{500 \times 30\% + x}{500 + x} = 40\%$

【答案】D

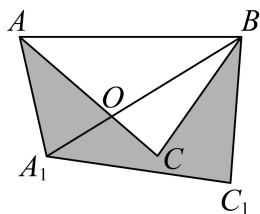
【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出分式方程. 根据溶质质量+溶液质量=浓度, 列出分式方程即可.

【详解】解: 由题意得: $\frac{500 \times 30\% + x}{500 + x} = 40\%$,

故选: D.

8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 n° 后得到 $\triangle A_1BC_1$, 其中点 A 、 C 分别与点 A_1 、 C_1 对应, AC 与 A_1B 交于点 O , 那么下列说法中错误的是 ()



A. $AB = A_1B$

B. $\angle ABA_1 = \angle CBC_1$

C. 阴影部分的面积与 $\triangle ABA_1$ 的面积相等

D. $\triangle AA_1O$ 与 $\triangle BCO$ 的面积相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查三角形的面积、旋转的性质. 根据旋转的性质即可判断 A、B; 设 $\triangle A_1BC_1$ 中阴影部分的面积为 S_1 , 求得 $S_{\triangle AOB} = S_1$, 从而得 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABA_1}$ 即可判断 C; 由 $S_{\triangle AA_1O} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABA_1}$, $S_{\triangle BCO} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ABA_1} = S_{\triangle ABC}$ 不一定成立, 说明 $S_{\triangle AA_1O} = S_{\triangle BCO}$ 不一定成立.

【详解】解: 根据旋转的性质, $AB = A_1B$, $\angle ABA_1 = \angle CBC_1 = n^\circ$,

$\therefore$ A、B 说法正确, 不符合题意;

设 $\triangle A_1BC_1$ 中阴影部分的面积为 S_1 ,

$\therefore S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = S_{\triangle BOC} + S_1$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_1,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle A_1AO} + S_1 = S_{\triangle A_1AO} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABA_1},$$

$\therefore$ C 说法正确, 不符合题意;

$$S_{\triangle AA_1O} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABA_1}, \quad S_{\triangle BCO} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABA_1} = S_{\triangle ABC} \text{ 不一定成立},$$

$$\therefore S_{\triangle AA_1O} = S_{\triangle BCO} \text{ 不一定成立},$$

$\therefore$ D 说法错误, 符合题意.

故选: D.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

9. 计算: $a^2 \cdot 2a^3 =$ _____.

【答案】 $2a^5$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式的乘法, 熟练掌握单项式乘法法则是解题关键. 根据单项式的乘法法则求解即可得.

【详解】 解: $a^2 \cdot 2a^3 = 2a^{2+3} = 2a^5,$

故答案为: $2a^5$.

10. 计算: $(3y-2x)(3y+2x) =$ _____.

【答案】 $9y^2 - 4x^2$

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式. 根据平方差公式计算即可.

【详解】 解: $(3y-2x)(3y+2x)$

$$= (3y)^2 - (2x)^2$$

$$= 9y^2 - 4x^2,$$

故答案为: $9y^2 - 4x^2$.

11. 计算: $(6a^4 - 2a^3) \div a^3 =$ _____.

【答案】 $6a - 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查多项式除以单项式，根据多项式除以单项式运算法则进行计算即可得出答案.

【详解】 解： $(6a^4 - 2a^3) \div a^3 = 6a^4 \div a^3 - 2a^3 \div a^3 = 6a - 2$ ，

故答案为： $6a - 2$.

12. 因式分解： $2y^2 - 18 =$ _____.

【答案】 $2(y+3)(y-3)$

【解析】

【分析】 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用. 原式提取 2，再利用平方差公式分解即可.

【详解】 解： $2y^2 - 18 = 2(y^2 - 9) = 2(y+3)(y-3)$ ，

故答案为： $2(y+3)(y-3)$.

13. 将整式 $3x^7y - 4x^{m+1}y^4 + 2x^my^2 + x^3y^6$ 按 y 降幂排列后，第二项的系数为_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式，先把整式的各项按 y 降幂排列后，找出第二项，从而找出其系数即可.

【详解】 解： 整式 $3x^7y - 4x^{m+1}y^4 + 2x^my^2 + x^3y^6$ 按 y 降幂排列为： $x^3y^6 - 4x^{m+1}y^4 + 2x^my^2 + 3x^7y$ ，

$\therefore$ 第二项是 $-4x^{m+1}y^4$ ，

$\therefore$ 第二项的系数是 -4 ，

故答案为： -4 .

14. 将分式 $\frac{4x}{y(x+y)^2}$ 表示成不含分母的形式为_____.

【答案】 $4xy^{-1}(x+y)^{-2}$

【解析】

【分析】 本题考查负整数指数幂. 根据负整数指数幂的计算方法进行计算即可.

【详解】 解： $\frac{4x}{y(x+y)^2}$

$$= 4xy^{-1}(x+y)^{-2},$$

故答案为: $4xy^{-1}(x+y)^{-2}$.

15. 计算: $\frac{2}{m} - \frac{1}{m^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{2m-1}{m^2}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的加减法. 利用分式的减法法则计算即可.

【详解】 解: $\frac{2}{m} - \frac{1}{m^2} = \frac{2m}{m^2} - \frac{1}{m^2} = \frac{2m-1}{m^2},$

故答案为: $\frac{2m-1}{m^2}.$

16. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x+3} + \frac{a}{3+x} = 4$ 有增根, 那么 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根, 解分式方程, 先根据解分式方程的方法求出 $x = \frac{a-12}{3}$, 再根据分式方程有增根, 得出 $x+3=0$, 则 $x=-3$, 即可得出关于 a 的方程, 解方程即可.

【详解】 解: $\frac{x}{x+3} + \frac{a}{3+x} = 4,$

即 $\frac{x+a}{x+3} = 4,$

$\therefore x+a=4(x+3),$

$\therefore x+a=4x+12,$

解得: $x = \frac{a-12}{3},$

$\because$ 分式方程 $\frac{x}{x+3} + \frac{a}{3+x} = 4$ 有增根,

$\therefore x+3=0,$

$\therefore x=-3,$

$\therefore \frac{a-12}{3} = -3,$

解得: $a=3.$

故答案为: 3.

17. 已知整式 $x^2 + mx - 3$ 可以因式分解为 $(x+p)(x+q)$, 如果 m 、 p 、 q 都为整数, 那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 本题考查因式分解的意义. 由题意可得式 $x^2 + mx - 3 = (x + p)(x + q)$, 则 $pq = -3$, $m = p + q$, 根据 m 、 p 、 q 都为整数确定 m 的值即可.

【详解】 解: 由题意可得 $x^2 + mx - 3 = (x + p)(x + q)$,

则 $pq = -3$, $m = p + q$,

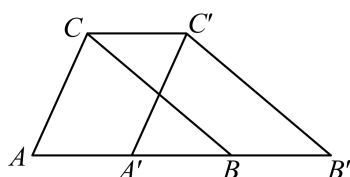
$\because m$ 、 p 、 q 都为整数,

$\therefore p = 1$, $q = -3$ 或 $p = -1$, $q = 3$,

则 $m = 1 - 3 = -2$ 或 $m = -1 + 3 = 2$,

故答案为: ± 2 .

18. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 AB 边向右平移 3 个单位得到 $\triangle A'B'C'$, 其中点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 A' 、 B' 、 C' , 如果 $\triangle ABC$ 的周长是 14, 那么四边形 $AB'C'C$ 的周长为_____.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题考查了平移的性质. 根据平移的性质, 对应点的距离等于平移距离求出 CC' 、 BB' , 然后求出 BA' , 再根据周长的定义解答即可.

【详解】 解: $\because$ 平移距离是 3 个单位,

$\therefore CC' = BB' = 3$,

$\because AB + AC + BC = 14$,

$\therefore$ 四边形 $AB'C'C$ 的周长 $= 3 + 3 + 14 = 20$.

故答案为: 20.

19. 定义: 如果一个关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x} = b$ 的解是 $x = \frac{1}{a+b}$, 那么我们把这样的分式方程称为和解方程. 例如方程 $\frac{2}{x} = -4$ 就是和解方程. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{n}{x} = 2024 - n$ 是和解方程, 那么 n 的值是_____.

【答案】 $\frac{2024}{2025}$

【解析】

【分析】 本题考查了方程的解，解分式方程，先求出分式方程 $\frac{n}{x} = 2024 - n$ 的解，再根据和解方程的定义列出关于 n 的分式方程，解方程即可求解，理解和解方程的定义是解题的关键.

【详解】 解：解分式方程 $\frac{n}{x} = 2024 - n$ 得， $x = \frac{n}{2024 - n}$ ，

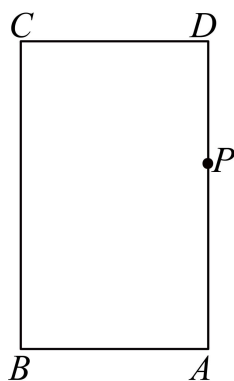
$\therefore$ 关于 x 的分式方程 $\frac{n}{x} = 2024 - n$ 是和解方程，

$$\therefore \frac{n}{2024 - n} = \frac{1}{n + 2024 - n},$$

$$\therefore n = \frac{2024}{2025},$$

故答案为： $\frac{2024}{2025}$.

20. 如图，点 P 在长方形纸片 $ABCD$ 的边 AD 上，点 E, F 分别在射线 DC, AB 上. 将 $\triangle DEP$ 沿 PE 翻折，点 D 的对应点为点 D' ，将 $\triangle AFP$ 沿 PF 翻折，点 A 的对应点是点 A' . 如果点 D' 在 $\angle EPF$ 内部，且 $\angle A'PD' = \alpha^\circ$ ，那么 $\angle EPF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$. (用含 α 的代数式表示)

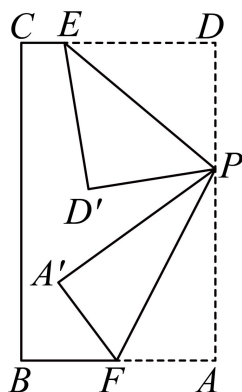


【答案】 $\frac{180 + \alpha}{2}$ 或 $\frac{180 - \alpha}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查折叠的性质及角的计算问题，分 D' 在 $\angle A'PF$ 内部和外部两种情况求解即可.

【详解】 解：①当 D' 在 $\angle A'PF$ 外部时，如图，



$$\therefore \angle EPF = \angle EPD' + \angle D'PA' + \angle A'PF,$$

由折叠得 $\angle EPD = \angle EPD'$, $\angle FPA' = \angle FPA$,

$$\therefore \angle DPD' + \angle APA' + \alpha = 180^\circ,$$

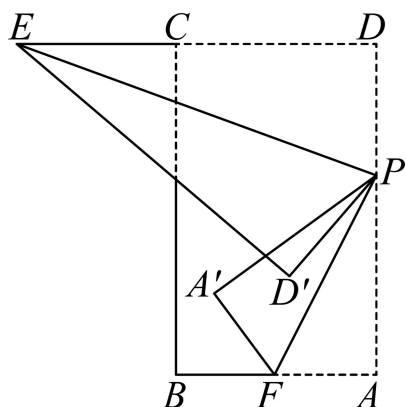
$$\therefore 2\angle EPD' + 2\angle FPA' + \alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EPD' + \angle FPA' = \frac{180^\circ - \alpha}{2},$$

$$\therefore \angle EPD' + \angle FPA' + \alpha = \frac{180^\circ - \alpha}{2} + \alpha,$$

$$\therefore \angle EPF = \frac{180^\circ + \alpha}{2};$$

②当 D' 在 $\angle A'PF$ 内部时, 如图,



$$\therefore \angle EPF = \angle EPD' + \angle A'PF - \angle D'PA',$$

$$\therefore \angle DPD' + \angle APA' - \alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle EPD' + 2\angle FPA' - \alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EPD' + \angle FPA' = \frac{180^\circ + \alpha}{2},$$

$$\therefore \angle EPD' + \angle FPA' - \alpha = \frac{180^\circ + \alpha}{2} - \alpha,$$

$$\therefore \angle EPF = \frac{180^\circ - \alpha}{2};$$

综上, $\angle EPF = \frac{180^\circ + a}{2}$ 或 $\frac{180^\circ - a}{2}$.

三、解答题 (本大题共 6 题, 满分 52 分)

21. 计算:

$$(1) 7a^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3 + a^9 \div a^3;$$

$$(2) (a+1)^2 - (a+1)(a-3).$$

【答案】(1) 0 (2) $4a+4$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 解决本题的关键是根据整式的计算法则进行化简.

(1) 先算乘方, 再算乘除, 最后合并同类项即可;

(2) 先根据完全平方公式和多项式乘多项式的计算方法进行计算, 再合并同类项计算即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 7a^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3 + a^9 \div a^3$$

$$= 7a^6 - 8a^6 + a^6$$

$$= 0;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } (a+1)^2 - (a+1)(a-3)$$

$$= a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 3a + a - 3)$$

$$= a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a + 3$$

$$= 4a + 4.$$

22. 因式分解:

$$(1) a + b - ab - 1;$$

$$(2) (x^2 - 2x)^2 - 5(x^2 - 2x) - 6.$$

【答案】(1) $(a-1)(1-b)$

$$(2) (x^2 - 2x - 6)(x-1)^2$$

【解析】

【分析】本题考查了因式分解：十字相乘法、分组分解法，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

(1) 先分组为 $(a-ab)+(b-1)$ ，再变形，然后利用提公因式法分解因式即可；

(2) 先根据十字相乘法分解因式，再根据完全平方公式分解因式即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & a+b-ab-1 \\ & = (a-ab)+(b-1) \\ & = a(1-b)-(1-b) \\ & = (a-1)(1-b); \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= (x^2-2x-6)(x^2-2x+1) \\ &= (x^2-2x-6)(x-1)^2. \end{aligned}$$

$$23. \text{ 解方程: } \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x^2-4} = \frac{1}{2+x}.$$

【答案】 $x = -\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】本题考查解分式方程. 将原方程去分母后化为整式方程，解得 x 的值后进行检验即可.

【详解】解：原方程去分母得： $5(x+2)-3=x-2$,

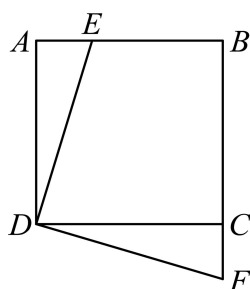
$$\text{整理得: } 5x+7=x-2,$$

$$\text{解得: } x = -\frac{9}{4}.$$

经检验 $x = -\frac{9}{4}$ 是原方程的解.

所以原方程的解是 $x = -\frac{9}{4}$.

24. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，点 E 是边 AB 上的一个动点，连接 DE ，将 $\triangle ADE$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DCF$.



(1) 当点 E 与点 B 重合时, 线段 EF 的长度为_____ ; (直接写出答案)

(2) 设 $AE = x$, 用含 a 和 x 的代数式表示 $\triangle DEF$ 的面积.

【答案】 (1) $2a$

$$(2) S_{\triangle DEF} = \frac{a^2 + x^2}{2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质, 正方形的性质, 等腰直角三角形的性质, 掌握旋转的性质是解题的关键.

(1) 由旋转的性质可得 $AE = a = CF$, 即可求解;

(2) 由旋转的性质可得 $DE = DF$, $\angle EDF = 90^\circ$, 由等腰直角三角形的性质可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 将 $\triangle ADE$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DCF$,

$$\therefore AE = CF,$$

$\because$ 点 E 与点 B 重合,

$$\therefore AE = a = CF,$$

$$\therefore EF = 2a,$$

故答案为: $2a$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 将 $\triangle ADE$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DCF$,

$$\therefore DE = DF, \angle EDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的面积} = \frac{1}{2} DE \cdot DF = \frac{1}{2} DE^2 = \frac{1}{2} (a^2 + x^2).$$

25. 某单位需要完成一项工程, 单位派遣甲施工队进场施工, 计划用 45 天时间完成整个工程. 当甲施工队工作 24 天后, 单位又派遣乙工程队协助进行施工, 最终比计划提前 7 天完成施工.

(1) 若乙施工队单独施工, 完成整个工程需要多少天?

(2) 若单位一开始派遣甲、乙两支队伍合作施工, 能否在 25 天内完成工程?

【答案】(1) 90 天 (2) 不能

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用，理解题意，找准等量关系列出方程是解题的关键.

(1) 设乙施工队单独施工完成需要 x 天，根据题意列出方程求解即可；

(2) 先计算甲、乙两支队伍合作施工需要的时间，再与 25 天比较大小，即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：设乙施工队单独施工完成需要 x 天，

$$\text{由题意得，} \frac{45-7}{45} + \frac{45-24-7}{x} = 1,$$

解得： $x = 90$,

经检验， $x = 90$ 是原方程的解，且符合题意，

答：乙施工队单独施工，完成整个工程需要 90 天.

【小问 2 详解】

解：甲、乙两支队伍合作施工，需要的时间为： $1 \div \left(\frac{1}{45} + \frac{1}{90} \right) = 30$ (天)，

$\because 30 > 25$,

$\therefore$ 甲、乙两支队伍合作施工，不能在 25 天内完成工程.

答：不能在 25 天内完成工程.

26. 小普在化简一个分式 $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$ 的时候，书写过程如下：

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

$$= \frac{(a-b)^3}{a-b}$$

①

$$= (a-b)^2$$

②

$$= a^2 - b^2$$

③

(1) 小普在检查时发现，这道题解错了．现请你指出：小普从第_____步开始出现错误；(填入表示解题步骤的序号①②③即可)

(2) 小普对这道题进行了探究，发现虽然自己的解题过程出现了错误，但当 $a = -2$ ， $b = 1$ 时，按照上述错误的化简方法所求得 $a^2 - b^2$ 的值与 $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$ 的值相等，他将满足这一情况的数对 a ， b 称为“巧数对”，

小普发现，这样的“巧数对”不止一对，请再写出一对“巧数对”： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

(3) 小普与同学一起运用所学的数学知识对“巧数对”进行进一步探究，找到了确定“巧数对”的方法．请写出确定“巧数对”的方法，并说明理由．

【答案】 (1) ① (2) -4 ， 2 (答案不唯一)

(3) 当 $b = 0$ ， $a \neq 0$ 或 $a = -2b \neq 0$ 时，可以找到“巧数对”．

【解析】

【分析】 本题考查了约分，解决本题的关键是将分式进行化简．

(1) 根据立方差公式，可以发现小普从第①步开始出现错误；

(2) 只要符合 $\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 - b^2$ 即可， a 、 b 的值不止一组，比如 $a = -4$ ， $b = 2$ ；

(3) 将 $\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 - b^2$ 化简，可得 $a^2 + ab + b^2 = a^2 - b^2$ ，化简得 $b(a + 2b) = 0$ ，即 $b = 0$ 或 $a + 2b = 0$ ，

即当 $b = 0$ ， $a \neq 0$ 或 $a = -2b \neq 0$ 时，可以找到“巧数对”．

【小问 1 详解】

解：因为 $\frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2$ ，

所以小普从第①步开始出现错误．

故答案为：①；

【小问 2 详解】

解：将 $a = -4$ ， $b = 2$ 代入可得：

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{-64 - 8}{-4 - 2} = 12,$$

$$a^2 - b^2 = 16 - 4 = 12,$$

$$\text{即 } \frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 - b^2,$$

所以 $a = -4$, $b = 2$.

故答案为: $-4, 2$. (答案不唯一)

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because \frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 - b^2,$$

$$\text{即 } \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 - b^2,$$

$$\text{即 } a^2 + ab + b^2 = a^2 - b^2,$$

$$\text{得 } ab + 2b^2 = 0,$$

$$b(a + 2b) = 0,$$

$$\text{即 } b = 0 \text{ 或 } a + 2b = 0,$$

$$\text{得 } b = 0 \text{ 或 } a = -2b,$$

即当 $b = 0$, $a \neq 0$ 或 $a = -2b \neq 0$ 时, 可以找到“巧数对”.