

2024-2025 学年上海市黄浦区七年级（上）期末数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列运算结果正确的是（ ）

A. $m^2 + m^2 = 2m^4$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ C. $(mn^2)^3 = mn^6$ D. $m^6 \div m^2 = m^3$

【答案】B

【解析】

【分析】根据同底数幂乘法计算法则，幂的乘方和合并同类项等计算法则求解即可.

【详解】解：A、 $m^2 + m^2 = 2m^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，原式计算正确，符合题意；

C、 $(mn^2)^3 = m^3n^6$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $m^6 \div m^2 = m^{6-2} = m^4$ ，原式计算错误，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题主要考查了同底数幂乘法计算，幂的乘方和合并同类项，熟知相关计算法则是解题的关键.

2. 下列说法中正确的是（ ）

A. $-3x^2y$ 的次数是 -3

B. x 的系数是 0

C. $\frac{1}{6}$ 不是单项式

D. $\frac{1}{4}xy + 5x - 8$ 是二次三项式

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了单项式和多项式的概念，熟练掌握单项式和多项式的概念是解题的关键.

数或字母的积叫做单项式，单独的一个数或一个字母也是单项式，一个单项式中所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数；几个单项式的和（或者差）叫做多项式，多项式中每个单项式叫做多项式的项，这些单项式中的最高项次数就是这个多项式的次数，其中多项式中不含字母的项叫做常数项.

【详解】解：A、 $-3x^2y$ 的次数是 3，故该选项错误；

B、 x 的系数是 1，故该选项错误；

C、 $\frac{1}{6}$ 是单项式，故该选项错误；

D、 $\frac{1}{4}xy + 5x - 8$ 是二次三项式，故该选项正确；

故选：D.

3. 根据下列表格中的信息， y 代表的分式可能是（ ）

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	0	$*$	$*$	无意义	$*$	$\cdots$

A. $\frac{x-1}{x+2}$

B. $\frac{x+2}{x+1}$

C. $\frac{x+2}{x-1}$

D. $\frac{x-2}{x-1}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分式有意义的条件，根据分式有意义的条件及分式的值为0的条件解答即可，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解题的关键.

【详解】解：由表格可知，当 $x=1$ 时分式无意义，

$\therefore$ A、B 不合题意；

$\because$ 当 $x=-2$ 时，分式的值为0，

$\therefore$ D 不符合题意，C 符合题意，

故选：C.

4. 下列约分结果正确的是（ ）

A. $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{x^2-y^2}{x-y} = x-y$

C. $\frac{-m^2+2m-1}{m-1} = -m+1$

D. $\frac{6xy}{3x^2y^3} = 2xy^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了约分，约去分式的分子与分母的公因式即可，约分时，分子与分母都必须是乘积式，如果是多项式的，必须先分解因式.

【详解】解：A、 $\frac{a+m}{b+m}$ 是最简分式，不能化简，不符合题意.

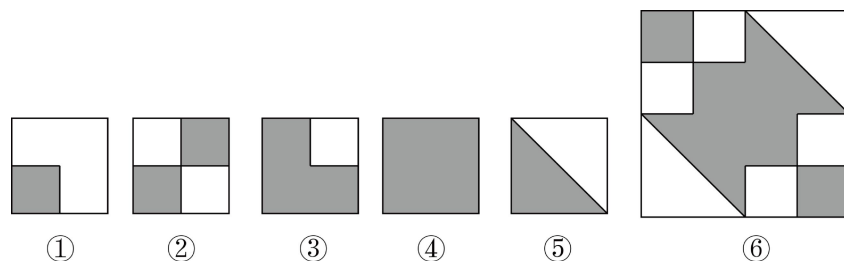
B、 $\frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$ ，不符合题意.

C、 $\frac{-m^2+2m-1}{m-1} = \frac{-(m-1)^2}{m-1} = -m+1$ ，符合题意.

D、 $\frac{6xy}{3x^2y^3} = \frac{2}{xy^2}$ ，不符合题意.

故选: C.

5. 如图, 图案 6 是由 12345 五种基本图形中的两种拼接而成的, 这两种基本图形是 ()



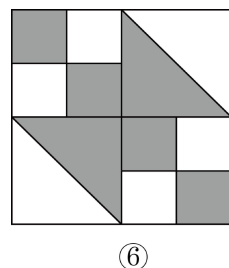
- A. 1 和 5 B. 2 和 5 C. 3 和 5 D. 2 和 4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查图形的平移, 结合所给基本图形将图案⑥中间的阴影部分进行分割, 通过平移, 即可得出答案.

【详解】解: 图案⑥可变为 (如下图), 观察图形可得, 组成图案⑥的基本图形是②⑤,



故选 B.

6. 如图, 地面上有不在同一直线上的 A, B, C 三点, 一只青蛙位于地面异于 A, B, C 的 P 点, 第一步青蛙从 P 跳到 P 关于 A 的对称点 P_1 , 第二步从 P_1 跳到 P_1 关于 B 的对称点 P_2 , 第三步从 P_2 跳到 P_2 关于 C 的对称点 P_3 , 第四步从 P_3 跳到 P_3 关于 A 的对称点 P_4 ... 以下跳法类推, 青蛙至少跳几步回到原处 P . ()

A .

B

P .

C .

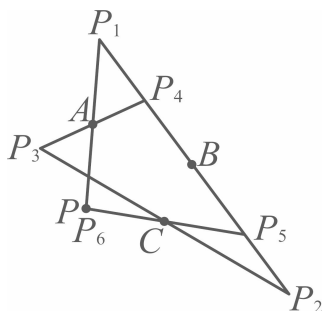
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查点与点对称的定义与应用，由已知条件，根据轴对称的性质画图解答，理解 A 是 P 与 P_1 的中点，则 P 与 P_1 关于点 A 对称是正确解答本题的关键。

【详解】解：如图：



根据题意： A 是 P 与 P_1 的中点； B 是 P_1 与 P_2 的中点； C 是 P_2 与 P_3 的中点；

依此类推，跳至第 5 步时，所处位置与点 P 关于 C 对称；

故再有一步，可以回到原处 P 。

所以至少要跳 6 步回到原处 P 。

故选：C。

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 工地上有 a 吨水泥，如果每天用去 2.5 吨，用了 b 天，剩余_____吨水泥。

【答案】 $(a - 2.5b)$

【解析】

【分析】本题主要考查了列代数式，根据每天用去 2.5 吨，用了 b 天，则用了 $2.5b$ 吨，再用总量 a 减去用掉的即可。

【详解】解：根据题意剩余的水泥为： $(a - 2.5b)$ 吨

故答案为： $(a - 2.5b)$

8. 化简 $\frac{2a}{a-2} + \frac{4}{2-a}$ 的结果是_____。

【答案】 2

【解析】

【分析】本题主要考查了分式的加法计算，先把原式变形为 $\frac{2a}{a-2} - \frac{4}{a-2}$ ，再根据同分母分式减法计算法则求解即可。

【详解】解： $\frac{2a}{a-2} + \frac{4}{2-a}$

$$= \frac{2a}{a-2} - \frac{4}{a-2}$$

$$= \frac{2a-4}{a-2}$$

$$= \frac{2(a-2)}{a-2}$$

$= 2,$

故答案为：2.

9. 分解因式： $a^2 - 6ab =$ _____.

【答案】 $a(a-6b)$

【解析】

【分析】 本题考查了提公因式法分解因式，直接提取公因式 a ，即可得出答案.

【详解】解： $a^2 - 6ab = a(a-6b),$

故答案为： $a(a-6b).$

10. 若单项式 $-4x^{m-n}y^3$ 与 $\frac{2}{3}x^3y^{7-2n}$ 是同类项，则 $m^2 + 3^n =$ _____.

【答案】 34

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义、代数式求值、解一元一次方程，掌握同类项的定义：所含字母相同，相同字母的指数也相同的项叫同类项. 根据同类项的定义列出方程，再求解即可.

【详解】解：由同类项的定义可知： $m-n=3, 7-2n=3,$

解得： $m=5, n=2,$

$\therefore m^2 + 3^n = 5^2 + 3^2 = 34.$

故答案为：34.

11. 如果 $x^2 - 2(m+1)x + 25$ 是一个完全平方式，那么 m 的值是_____.

【答案】 4 或 -6

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键. 利用完全平方公式的特征判断

即可确定出 m 的值.

【详解】解: $\because x^2 - 2(m+1)x + 25$ 是一个完全平方式,

$$\therefore -2(m+1) = \pm 10,$$

解得: $m = -6$ 或 4 .

故答案为: -6 或 4 .

12. 计算: $\left(\frac{2}{3}m^6 + \frac{3}{4}m^4 - \frac{5}{6}m^3\right) \div \frac{1}{12}m^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $8m^3 + 9m - 10$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的除法, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 根据多项式除以单项式的法则计算即可.

【详解】解: $\left(\frac{2}{3}m^6 + \frac{3}{4}m^4 - \frac{5}{6}m^3\right) \div \frac{1}{12}m^3$

$$= \frac{2}{3}m^6 \div \frac{1}{12}m^3 + \frac{3}{4}m^4 \div \frac{1}{12}m^3 - \frac{5}{6}m^3 \div \frac{1}{12}m^3$$
$$= 8m^3 + 9m - 10,$$

故答案为: $8m^3 + 9m - 10$.

13. 近日, 支原体肺炎备受关注, 它是由肺炎支原体引起的下呼吸道感染, 主要表现为咳嗽、发热. 支原体是介于细菌和病毒之间的已知能独立生活的病原微生物中的最小者, 大小约为 0.0000002 米, 将 0.0000002 米用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

【答案】 2×10^{-7}

【解析】

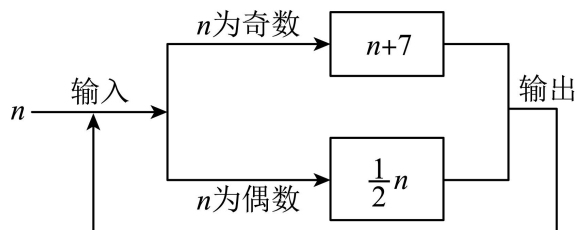
【分析】 本题考查了科学记数法的表示方法, 科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值大于等于 10 时, n 是非负数, 当原数绝对值小于 1 时, n 是负数, 表示时关键是要正确确定 a 的值以及 n 的值.

【详解】解: 将 0.0000002 米用科学记数法表示为 2×10^{-7} 米,

故答案为: 2×10^{-7} .

14. 已知字母 n 代表某一个数, 按图所示程序输入计算, 当第一次输入 n 为 30 时, 那么第 8 次输出的结果

应为 _____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查代数式求值，输入的 n 是 30，是偶数，代入 $\frac{1}{2}n$ ，即 $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ 即可得到第一次输出的数值 15，同时是第二次输入的数，15 是奇数应该代入 $n+7$ 进行解答，依次进行计算即可，解答的关键是理解清楚题意.

【详解】 解：把 30 代入 $\frac{1}{2}n$ 得到第一次输出是 $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ ，

把 15 代入 $n+7$ 得到第二次输出 $15+7=22$ ，

把 22 代入 $\frac{1}{2}n$ 得到第三次输出是 $\frac{1}{2} \times 22 = 11$ ，

把 11 代入 $n+7$ 得到第四次输出 $11+7=18$ ，

把 18 代入 $\frac{1}{2}n$ 得到第五次输出是 $\frac{1}{2} \times 18 = 9$ ，

把 9 代入 $n+7$ 得到第六次输出 $9+7=16$ ，

把 16 代入 $\frac{1}{2}n$ 得到第七次输出是 $\frac{1}{2} \times 16 = 8$ ，

把 8 代入 $\frac{1}{2}n$ 得到第八次输出 $\frac{1}{2} \times 8 = 4$ ，

故答案为：4.

15. 将分式 $\frac{3ax^2}{y^{-2}(m+2n)^3}$ 表示成不含有分母的形式：_____.

【答案】 $3ax^2y^2(m+2n)^{-3}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂，根据负整数指数幂的意义进行变形即可，熟练掌握运算法则是解题的关键.

【详解】 解： $\frac{3ax^2}{y^{-2}(m+2n)^3} = 3ax^2y^2(m+2n)^{-3}$ ，

故答案为: $3ax^2y^2(m+2n)^{-3}$.

16. 若解分式方程 $\frac{k}{x-2} = \frac{k-x}{2-x} - 3$ 产生增根, 则 k 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 先解分式方程, 再根据分式方程的增根的定义解决此题.

【详解】 解: $\frac{k}{x-2} = \frac{k-x}{2-x} - 3$,

去分母, 得 $k = x - k - 3(x-2)$,

去括号, 得 $k = x - k - 3x + 6$,

移项, 得 $-x + 3x = -k + 6 - k$,

合并同类项, 得 $2x = 6 - 2k$,

x 的系数化为 1, 得 $x = 3 - k$,

$\therefore$ 分式方程 $\frac{k}{x-2} = \frac{k-x}{2-x} - 3$ 产生增根,

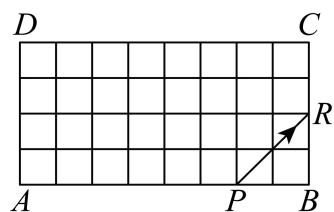
$\therefore 3 - k = 2$,

$\therefore k = 1$,

故答案为: 1.

【点睛】 本题考查了分式方程的增根, 增根问题可按如下步骤进行: ①根据最简公分母确定增根的值; ②化分式方程为整式方程; ③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

17. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 8, BC = 4$, 一发光电子开始置于 AB 边上的点 P 处, 并设定此时为发光电子第一次与长方形的边碰撞, 将发光电子沿着 PR 方向发射, 碰撞到长方形的边时均反射, 每次反射的反射角和入射角都等于 45° , 当发光电子与长方形的边碰撞 2025 次后, 它与 AB 边的碰撞次数是_____.



【答案】 675

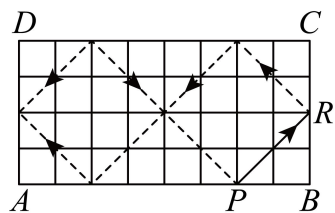
【解析】

【分析】 本题主要考查了矩形的性质, 点的坐标的规律, 熟练掌握并灵活运用是解题的关键.

根据反射角与入射角的定义, 可以在格点中作出图形, 可以发现, 在经过 6 次反射后, 发光电子回到起始

的位置，即可求解.

【详解】解：如图：



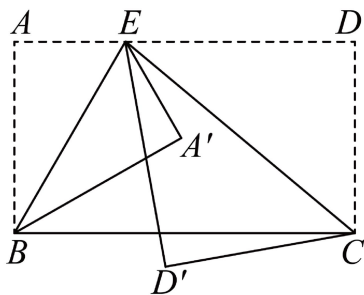
根据图形可得，从点 P 开始，发光电子与长方形的边，每碰撞 6 次为一个循环组，且每次循环发光电子与 AB 边碰撞 2 次，

$$\therefore 2025 \div 6 = 337 \cdots 3,$$

$$\therefore \text{发光电子与 } AB \text{ 边的碰撞次数是 } 337 \times 2 + 1 = 675.$$

故答案为 675 .

18. 如图，长方形纸片 $ABCD$ ， E 为边 AD 上一点，将纸片沿 EB ， EC 折叠，点 A 落在 A' 位置，点 D 落在 D' 位置，若 $\angle A'ED' = 10^\circ$ ，则 $\angle BEC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 85

【解析】

【分析】 本题考查了翻折变换（折叠问题），角的计算，根据折叠的性质得到 $\angle AEB = \angle A'EB$ ， $\angle CED = \angle CED'$ ，根据已知条件和角的和差即可得到结论，熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

【详解】解： $\because$ 将纸片沿 EB ， EC 折叠，点 A 落在 A' 位置，点 D 落在 D' 位置，
 $\therefore \angle AEB = \angle A'EB$ ， $\angle CED = \angle CED'$ ，

$$\because \angle A'ED' = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle A'EB + \angle CED' - \angle A'ED' = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 10^\circ) = 85^\circ,$$

故答案为： 85.

三、简答题（每题 5 分，共 30 分）

19. 计算： $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

【答案】 $\frac{17}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的运算，先根据有理数的乘方、负整数指数幂、零指数幂的运算法则计算，再根据有理数的加减法则计算即可，熟练掌握有理数的乘方、负整数指数幂、零指数幂运算法则是解题的关键.

【详解】 解： $(-1)^{2024} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (\pi - 4)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 $= 1 + \frac{9}{4} - 1 - \frac{1}{8}$
 $= \frac{17}{8}.$

20. 计算： $(a-1)^2 - (a+2)(a-2) + (2a^{-1})^2 \div a^{-3}.$

【答案】 $2a+5$

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算、负整数指数幂，熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 根据完全平方公式、平方差公式和积的乘方、单项式除以单项式计算即可.

【详解】 解： $(a-1)^2 - (a+2)(a-2) + (2a^{-1})^2 \div a^{-3}$
 $= a^2 - 2a + 1 - a^2 + 4 + 4a^{-2} \div a^{-3}$
 $= a^2 - 2a + 1 - a^2 + 4 + 4a^{-2-(-3)}$
 $= a^2 - 2a + 1 - a^2 + 4 + 4a$
 $= 2a + 5.$

21. 分解因式： $(m+1)(m-9) + 8m.$

【答案】 $(m+3)(m-3).$

【解析】

【分析】 先对原式进行整理，之后运用平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 即可求解.

【详解】 解： 原式 $= m^2 - 8m - 9 + 8m = m^2 - 9 = (m+3)(m-3).$

【点睛】 本题考查的是因式分解，要求熟练掌握平方差公式.

22. 分解因式： $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x - 8) - 20.$

【答案】 $(x-5)(x+2)(x-2)(x-1)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解. 设 $x^2 - 3x = t$, 原式可分解得 $(t-10)(t+2)$, 再利用十字相乘法继续分解即可.

【详解】 解: 设 $x^2 - 3x = t$,

$$\text{则原式} = t(t-8) - 20$$

$$= t^2 - 8t - 20$$

$$= (t-10)(t+2),$$

$$\therefore (x^2 - 3x)(x^2 - 3x - 8) - 20 = (x^2 - 3x - 10)(x^2 - 3x + 2)$$

$$= (x-5)(x+2)(x-2)(x-1).$$

23. 计算: $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} + y^2(x+y)^{-1}$ (结果不含负整数指数幂):

【答案】 y

【解析】

【分析】 本题主要考查了含负整数指数幂的分式混合计算, 熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】 解: $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} + y^2(x+y)^{-1}$

$$= \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} + \frac{y^2}{x+y}$$

$$= \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)} + \frac{y^2}{x+y}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + \frac{y^2}{x+y}$$

$$= \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} + \frac{y^2}{x+y}$$

$$= \frac{xy}{x+y} + \frac{y^2}{x+y}$$

$$= \frac{y(x+y)}{x+y}$$

$$= y.$$

24. 解方程: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{3(x+1)} - 1.$

【答案】 $x = -6$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，先把分式方程化为整式方程，最后注意验根，即可作答.

【详解】 解: $\frac{3}{x+1} = \frac{x}{3(x+1)} - 1$

$$9 = x - 3(x+1)$$

$$2x = -9 - 3$$

$$x = -6$$

经检验: $x = -6$ 是原分式方程的解

四、解答题 (25、26 题每题 6 分, 27、28 题每题 8 分, 共 28 分)

25. 先化简, 再求值: $\left(a - \frac{a^2}{a-1}\right) \div \left(a+1 - \frac{1}{1-a}\right)$, 其中 $a = -3^{-1}$.

【答案】 $-\frac{1}{a}; 3$

【解析】

【分析】 本题考查分式的化简求值、负整数指数幂, 先将括号内的式子通分, 再将除法转化为乘法, 然后约分, 最后将 a 的值代入化简后的式子计算即可, 熟练掌握运算是解答本题的关键.

【详解】 解: $\left(a - \frac{a^2}{a-1}\right) \div \left(a+1 - \frac{1}{1-a}\right)$

$$= \frac{a(a-1) - a^2}{a-1} \div \frac{(a+1)(a-1) + 1}{a-1}$$

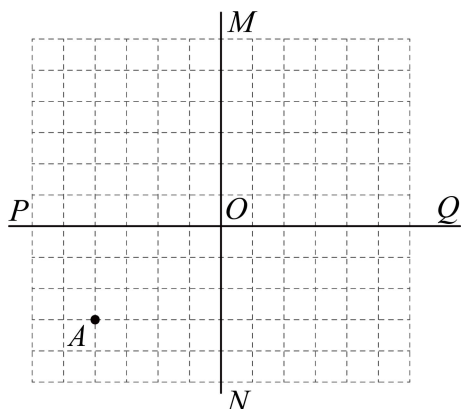
$$= \frac{a^2 - a - a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a^2 - 1 + 1}$$

$$= \frac{-a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a^2}$$

$$= -\frac{1}{a},$$

当 $a = -3^{-1} = -\frac{1}{3}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$.

26. 作图题 (保留作图痕迹, 不必写出画法):



(1) 将点 A 向右平移 3 个单位可到达点 B , 将点 A 向上平移 2 个单位可到达点 C , 标出点 B 、点 C , 并连接 AB 、 AC 、 OB 和 OC ;

(2) 在方格图中分别画出四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$, 使四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $OBAC$ 关于直线 MN 成轴对称; 四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 和四边形 $OBAC$ 关于点 O 成中心对称;

(3) 四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 有没有对称关系? 如果有, 成怎样的对称关系?

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) 四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 关于直线 PQ 成轴对称

【解析】

【分析】 本题考查作图 - 旋转变换、作图 - 轴对称变换、作图 - 平移变换, 熟练掌握平移的性质、中心对称的性质、轴对称的性质是解答本题的关键.

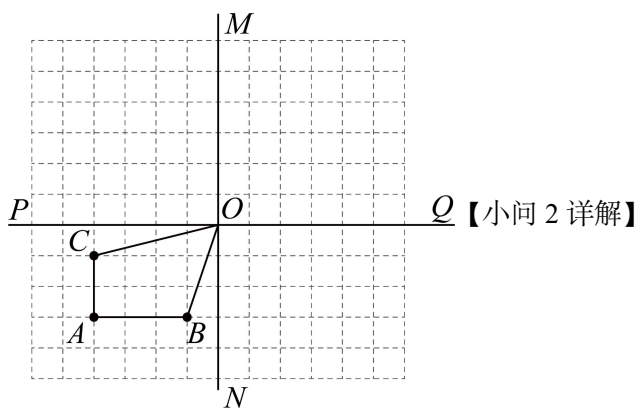
(1) 根据平移的性质画图即可.

(2) 根据轴对称的性质、中心对称的性质分别作图即可.

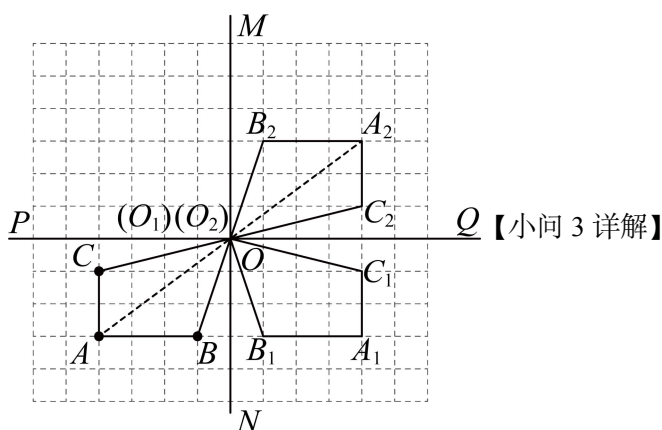
(3) 结合轴对称的性质可知, 四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 关于直线 PQ 成轴对称.

【小问 1 详解】

解: 如图, 点 B 、点 C , AB 、 AC 、 OB 和 OC 即为所求.



解：如图，四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 即为所求.



解：由图可知，四边形 $O_1B_1A_1C_1$ 和四边形 $O_2B_2A_2C_2$ 关于直线 PQ 成轴对称.

27. 某玩具经销商用 1.6 万元购进了一批玩具，上市一周全部售完. 该经销商又用 5.1 万元购进第二批这种玩具，所购数量是第一批购进数量的 3 倍，但每套进价多了 10 元.

- (1) 该经销商两次共购进这种玩具多少套？
- (2) 若第一批玩具销售完后总利润率为 25%，购进的第二批玩具仍以第一批的相同售价出售，则第二批玩具全部售完后，这二批玩具经销商共可获利多少元？

【答案】(1) 400 套

(2) 13000 元

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

- (1) 设该经销商第一次购进这种玩具 x 套，则第二次购进这种玩具 $3x$ 套，根据购进第二批这种玩具的进价比第一批每套进价多了 10 元，列出分式方程，解方程即可；
- (2) 先求出玩具的进价和售价，再列式计算即可.

【小问 1 详解】

解：设该经销商第一次购进这种玩具 x 套，则第二次购进这种玩具 $3x$ 套，

根据题意得： $\frac{51000}{3x} = \frac{16000}{x} + 10$ ，

解得： $x = 100$ ，

经检验， $x = 100$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore 3x = 300$ ，

$\therefore 100 + 300 = 400$ （套），

答：该经销商两次共购进这种玩具 400 套；

【小问 2 详解】

解：由（1）可知，第一批每套玩具的进价为 $16000 \div 100 = 160$ （元），

又 $\because$ 总利润率为 25%，

$\therefore$ 售价为 $160 \times (1 + 25\%) = 200$ （元），

第二批玩具的进价为 170 元，售价也为 200 元，

$\therefore$ 这二批玩具经销商共可获利：

$(200 - 160) \times 100 + (200 - 170) \times 300 = 13000$ （元）。

答：这二批玩具经销商共可获利 13000 元。

28. 如图 1，点 A 为直线 MN 上一点， AD 为射线， $\angle DAN = 45^\circ$ ，将一个三角板的直角顶点放在点 A 处，一边 AB 在射线 AN 上，另一边 AC 与 AD 都在直线 MN 的上方。

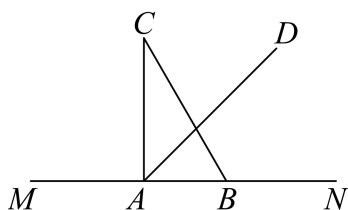


图1

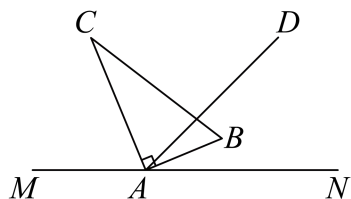
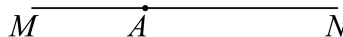


图2



备用图

(1) 将三角板绕点 A 逆时针旋转，若 AC 恰好平分 $\angle DAM$ （如图 2），则 $\angle BAN =$ _____ $^\circ$ ；

(2) 将三角板绕点 A 在直线 MN 上方逆时针旋转，当 AB 落在 $\angle DAM$ 内部，且 $\angle BAD = \frac{1}{4} \angle CAM$ 时，
则 $\angle CAN =$ _____ $^\circ$ ；

(3) 将图 1 中的三角板和射线 AD 同时绕点 A ，分别以每秒 2° 和每秒 5° 的速度顺时针分别旋转一周后停止，求第几秒时，射线 AB 恰好与射线 AD 成 30° 角？

【答案】(1) 22.5

(2) 144 (3) 第 5 秒或 25 秒或 142.5 秒或 172.5 秒

【解析】

【分析】本题是几何变换的综合题，考查了一元一次方程的应用，角平分线定义，角度的计算，正确画出图形并分类讨论是解题的关键.

(1) 根据角的平分线的定义和平角的定义即可解答;

(2) 根据 $\angle BAD = \frac{1}{4}\angle CAM$ 设未知数，由 $\angle DAM = 135^\circ$ 列方程即可解答;

(3) 正确画图，分三种情况讨论，列一元一次方程即可解答.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle DAN = 45^\circ$,

$\therefore \angle DAM = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$,

$\because AC$ 平分 $\angle DAM$,

$\therefore \angle CAM = \frac{1}{2}\angle DAM = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67.5^\circ$,

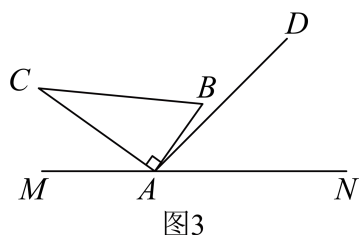
$\because \angle CAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAN = 180^\circ - 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$;

故答案为: 22.5;

【小问 2 详解】

解: 如图 3, 设 $\angle BAD = x^\circ$, 则 $\angle CAM = (4x)^\circ$,



由 (1) 知: $\angle DAM = 135^\circ$,

$\therefore x + 90 + 4x = 135$,

$\therefore x = 9$,

$\therefore \angle CAN = 180^\circ - (4x)^\circ = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$,

故答案为: 144;

【小问 3 详解】

解：三角板运动时间为： $t_1 = \frac{360}{2} = 180\text{s}$ ，

射线 AD 运动时间为： $t_2 = \frac{360}{5} = 72\text{s}$ ，

设运动时间为 t 秒，

当射线 AD 与 AB 重合时，如图 4，

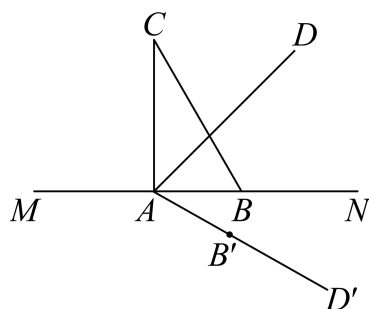


图4

有 $2t + 45 = 5t$ ，

$\therefore t = 15$ ；

当射线 AB 恰好与射线 AD 成 30° 角时，存在以下三种情况：

①当 $0 < t < 15$ 时，如图 5，有 $5t + 30 = 2t + 45$ ，

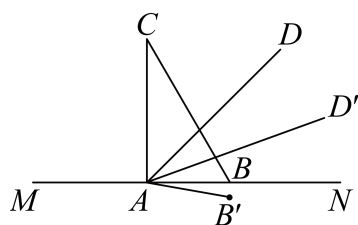
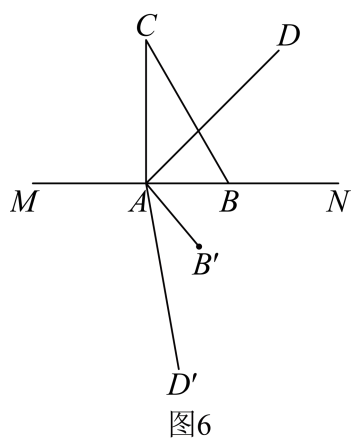


图5

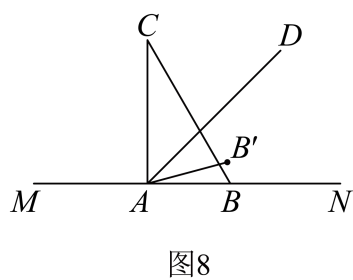
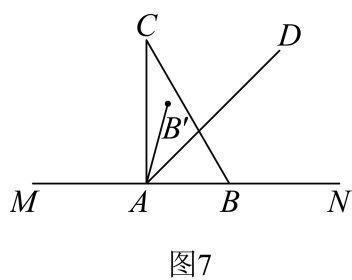
$\therefore t = 5$ ；

②当 $15 < t < 72$ 时，如图 6，有 $5t = 2t + 45 + 30$ ，



$\therefore t = 25$;

③ 72s 后, 射线 AD 停止, 三角板继续旋转,



有 $2t + 30 + 45 = 360$ (如图 7) 或 $2t + (45 - 30) = 360$ (如图 8),

$\therefore t = 142.5$ 和 $t = 172.5$;

综上, 第 5 秒或 25 秒或 142.5 秒或 172.5 秒时, 射线 AB 恰好与射线 AD 成 30° 角.