

上海是 2024 学年南模初中七年级第一学期期末考试数学学科试卷

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 共 12 分)

1. 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^2 \times a^3 = a^5$ C. $a^2 + a^2 = a^5$ D. $a^5 \div a^3 = a$

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题考查了幂的乘方、同底数幂的乘法、合并同类项、同底数幂的除法等知识, 根据运算法则计算后即可得到答案.

【详解】 A. $(a^2)^3 = a^6$, 故选项错误, 不符合题意;

B. $a^2 \times a^3 = a^5$, 故选项正确, 符合题意;

C. $a^2 + a^2 = 2a^2$, 故选项错误, 不符合题意;

D. $a^5 \div a^3 = a^2$, 故选项错误, 不符合题意.

故选: B

2. $(a-b+c)(a-b-c)$ 的计算结果是 ()

- A. $a^2 + b^2 - c^2$ B. $a^2 - b^2 + c^2$
C. $a^2 - 2ac + c^2 - b^2$ D. $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$

【答案】 D

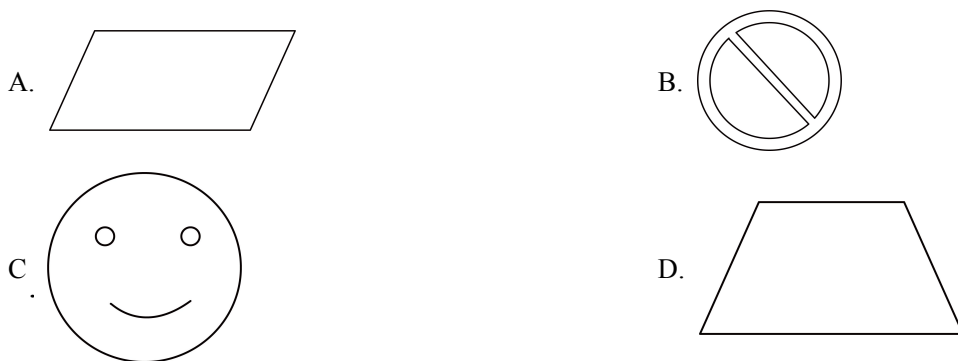
【解析】

【分析】 本题主要考查了利用平方差公式和完全平方公式进行计算, 解题的关键是熟练掌握完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, 平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

【详解】 解: $(a-b+c)(a-b-c)$
 $= [(a-b)+c][(a-b)-c]$
 $= (a-b)^2 - c^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 - c^2.$

故选：D.

3. 下列图形中，是中心对称图形、不是轴对称图形的为（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合．根据轴对称图形和中心对称图形的概念依次判定即可．

- 【详解】解：A. 该图形是中心对称图形但不是轴对称图形，故符合题意；
B. 该图形既是中心对称图形但是轴对称图形，故不符合题意；
C. 该图形不是中心对称图形但是轴对称图形，故不符合题意；
D. 该图形是轴对称图形但不是中心对称图形，故不符合题意；

故选：A.

4. 寒风乍起，甲安装队为A小区安装66台空调，乙安装队为B小区安装60台空调，两队同时开工且恰好同时完工，甲队比乙队每天多安装2台．设乙队每天安装 x 台，根据题意，下面所列方程中正确的是（ ）

A. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$ B. $\frac{66}{x-2} = \frac{60}{x}$ C. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x+2}$ D. $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用，找出题目中的关键词，找到相应的等量关系是解决问题的关键，注意工作时间=工作总量÷工作效率．利用“两队同时开工且恰好同时完工”，可得等量关系为：甲队所用时间=乙队所用时间．再列方程即可．

【详解】解：乙队每天安装 x 台，则甲队每天安装 $(x+2)$ 台，

甲队用的天数为： $\frac{66}{x+2}$ 天，乙队用的天数为： $\frac{60}{x}$ 天，

则列方程为： $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$ ，

故选 D.

5. 在 -1 、 x^2 、 $b+c$ 、 $\frac{5}{a}$ 中, 单项式的个数有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查单项式的识别, 由数与字母的乘积组成的代数式是单项式, 单独一个数或一个字母也是单项式, 据此即可求解.

【详解】 解: -1 、 x^2 、 $b+c$ 、 $\frac{5}{a}$ 中,

-1 、 x^2 是单项式; $b+c$ 是多项式, $\frac{5}{a}$ 分母中含字母, 不是单项式,

因此单项式的个数有 2 个,

故选 B.

6. 下列说法中正确的有 ()

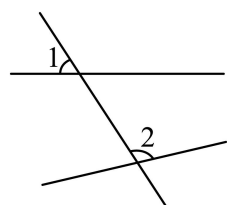
① 相等的角是对顶角;

② 有公共顶点和一条公共边, 且和为 180° 的两个角互为邻补角;

③ 同一平面内过一点有且只有一条直线与已知直线垂直;

④ 直线外一点到这条直线的垂线段, 叫做点到直线的距离;

⑤ 如图, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同旁内角;



A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题考查了对顶角的性质、邻补角的定义、垂线的性质、点到直线的距离、同旁内角的定义等知识. 根据相关知识进行判断即可.

【详解】 解: ① 对顶角相等, 但相等的角不一定是对顶角, 故原说法错误;

② 有公共顶点和一条公共边, 且和为 180° 的两个角不一定互为邻补角, 故原说法错误;

③ 同一平面内过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 原说法正确;

④ 直线外一点到这条直线的垂线段的长度, 叫做点到直线的距离, 故原说法错误;

⑤如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是同旁内角，故原说法错误；

综上所述，正确的说法是③，共1个，

故选：B

二、填空题（本大题共12小题，共36分）

7. 多项式 $\frac{2}{3}ab^2 + \frac{4}{3}a^3b + \frac{1}{3}$ 的次数是_____.

【答案】4

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式的次数，几个单项式的和的形式叫做多项式，每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项，多项式里，次数最高项的次数叫做多项式的次数，据此可得答案.

【详解】解：多项式 $\frac{2}{3}ab^2 + \frac{4}{3}a^3b + \frac{1}{3}$ 的次数是 $3+1=4$ ，

故答案为：4.

8. 用代数式表示：“ x 与 y 的和的倒数”_____.

【答案】 $\frac{1}{x+y}$

【解析】

【分析】应先表示 x 与 y 的和为 $x+y$ ，再表示其倒数为 $\frac{1}{x+y}$ 即可.

【详解】解：根据题意可得：所求代数式为 $\frac{1}{x+y}$ ，

故答案为： $\frac{1}{x+y}$.

【点睛】本题考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系. 注意根据题中的关键词来确定运算的先后顺序.

9. 计算： $\left(\frac{2a}{3b}\right)^{-2}$ = _____.

【答案】 $\frac{9b^2}{4a^2}$

【解析】

【分析】本题考查了负整数指数幂，分式的乘方；

根据负整数指数幂等于正整数指数幂的倒数，结合分式的乘方法则计算即可．

【详解】解： $\left(\frac{2a}{3b}\right)^{-2} = \left(\frac{3b}{2a}\right)^2 = \frac{9b^2}{4a^2}$ ，

故答案为： $\frac{9b^2}{4a^2}$ ．

10. 用科学记数法表示： $-0.0000406 =$ _____．

【答案】 -4.06×10^{-5}

【解析】

【分析】 本题考查了科学记数法；

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数．

【详解】解： $-0.0000406 = -4.06 \times 10^{-5}$ ，

故答案为： -4.06×10^{-5} ．

11. 已知单项式 $x^{n+1}y^3$ 与 $\frac{1}{3}x^3y^{m-1}$ 是同类项，那么 $m+n =$ _____．

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查根据同类项求代数式的值，根据同类项中相同字母的指数相同求出 m 和 n 的值，即可求解．

【详解】解： $\because$ 单项式 $x^{n+1}y^3$ 与 $\frac{1}{3}x^3y^{m-1}$ 是同类项，

$$\therefore n+1=3, \quad m-1=3,$$

$$\therefore n=2, \quad m=4,$$

$$\therefore m+n=4+2=6,$$

故答案为： 6．

12. 在“线段、平行四边形、圆、等边三角形”中，是轴对称图形，不是中心对称图形的_____．

【答案】 等边三角形

【解析】

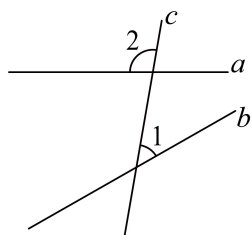
【分析】 本题考查了轴对称图形和中心对称图形，把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够

与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线(成轴)对称，据此判断即可求解，熟练掌握知识点是解题的关键.

【详解】解：在“线段、平行四边形、圆、等边三角形”中，是轴对称图形，不是中心对称图形的等边三角形，

故答案为：等边三角形.

13. 如图，如果 $\angle 2 = 100^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 的同位角的度数为_____.

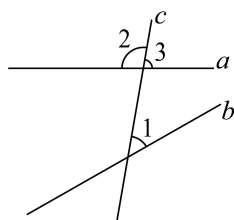


【答案】 80° ##80 度

【解析】

【分析】 本题考查同位角，邻补角的性质，由于 $\angle 2 = 100^\circ$ ，利用邻补角定义可求 $\angle 3$ ，而 $\angle 3$ 就是 $\angle 1$ 的同位角.

【详解】解：如图所示，



$$\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 2 = 100^\circ$$

$$\therefore \angle 3 = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 \text{ 的同位角 } \angle 3 \text{ 等于 } 80^\circ.$$

故答案为： 80° .

14. 计算： $\frac{5}{m-5} + \frac{m}{5-m} =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查分式的加减法，先变形为同分母分式，再进行加减计算即可.

【详解】 $\frac{5}{m-5} + \frac{m}{5-m} = \frac{5}{m-5} - \frac{m}{m-5} = \frac{5-m}{m-5} = -1,$

故答案为：-1.

15. 如果方程 $\frac{x}{x+2} + \frac{a}{2+x} = 4$ 有增根，那么增根是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根，最简公分母为零是解题关键. 根据分式方程的最简公分母为零，可得分式方程的增根.

【详解】 解：方程的最简公分母是 $2+x$ ，

依题意， $2+x=0$ ，解得： $x=-2$ ，

$\therefore$ 分式方程的增根是 $x=-2$ ，

故答案为： $x=-2$.

16. 因式分解 $x^2 + mx - 6 = (x+p)(x+q)$ ，其中 m 、 p 、 q 都为整数，则 m 的最大值是_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 根据整式的乘法和因式分解的逆运算关系，按多项式乘以多项式法则把式子变形，然后根据 p 、 q 的关系判断即可.

【详解】 解： $\because (x+p)(x+q) = x^2 + (p+q)x + pq = x^2 + mx - 6$

$\therefore p+q=m$ ， $pq=-6$ ，

$\therefore pq=1 \times (-6) = (-1) \times 6 = (-2) \times 3 = 2 \times (-3) = -6$ ，

$\therefore m=-5$ 或 5 或 1 或 -1 ，

$\therefore m$ 的最大值为 5 ，

故答案为： 5 .

【点睛】 此题主要考查了整式乘法和因式分解的逆运算的关系，关键是根据整式的乘法还原因式分解的关系式，注意分类讨论的作用.

17. 已知多项式 $p = a^2 + 2b^2 + 2a + 4b + 2027$ ，则 p 的最小值是_____.

【答案】 2024

【解析】

【分析】 本题考查全平方公式的应用，掌握完全平方公式、偶次方的非负性是解题的关键. 利用完全平方公式把原式变形，根据偶次方的非负性解答.

【详解】 解： $p = a^2 + 2b^2 + 2a + 4b + 2027$

$$= a^2 + 2a + 1 + 2b^2 + 4b + 2 + 2024$$

$$= (a+1)^2 + 2(b+1)^2 + 2024,$$

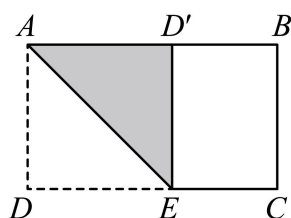
$$\because (a+1)^2 \geq 0, 2(b+1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (a+1)^2 + 2(b+1)^2 + 2024 \geq 2024,$$

$\therefore p$ 的最小值是 2024,

故答案为: 2024.

18. 如图, 已知长方形纸片 $ABCD$, $AB=10$, $AD=x$, $AD < AB$. 先将长方形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 D 落在 AB 边上, 记作点 D' , 折痕为 AE , 再将 $\triangle AED'$ 沿 $D'E$ 向右翻折, 使点 A 落在射线 $D'B$ 上, 记作点 A' . 若翻折后的图形中, 线段 $BD' = 3BA'$, 则 x 的值为_____.

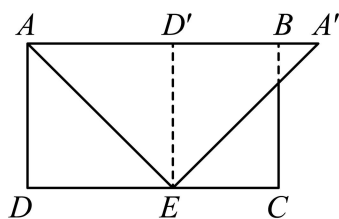


【答案】4 或 $\frac{40}{7}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠的性质, 分当点 A' 在 AB 延长线上时, 当点 A' 在 AB 上时, 两种情况用含 x 的代数式表示出 BD' 的长, 再根据 $AD' + BD' = AB = 10$ 建立方程求解即可.

【详解】 解: 当点 A' 在 AB 延长线上时, 由折叠的性质可得 $AD' = AD = x$, $A'D' = AD' = x$,



$$\because BD' = 3BA',$$

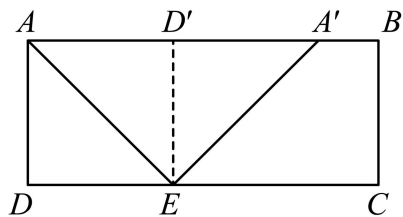
$$\therefore BD' = \frac{3}{4}A'D' = \frac{3}{4}x,$$

$$\because AD' + BD' = AB = 10,$$

$$\therefore x + \frac{3}{4}x = 10,$$

$$\therefore x = \frac{40}{7};$$

当点 A' 在 AB 上时, 由折叠的性质可得 $AD' = AD = x$, $A'D' = AD' = x$,



$$\therefore BD' = 3BA',$$

$$\therefore BD' = \frac{3}{2}A'D' = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore AD' + BD' = AB = 10,$$

$$\therefore x + \frac{3}{2}x = 10,$$

$$\therefore x = 4;$$

综上所述, x 的值为 4 或 $\frac{40}{7}$

故答案为: 4 或 $\frac{40}{7}$.

三、计算题 (本大题共 7 小题, 共 35 分)

19 (1) 计算: $a^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3 + a^8 \div a^2$

(2) 计算: $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} + y^2(x + y)^{-1}$ (结果不含负整数指数幂)

【答案】(1) $-6a^6$; (2) y

【解析】

【分析】此题考查了负整数指数幂、分式的混合运算、幂的混合运算等知识.

(1) 利用同底数幂乘法、积的乘方、同底数幂除法计算, 再合并同类项即可;

(2) 利用先利用平方差公式把分母因式分解, 约分后, 计算负整数指数幂, 最后进行分式的加法即可.

【详解】解: (1) $a^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3 + a^8 \div a^2$

$$= a^6 - 8a^6 + a^6$$

$$= -6a^6$$

(2) $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} + y^2(x + y)^{-1}$

$$= \frac{x^{-1} - y^{-1}}{(x^{-1} + y^{-1})(x^{-1} - y^{-1})} + y^2(x + y)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + \frac{y^2}{x + y}$$

$$= \frac{xy}{x + y} + \frac{y^2}{x + y}$$

$$= \frac{y(x + y)}{x + y}$$

$$= y$$

20. (1) 因式分解: $2a^2 - 6bc + 4ab - 3ac$;

(2) 因式分解: $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$

【答案】 (1) $(2a - 3c)(a + 2b)$ (2) $(x - 1)^2(x + 1)(x - 3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解的方法是解答本题的关键.

(1) 原式先分组, 再运用因式分解法分解即可;

(2) 把 $x^2 - 2x$ 看作整体, 运用十字相乘法分解为 $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 3)$, 再分别运用完全平方公式和十字相乘法分解即可.

【详解】 解: (1) $2a^2 - 6bc + 4ab - 3ac$

$$= (2a^2 - 3ac) + (4ab - 6bc)$$

$$= a(2a - 3c) + 2b(2a - 3c)$$

$$= (2a - 3c)(a + 2b)$$

(2) $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$

$$= (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 3)$$

$$= (x - 1)^2(x + 1)(x - 3)$$

21. 解方程: $\frac{x}{x + 2} + \frac{2}{x^2 + 2x} = 1$.

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】 此题考查了解分式方程；首先将分式方程化为整式方程，解出整式方程，检验即可得出结果.

【详解】 解: $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x^2+2x} = 1$

方程两边同时乘以 $x(x+2)$ 得, $x^2+2=x(x+2)$

即 $2x=2$,

解得: $x=1$,

检验: 当 $x=1$ 时, $x(x+2)=1 \times (1+2)=3 \neq 0$,

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x=1$.

22. 化简: $\left(1-a+\frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2-4}{a^2+2a+1}$, 然后从 $-1, 1, -2, 2$ 中取一个你认为合适的数作为 a 的值, 再代入求值.

【答案】 $-a-1$, 当 $a=1$ 时, 原式 $=-2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值和分式有意义的条件, 先将括号中两项通分并利用同分母分式的加减法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 利用分式有意义的条件是分母不为 0 得到 $a \neq -1$, 把 $a=1$ 代入计算即可求出值.

【详解】 解: $\left(1-a+\frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2-4}{a^2+2a+1}$

$$= \left[\frac{(1-a)(1+a)}{a+1} + \frac{3}{a+1} \right] \div \frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2}$$
$$= \left(\frac{1-a^2+3}{a+1} \right) \times \frac{(a+1)^2}{(a+2)(a-2)}$$
$$= \frac{-(a+2)(a-2)}{a+1} \times \frac{(a+1)^2}{(a+2)(a-2)}$$
$$= -a-1$$

若分式有意义可得 $a \neq -1, a \neq \pm 2$,

$\therefore a=1$

$\therefore$ 当 $a=1$ 时, 原式 $=-1-1=-2$.

23. 已知: $\frac{3x-3}{2x^2+x-1} = \frac{m}{x+1} + \frac{n}{2x-1}$, 求 $m+n$ 的值.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查分式的加减, 先将右边通分后相加, 化成与坐标相同的形式, 再根据对应系数和常数项相等得到一个关于 m 、 n 的二元一次方程组, 从而求出 m 、 n 的值, 继而得解. 掌握分式的加减法则和二元一次方程组的解法是解题的关键.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{m}{x+1} + \frac{n}{2x-1} = \frac{m(2x-1)}{(x+1)(2x-1)} + \frac{n(x+1)}{(x+1)(2x-1)} \\ & = \frac{m(2x-1) + n(x+1)}{2x^2 + x - 1} \\ & = \frac{2mx - m + nx + n}{2x^2 + x - 1} \\ & = \frac{(2m+n)x + (-m+n)}{2x^2 + x - 1}, \end{aligned}$$

$$\text{又} \because \frac{3x-3}{2x^2+x-1} = \frac{m}{x+1} + \frac{n}{2x-1},$$

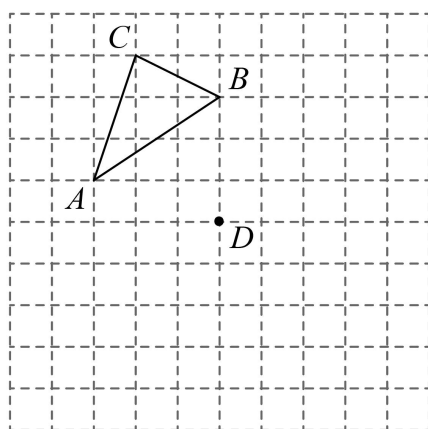
$$\therefore \begin{cases} 2m+n=3 \\ -m+n=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=2 \\ n=-1 \end{cases},$$

$$\therefore m+n=1.$$

四、解答题 (24 题 4 分, 25 题 6 分, 26 题 7 分, 共 17 分)

24. 在图中网格上按要求画出图形, 并回答问题:



(1) 如果将三角形 ABC 绕点 D 向逆时针方向旋转 90° , 使得点 A 、点 B 、点 C 的对应点分别为点 E 、点 F 、点 G , 请画出三角形 EFG ;

(2) 画出三角形 ABC 关于点 D 成中心对称的三角形 $A_1B_1C_1$;

(3) 三角形 EFG 与三角形 $A_1B_1C_1$ _____ (填“是”或“否”) 关于某个点成中心对称? 如果是, 请在图中画出这个对称中心; 如果不是, 请描述通过怎样的运动可以使三角形 EFG 与三角形 $A_1B_1C_1$ 重合.

【答案】 (1) 作图见解析

(2) 作图见解析 (3) 否; 可把三角形 EFG 绕点 D 逆时针旋转 90° 可与三角形 $A_1B_1C_1$ 重合

【解析】

【分析】 本题考查了旋转作图, 作中心对称图形, 掌握旋转和中心对称图形的性质是解题的关键.

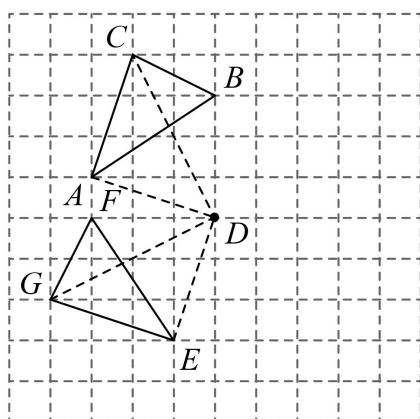
(1) 根据旋转的性质作图即可;

(2) 根据中心对称图形的性质作图即可;

(3) 根据中心对称图形的性质可判断三角形 EFG 与三角形 $A_1B_1C_1$ 不是关于某个点成中心对称, 再根据旋转性质即可求解;

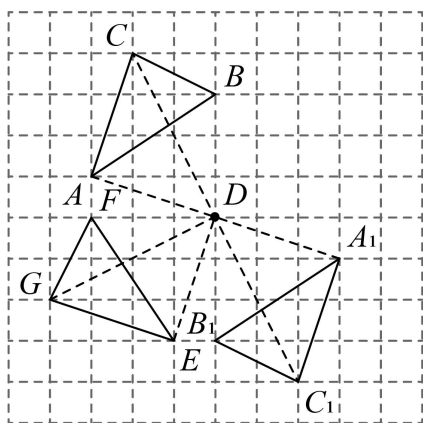
【小问 1 详解】

解: 如图所示, 三角形 EFG 即为所求;



【小问 2 详解】

解: 如图所示, 三角形 $A_1B_1C_1$ 即为所求;



【小问3详解】

解：三角形 EFG 与三角形 $A_1B_1C_1$ 不是关于某个点成中心对称，可把三角形 EFG 绕点 D 逆时针旋转 90° 可与三角形 $A_1B_1C_1$ 重合，

故答案为：否.

25. 若 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 均为大于 0° 小于 180° 的角，且 $|\angle\alpha - \angle\beta| = 60^\circ$ ，则称 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“伙伴角”. 根据这个约定，解答下列问题：

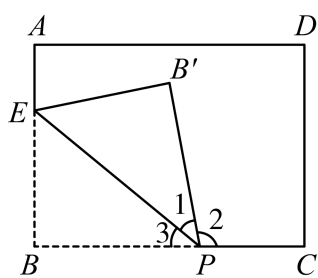


图1

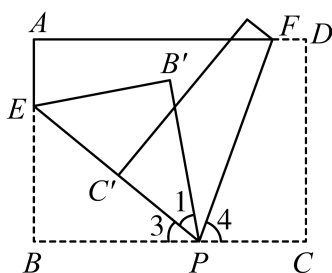


图2

- (1) 若 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为“伙伴角”，当 $\angle\alpha = 130^\circ$ 时，求 $\angle\beta$ 的度数；
- (2) 如图1，将一长方形纸片沿着 EP 对折（点 P 在线段 BC 上，点 E 在线段 AB 上）使点 B 落在点 B' ，若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为“伙伴角”，求 $\angle 3$ 的度数；
- (3) 如图2，在图1的基础上，再将长方形纸片沿着 PF 对折（点 F 在线段 AD 上）使点 C 落在线段 PE 上的点 C' 处，线段 PB' 落在 $\angle EPF$ 内部. 若 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 互为“伙伴角”，求 $\angle BPF$ 的度数.

【答案】(1) $\angle\beta = 70^\circ$

(2) $\angle 3$ 的值为 40° 或 80° .

(3) $\angle BPF = 100^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查了新定义、折叠以及角的和差运算等知识点，一元一次方程的应用，掌握折叠的性质以及方程思想的应用是解答本题的关键.

(1) 按照“互优角”的定义，建立方程求解即可；

(2) 按照“互优角”的定义可得 $\angle 1 - \angle 2 = 60^\circ$ 或 $\angle 1 - \angle 2 = -60^\circ$ ，再建立方程解答即可；

(3) 按照“互优角”的定义可得 $\angle 1 = \angle 4 - 60^\circ$ ，再结合轴对称的性质，平角的定义建立方程解答即可；

【小问 1 详解】

解： $\because \angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 互为“伙伴角”，当 $\angle \alpha = 130^\circ$ 时，

$$\therefore |\angle \alpha - \angle \beta| = 60^\circ, \text{ 即 } |130^\circ - \angle \beta| = 60^\circ$$

$$\therefore 130^\circ - \angle \beta = 60^\circ \text{ 或 } 130^\circ - \angle \beta = -60^\circ,$$

解得： $\angle \beta = 70^\circ$ 或 $\angle \beta = 190^\circ$ (不符合题意舍去)，

$$\therefore \angle \beta = 70^\circ.$$

【小问 2 详解】

$\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为“伙伴角”，

$$\therefore |\angle 1 - \angle 2| = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 60^\circ \text{ 或 } \angle 1 - \angle 2 = -60^\circ,$$

当 $\angle 1 - \angle 2 = 60^\circ$ 时，则 $\angle 2 = \angle 1 - 60^\circ$ ，

由对折可得 $\angle 1 = \angle 3$ ，而 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle 3 + \angle 3 - 60^\circ + \angle 3 = 180^\circ,$$

解得： $\angle 3 = 80^\circ$ ，

当 $\angle 1 - \angle 2 = -60^\circ$ 时，则 $\angle 2 = \angle 1 + 60^\circ$ ，

同理可得： $\angle 3 + \angle 3 + 60^\circ + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle 3 = 40^\circ,$$

综上所述， $\angle 3$ 的值为 40° 或 80° 。

【小问 3 详解】

$\because$ 点 E 、 C' 、 P 在同一直线上，且 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 互为“伙伴角”，

$$\therefore \angle 1 < \angle 4, \angle 4 - \angle 1 = 60^\circ = \angle B'PF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4 - 60^\circ,$$

由对折可得： $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 4 = \angle EPF$ ，而 $\angle BPC = 180^\circ$ ，

$$\therefore 2\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle 4 + \angle 4 - 60^\circ = 180^\circ,$$

解得： $\angle 4 = 80^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$,

$\therefore \angle BPF = 20^\circ + 80^\circ = 100^\circ$.

26. 根据素材，完成任务.

学校组织同学参与甲、乙两款模型的制作。每款模型都需要用到长、短两种管子的材料。同学们进行市场调研后获得以下信息，根据信息设计材料的采购方案：		
素材一	5月20日，同学们前往市场进行调研，从出售管子的商店广告牌获得右边表格内的信息。如果当天直接采购，同学们计算发现：花费320元向该商店购得的长管子数量比花200元购得的短管子数量少80根。	1. 长管子的单价是短管子的2倍。 2. 从6月1日起，购买3根长管子赠送1根短管子。商店库存数量有限，长管子仅剩267根，短管子仅剩2130根。
素材二	另一部分同学对模型结构进行研究后发现：如果用6根长管子、48根短管子制作了1个甲雪花模型和1个乙雪花模型，制作一个甲模型所需长短管子数量之比是1:7，制作乙模型需要的长短管子数量之比是1:9	
素材三	进入6月后，学校发放活动经费1280元，同学们向该商店采购长、短管子各若干根全部用来制作甲、乙雪花模型（材料无剩余），且采购经费恰好用完。	
问题解决		
任务一	确定采购单价： 求长管子、短管子每根单价分别多少元？	
任务二	分析雪花模型结构： 求制作一个甲款、一个乙款雪花模型分别需要长、短管子各多少根？	
任务	拟定采购方案： 采购长短管子分别多少根？	

【答案】任务一：短管子每根单价为 0.5 元，长管子每根单价为 1 元；任务二：制作一个甲款雪花模型需要长管子 3 根，短管子 21 根，制作一个乙款雪花模型需要长管子 3 根，短管子 27 根；任务三：采购方案：①购买 258 根长管子，购买 2044 根短管子，送 86 根短管子；②购买 267 根长管子，购买 2026 根短管子，送 89 根短管子

【解析】

【分析】任务一：设短管子每根单价为 a 元，则长管子每根单价为 $2a$ 元，根据题意列出方程即可求解；
任务二：设制作一个甲款雪花模型需要长管子 x 根，则短管子 $7x$ 根，制作一个乙款雪花模型需要长管子 y 根，则短管子 $9y$ 根，根据题意列出二元一次方程组解答即可求解；

任务三：设学校中采购了 m 根长管子， n 根短管子，根据题意可得 $m + 0.5\left(n - \frac{m}{3}\right) = 1280$ ，即得

$$n = 2560 - \frac{5}{3}m, \text{ 再列出不等式组 } \begin{cases} m \leq 267 \\ 2560 - \frac{5}{3}m \leq 2130 \end{cases} \text{ 求出 } m \text{ 的取值范围, 进而根据 } m \text{ 必须能被 } 3 \text{ 整除得}$$

到 $m = 258, 261, 264, 267$ ，据此解答即可求解；

本题考查了分式方程的应用，二元一次方程组的应用，一元一次不等式组的应用，根据题意找到等量关系和不等量关系是解题的关键.

【详解】解：任务一：设短管子每根单价为 a 元，则长管子每根单价为 $2a$ 元，

$$\text{由题意得, } \frac{200}{a} - \frac{320}{2a} = 80,$$

解得 $a = 0.5$,

经检验, $a = 0.5$ 是原方程的解, 符合题意,

$$\therefore 2a = 1,$$

答：短管子每根单价为 0.5 元，长管子每根单价为 1 元；

任务二：设制作一个甲款雪花模型需要长管子 x 根，则短管子 $7x$ 根，制作一个乙款雪花模型需要长管子 y 根，则短管子 $9y$ 根，

$$\text{根据题意得, } \begin{cases} x + y = 6 \\ 7x + 9y = 48 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases},$$

$$\therefore 7x=21, \quad 9y=27,$$

答：制作一个甲款雪花模型需要长管子3根，短管子21根，制作一个乙款雪花模型需要长管子3根，短管子27根；

任务三：设学校中采购了 m 根长管子， n 根短管子，

$$\text{根据题意得，} \quad m + 0.5\left(n - \frac{m}{3}\right) = 1280,$$

$$\text{解得} \quad n = 2560 - \frac{5}{3}m,$$

$\therefore$ 商店中长管子仅剩267根，短管子仅剩2130根，

$$\therefore \begin{cases} m \leq 267 \\ 2560 - \frac{5}{3}m \leq 2130 \end{cases},$$

$$\text{解得} \quad 258 \leq m \leq 267,$$

$\therefore m$ 必须能被3整除，

$$\therefore m = 258, \quad 261, \quad 264, \quad 267,$$

$$\text{当} \quad m = 258 \text{ 时,} \quad n = 2560 - \frac{5}{3} \times 258 = 2130,$$

设制作甲雪花模型 p 个，乙雪花模型 q 个，

$$\text{则} \begin{cases} 3p + 3q = 258 \\ 21p + 27q = 2130 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} p = 32 \\ q = 54 \end{cases}, \quad \text{符合题意,}$$

$$\text{此时购买} \quad 2130 - \frac{258}{3} = 2044 \text{ 根短管子, 送} \quad \frac{258}{3} = 86 \text{ 根短管子可以用完,}$$

$\therefore$ 可以购买258根长管子，购买2044根短管子，送86根短管子；

$$\text{当} \quad m = 261 \text{ 时,} \quad n = 2560 - \frac{5}{3} \times 261 = 2125,$$

设制作甲雪花模型 p 个，乙雪花模型 q 个，

$$\text{则} \begin{cases} 3p + 3q = 261 \\ 21p + 27q = 2125 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} p = \frac{112}{3} \\ q = \frac{149}{3} \end{cases}, \text{不合题意, 此时材料有剩余;}$$

$$\text{当 } m = 264 \text{ 时, } n = 2560 - \frac{5}{3} \times 264 = 2120,$$

设制作甲雪花模型 p 个, 乙雪花模型 q 个,

$$\text{则} \begin{cases} 3p + 3q = 264 \\ 21p + 27q = 2120 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} p = \frac{128}{3} \\ q = \frac{136}{3} \end{cases}, \text{不合题意, 此时材料有剩余;}$$

$$\text{当 } m = 267 \text{ 时, } n = 2560 - \frac{5}{3} \times 267 = 2115,$$

设制作甲雪花模型 p 个, 乙雪花模型 q 个,

$$\text{则} \begin{cases} 3p + 3q = 267 \\ 21p + 27q = 2115 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} p = 7 \\ q = 82 \end{cases}, \text{符合题意,}$$

$$\text{此时购买 } 2115 - \frac{267}{3} = 2026 \text{ 根短管子, 送 } \frac{267}{3} = 89 \text{ 根短管子可以用完,}$$

$\therefore$ 可以购买 267 根长管子, 购买 2026 根短管子, 送 89 根短管子;

综上, 采购方案有两种:

①购买 258 根长管子, 购买 2044 根短管子, 送 86 根短管子;

②购买 267 根长管子, 购买 2026 根短管子, 送 89 根短管子.