

2024-2025 学年上海市徐汇区西南模范中学七年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 5 小题，每题 2 分，满分 10 分）

（2024 秋•徐汇区校级期末）

1. 下列手机中的图标是轴对称图形的是（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了轴对称图形的识别. 根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【详解】解：A、B、D 选项中的图形都不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

C 选项中的图形能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

故选：C.

（2024 秋•徐汇区校级期末）

2. 若 a 、 b 均为正整数，且满足 $2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b$ ，则 a 与 b 的关系正确的是（ ）

- A. $a = 2b$ B. $2a = b + 4$ C. $a + 2 = b^4$ D. $a + 2 = 4b$

【答案】D

【解析】

【分析】该题主要考查了幂的乘方、同底数幂的乘法解题的关键是掌握以上运算法则.

根据 $2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^{a+2}$ ， $2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b = 2^{4b}$ ，列出等式即可解答.

【详解】解： $2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^a \times 4 = 2^a \times 2^2 = 2^{a+2}$ ，

$$2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b = (2^b)^4 = 2^{4b},$$

$\therefore 2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b$ ， a 、 b 均为正整数，

$$\therefore a + 2 = 4b,$$

故选：D.

(2023 秋•普陀区期末)

3. 如果当 $x = -1$ 时，分式 M 的值为 0，那么 M 可以是 ()

- A. $\frac{x-1}{x+1}$ B. $\frac{1-x}{x+1}$ C. $\frac{x+1}{x-1}$ D. $\frac{x-1}{x^2-1}$

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了分式的值为零的条件，正确把握相关定义是解题关键.

直接利用分式的值为零则分子为零，分母不为零进而得出答案.

【详解】解：A. 当 $x = -1$ 时，分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 没有意义，故本选项不符合题意；

B. 当 $x = -1$ 时，分式 $\frac{1-x}{x+1}$ 没有意义，故本选项不符合题意；

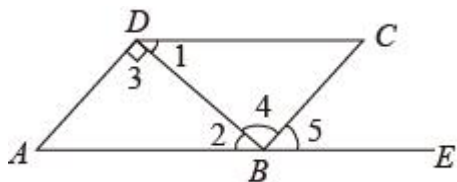
C. 当 $x = -1$ 时，分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 的值为 0，故本选项符合题意；

D. 当 $x = -1$ 时，分式 $\frac{x-1}{x^2-1}$ 没有意义，故本选项不符合题意.

故选：C.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

4. 如图，点 E 在 AB 的延长线上，下列条件中可以判断 $AB \parallel DC$ 的是 ()



- A. $\angle A = \angle 5$ B. $\angle 3 = \angle 4$
C. $\angle ABC + \angle C = 180^\circ$ D. $\angle ADC = \angle ABC$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的判定逐项判断即可得.

【详解】A、由 $\angle A = \angle 5$ 可得 $AD \parallel BC$ ，则此项不符合题意；

B、由 $\angle 3 = \angle 4$ 可得 $AD \parallel BC$ ，则此项不符合题意；

C、由 $\angle ABC + \angle C = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel DC$ ，则此项符合题意；

D、由 $\angle ADC = \angle ABC$ 不能判断 $AB \parallel DC$ ，则此项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线的判定，熟练掌握平行线的判定方法是解题关键.

(2023 秋•宝山区期末)

5. 如果一个数等于两个连续奇数的平方差，那么我们称这个数为“友谊数”. 下列数中“友谊数”是 ()

A. 502

B. 520

C. 205

D. 250

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了平方差公式，设较小的奇数为 x ，较大的为 $x+2$ ，根据题意列出算式，求出解判断即可，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

【详解】解：设较小的奇数为 x ，较大的为 $x+2$ ，

根据题意得： $(x+2)^2 - x^2 = (x+2-x)(x+2+x) = 4x+4$ ，

A、若 $4x+4=502$ ，即 $x=\frac{498}{4}$ ，不为整数，不符合题意；

B、若 $4x+4=520$ ，即 $x=129$ ，符合题意；

C、若 $4x+4=205$ ，即 $x=\frac{201}{4}$ ，不为整数，不符合题意；

D 若 $4x+4=250$ ，即 $x=\frac{246}{4}$ ，不为整数，不符合题意；

故选：B.

二、填空题 (本大题共 13 题，每题 2 分，满分 26 分)

(2024 秋•徐汇区校级期末)

6. 当 x _____ 时，分式 $\frac{2x}{5x+4}$ 有意义.

【答案】 $\neq -\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了分式有意义的条件，关键是掌握分式有意义的条件为分母不等于 0. 根据分式有意义的条件解得即可.

【详解】解：根据题意，当分式有意义时， $5x+4 \neq 0$ ，

解得 $x \neq -\frac{4}{5}$ ，

故答案为： $\neq -\frac{4}{5}$ ，

(2009 秋•静安区期末)

7. 计算: $\frac{a^2-1}{a+2} - \frac{1-a}{a+2} =$ _____.

【答案】 $a-1$

【解析】

【分析】 利用同分母分式的减法法则计算，分子整理后分解因式，约分即可得到结果.

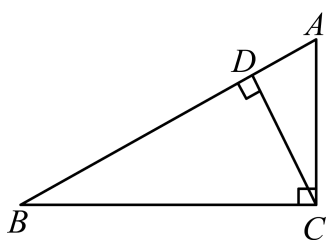
【详解】 解: 原式 $= \frac{a^2-1-1+a}{a+2} = \frac{a^2+a-2}{a+2} = \frac{(a+2)(a-1)}{a+2} = a-1$.

故答案为 $a-1$.

【点睛】 本题考查了同分母分式的加减运算，关键是掌握因式分解和约分.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

8. 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB \perp CD$, 垂足为 D , 线段 _____ 的长表示点 B 到直线 CD 的距离.



【答案】 BD

【解析】

【分析】 根据点到直线的距离为这一点到直线的垂线段的距离，即可求解.

【详解】 解: 由题意可得: $BD \perp CD$,

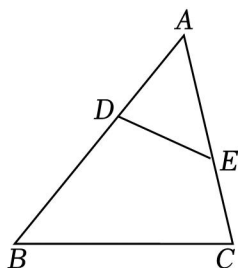
线段 BD 的长表示点 B 到直线 CD 的距离,

故答案为: BD .

【点睛】 此题考查了点到直线的距离，解题的关键是理解点到直线的距离的概念.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

9. 如图: 与 $\angle B$ 构成同旁内角的角有 _____ 个.



【答案】3

【解析】

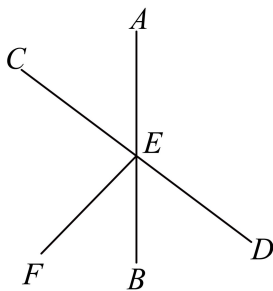
【分析】本题考查同旁内角，关键是掌握同旁内角的定义．根据两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线之间，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同旁内角，由此即可得到答案．

【详解】解：能与 $\angle B$ 构成同旁内角的角有 $\angle C$ 、 $\angle BDE$ 、 $\angle A$ ，共 3 个．

故答案为：3．

(2024 秋•徐汇区校级期末)

10. 如图，直线 AB 、 CD 相交于 E ， $EF \perp CD$ ，垂足为 E ．当 $\angle BEF=33^\circ$ 时， $\angle AEC=$ _____．



【答案】 57°

【解析】

【分析】根据垂直的定义求出 $\angle DEF = 90^\circ$ ，可得 $\angle BED$ 的度数，再根据对顶角相等即可得出答案．
本题考查了垂线，对顶角，熟练掌握垂直的定义，对顶角的性质是解题的关键．

【详解】解： $\because EF \perp CD$ ，

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\because \angle BEF = 33^\circ,$$

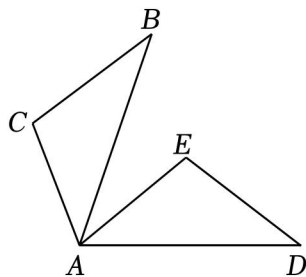
$$\therefore \angle BED = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BED = 57^\circ.$$

故答案为： 57° ．

(2024 秋•徐汇区校级期末)

11. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 77° 后得到 $\triangle ADE$, 点 B 与点 D 是对应点, 点 C 与点 E 是对应点. 如果 $\angle EAB = 39^\circ$, 那么 $\angle DAC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 115

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质, 熟记旋转的性质是解题的关键. 根据旋转的性质得出 $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle DAB = 77^\circ$, 求出 $\angle BAC = \angle DAE = \angle BAD - \angle EAB = 77^\circ - 39^\circ = 38^\circ$, 即可得出结果.

【详解】 解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 77° 后得到 $\triangle ADE$,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE, \angle DAB = 77^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle EAB = 39^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE = \angle BAD - \angle EAB = 77^\circ - 39^\circ = 38^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 2 \times 38^\circ + 39^\circ = 115^\circ,$$

故答案为: 115.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

12. 甲安装队为 A 小区安装 78 台空调, 乙安装队为 B 小区安装 65 台空调, 两队同时开工且恰好同时完工, 甲队比乙队每天多安装 3 台, 若设乙队每天安装 x 台, 则根据题意可列方程 . (无需解方程)

【答案】 $\frac{78}{x+3} = \frac{65}{x}$

【解析】

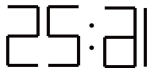
【分析】 本题考查了分式方程的应用, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键. 设乙队每天安装 x 台, 则甲队每天安装 $(x+3)$ 台, 根据两队同时开工且恰好同时完工, 列出分式方程即可.

【详解】 解: 设乙队每天安装 x 台, 则甲队每天安装 $(x+3)$ 台,

由题意得: $\frac{78}{x+3} = \frac{65}{x}$,

故答案为: $\frac{78}{x+3} = \frac{65}{x}$.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

13. 小明从镜子里看到镜子对面电子钟的像如图所示: , 实际时间是 _____.

【答案】 16:25

【解析】

【分析】本题考查镜面反射的原理与性质. 解决此类题应认真观察, 注意技巧. 利用镜面对称的性质求解. 镜面对称的性质: 在平面镜中的像与现实中的事物恰好顺序颠倒, 且关于镜面对称.

【详解】解: 根据镜面对称的性质, 题中所显示的时刻与 16:25 成轴对称, 所以此时实际时刻为 16:25,
故答案为: 16:25.

(2019•高邮市二模)

14. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{2-x}$ 有增根, 则 m 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】本题主要考查了根据分式方程根的情况求参数, 先把原方程化为整式方程后求出 $x = 3 - m$, 再根据分式方程有增根的情况是分母为 0 得到 $x - 2 = 0$, 即 $x = 2$, 则 $3 - m = 2$, 解方程即可得到答案.

【详解】解: $\frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{2-x}$

去分母得: $x - 3 = -m$,

解得 $x = 3 - m$,

$\therefore$ 关于 x 的分式方程 $\frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{2-x}$ 有增根,

$\therefore x - 2 = 0$, 即 $x = 2$,

$\therefore 3 - m = 2$,

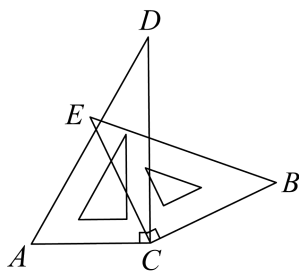
$\therefore m = 1$,

故答案为: 1.

(2024 秋•徐汇区校级期末)

15. 将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图方式叠放在一起 (其中 $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 30^\circ$,

$\angle E = \angle B = 45^\circ$), 当 $\angle ACE < 180^\circ$, 且点 E 在直线 AC 的上方时, 满足三角尺 BCE 有一条边与斜边 AD 平行, 那么此时 $\angle ACE = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 30° 或 120° 或 165°

【解析】

【分析】 本题考查利用平行线的性质求角的度数, 分类讨论 $AD \parallel BC$ 、 $AD \parallel CE$ 、 $AD \parallel BE$, 画出对应的图形, 理由平行线的性质即可求解.

【详解】 解: 如图 1: 当 $AD \parallel BC$ 时:

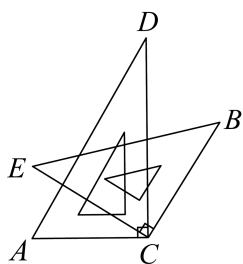


图1

则 $\angle D = \angle BCD = 30^\circ$

$$\because \angle ACE + \angle ECD = \angle ECD + \angle BCD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = \angle BCD = 30^\circ$$

如图 2: 当 $AD \parallel CE$ 时:

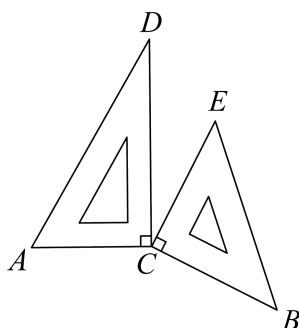


图2

$$\angle D = \angle DCE = 30^\circ$$

此时: $\angle ACE = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

如图 3: 当 $AD \parallel BE$ 时: 延长 BC 交 AD 于点 M

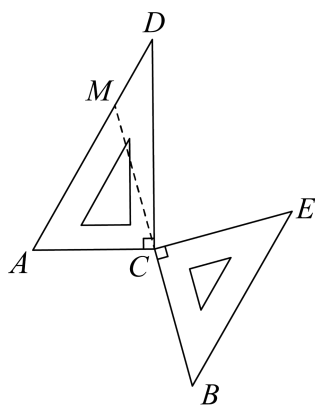


图3

则 $\angle AMC = \angle B = 45^\circ$

$$\therefore \angle ACM = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ + 75^\circ = 165^\circ$$

综上所述: $\angle ACE = 30^\circ$ 或 120° 或 165°

故答案为: 30° 或 120° 或 165°

(2024 秋•徐汇区校级期末)

16. 已知 $\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{2}{9}$, 则 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1} =$ _____.

【答案】 $\frac{4}{45}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的值, 解题关键是熟练掌握如何利用求分式倒数的方法求出分式的值, 先根据已知条件, 求出 $\frac{x^2+x+1}{x}$ 的值, 从而求出 $x + \frac{1}{x}$, 再求出 $x^2 + \frac{1}{x^2}$, 最后求出 $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}$ 的值, 从而求出答案即可.

【详解】 解: $\because \frac{x}{x^2+x+1} = \frac{2}{9}$,

$$\therefore \frac{x^2+x+1}{x} = \frac{9}{2},$$

$$x+1+\frac{1}{x} = \frac{9}{2},$$

$$x+\frac{1}{x} = \frac{7}{2},$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{49}{4},$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{49}{4},$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{41}{4},$$

$$\therefore \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$$

$$= \frac{41}{4} + 1$$

$$= \frac{45}{4},$$

$$\therefore \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{4}{45},$$

故答案为: $\frac{4}{45}$.

(2023 秋•崇明区期末)

17. 将 9 个代数式填入九宫格的方格中, 使得九宫格的每一横行、每一竖列以及两条对角线上的 3 个代数式的和都相等. 已知九宫格中的部分代数式如图所示, 则 $M - N = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含有 x 的代数式表示)

M		$x^2 - x - 1$
		x
$x^2 - x$	$x - 1$	N

【答案】 $-2x^2 + 4x$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减, 解答本题的关键是明确题意. 先设最中间的代数式为 P , 然后根据题意, 即可用含 x 的代数式表示出 P , 利用九宫格的每一横行、每一竖列以及两条对角线上的 3 个代数式的和都相等, 利用整式加减即可求解.

【详解】 解: 设最中间的代数式为 p ,

由题意可得, $(x^2 - x) + (x - 1) + N = (x^2 - x) + P + (x^2 - x - 1),$

$$\therefore P = -x^2 + 2x + N,$$

$$\therefore \text{第一列中间的代数式为: } (x^2 - x) + (x - 1) + N - (x - x^2 + 2x + N) = 2x^2 - 3x - 1,$$

$\therefore$ 第一列的三个数之和 = 第三行的三个数之和,

$$\therefore M + (2x^2 - 3x - 1) + (x^2 - x) = (x^2 - x) + (x - 1) + N,$$

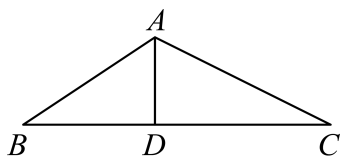
$$\text{化简, 得: } M - N = -2x^2 + 4x,$$

$$\text{故答案为: } -2x^2 + 4x.$$

(2024 秋•徐汇区校级期末)

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AD \perp BC$, $AD = 2$, $BD = 3$, $CD = 4$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转, 使得点 A 的对应点 A' 落在边 BC 上, 点 B 、 C 的对应点分别是点 B' 、 C' , 则 $\triangle A'B'C'$ 的面积等于

_____.



【答案】3 或 9

【解析】

【分析】本题考查旋转的性质、三角形的面积公式、分类讨论数学思想的运用等知识与方法, 正确地进行分类讨论并且画出相应的图形是解题的关键.

由点 D 在边 BC 上, $AD \perp BC$, 得 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 再分两种情况讨论, 一是 A' 落在线段 CD 上, 则 $B'D = BD = 3$, $B'D \perp A'C$, 因为 $CD = 4$, $A'D = AD = 2$, 所以 $A'C = CD - A'D = 2$, 求得 $S_{\triangle A'B'C} = 3$;

二是点 A' 落在线段 BD 上, 则 $B'D = BD = 3$, $A'D = AD = 2$, $B'D \perp A'C$, 所以 $A'C = CD + A'D = 6$,

求得 $S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$, 于是得到问题的答案.

【详解】解: $\because$ 点 D 在边 BC 上, $AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

如图1, 点 A' 落在线段 CD 上,

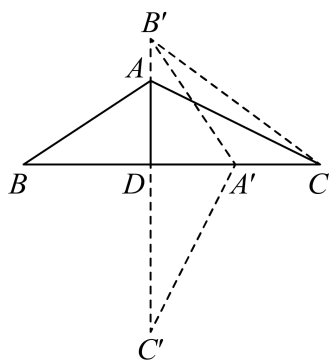


图1

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = \angle B'DC = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$,

$$\therefore B'D \perp A'C,$$

$$\because CD = 4, A'D = AD = 2,$$

$$\therefore A'C = CD - A'D = 4 - 2 = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3;$$

如图2, 点 A' 落在线段 BD 上,

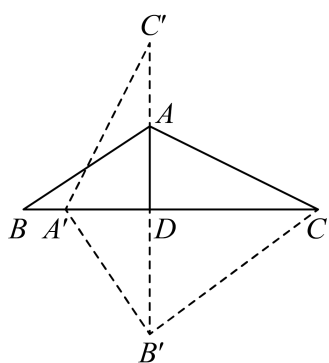


图2

由旋转得 $\angle A'DB' = \angle ADB = 90^\circ$, $B'D = BD = 3$, $A'D = AD = 2$,

$$\therefore B'D \perp A'C,$$

$$\because A'C = CD + A'D = 4 + 2 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle A'B'C} = \frac{1}{2} A'C \cdot B'D = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9,$$

综上所述, $\triangle A'B'C$ 的面积等于3或9,

故答案为: 3或9.

三、简答题 (本大题共6题, 每题5分, 满分30分)

(2020秋•奉贤区期末)

19. 计算: $(2x-1)^2 - 2(x-2)(x+6)$

【答案】 $2x^2 - 12x + 25$

【解析】

【分析】 根据完全平方公式、多项式乘以多项式的法则展开，再合并同类项即可．

【详解】 解：原式 $= 4x^2 - 4x + 1 - 2(x^2 + 4x - 12)$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 - 8x + 24$$

$$= 2x^2 - 12x + 25.$$

【点睛】 本题考查整式的混合运算，解题的关键是注意去括号、合并同类项，以及公式的运用．

(2024 秋•徐汇区校级期末)

20. 计算： $\left(\frac{-4x}{x^2y}\right)^2 \div \left(\frac{a^{-1}x^2}{2y^{-1}}\right)^2 \cdot \left(\frac{ay}{x}\right)^{-4}$.

【答案】 $\frac{64}{x^2y^8a^2}$.

【解析】

【分析】 本题考查了分式的乘除法，分式的乘方，负整数指数幂，先根据负整数指数幂，分式的乘方法则进行运算，然后由分式的乘除法即可求解，掌握相关运算法则是解题的关键．

【详解】 解：原式 $= \frac{16x^2}{x^4y^2} \div \frac{a^{-2}x^4}{4y^{-2}} \cdot \frac{a^{-4}y^{-4}}{x^{-4}}$

$$= \frac{16x^2}{x^4y^2} \div \frac{x^4y^2}{4a^2} \cdot \frac{x^4}{a^4y^4}$$

$$= \frac{16x^2}{x^4y^2} \cdot \frac{4a^2}{x^4y^2} \cdot \frac{x^4}{a^4y^4}$$

$$= \frac{64}{x^2y^8a^2}.$$

(2024 秋•徐汇区校级期末)

21. 计算： $4 + \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \div \frac{4x}{x^2-x-6}$.

【答案】 $\frac{5x-11}{x-2}$

【解析】

【分析】本题考查了分式的混合运算，一般按常规运算顺序，但有时应先根据题目的特点，运用乘法的运算律进行灵活运算．先把括号内通分，再进行同分母的减法运算，接着把除法运算化为乘法运算，则约分得到原式 $= 4 + \frac{x-3}{x-2}$ ，然后进行同分后进行同分母的加法运算．

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：原式} &= 4 + \frac{x(x+2) - x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{(x-3)(x+2)}{4x} \\ &= 4 + \frac{x^2 + 2x - x^2 + 2x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{(x-3)(x+2)}{4x} \\ &= 4 + \frac{4x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{(x-3)(x+2)}{4x} \\ &= 4 + \frac{x-3}{x-2} \\ &= \frac{4(x-2) + x-3}{x-2} \\ &= \frac{4x-8+x-3}{x-2} \\ &= \frac{5x-11}{x-2}. \end{aligned}$$

(2024 秋•徐汇区校级期末)

22. 因式分解： $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$.

【答案】 $(c-a+b)(c+a-b)(a+b-c)(a+b+c)$

【解析】

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} &4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 \\ &= [2ab - (a^2 + b^2 - c^2)][2ab + (a^2 + b^2 - c^2)] \\ &= [- (a^2 + b^2 - 2ab) + c^2][(a+b)^2 - c^2] \\ &= [c^2 - (a-b)^2][(a+b)^2 - c^2] \\ &= (c-a+b)(c+a-b)(a+b-c)(a+b+c) \end{aligned}$$

(2024 秋•徐汇区校级期末)

23. 因式分解： $(a^2 + 6a)^2 + 14(a^2 + 6a) + 45$.

【答案】 $(a+3)^2(a+1)(a+5)$

【解析】

【分析】 本题考查了十字相乘法与完全平方公式法分解因式；先用十字相乘法分解因式，再对每个因式分别用十字相乘法与完全平方公式进行因式分解即可.

【详解】 解：原式 $= (a^2 + 6a + 9)(a^2 + 6a + 5)$
 $= (a + 3)^2(a + 1)(a + 5).$

(2023 秋•杨浦区期末)

24. 解方程 $\frac{x+5}{x^2-x} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x}$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解法，熟练掌握运算法则是解题的关键.
根据分式方程的运算法则进行运算即可.

【详解】 $\frac{x+5}{x^2-x} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x}$

解：整理可得： $\frac{x+5}{x(x-1)} = \frac{5}{x-1} - \frac{3}{x},$

所有项同乘 $x(x-1)$ 去分母可得： $x+5 = 5x-3(x-1),$

去括号可得： $x+5 = 5x-3x+3,$

移项可得： $x-5x+3x = 3-5,$

合并同类项可得： $-x = -2,$

系数化为1可得： $x = 2,$

检验：把 $x = 2$ 代入 $x(x-1)$ 可得： $2(2-1) = 2,$

$\therefore x = 2$ 是原方程的解.

四、解答题 (本大题共 4 题, 6 分+6 分+6 分+6 分, 共 24 分)

(2024 秋•徐汇区校级期末)

25. 化简： $\left(1 + \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}\right) \cdot (5x-5) + \frac{x^2+2x-3}{x-1}$ 并在 $x = 1, 2, -\frac{2}{13}$ 三个数中选取两个求这个代数式的值.

【答案】 $11x+3$ ；当 $x = 2$ 时，值为 25，当 $x = -\frac{2}{13}$ 时，值为 $\frac{17}{13}$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的化简求值，熟练的利用分配律进行简便运算是解本题的关键，先把能够分解因式的地方分解因式，再利用分配律计算乘法，再合并即可，然后从选取一个使得原分式有意义的值，代入化简后的式子即可解答.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： 原式} &= \left[1 + \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} \right] \times 5(x-1) + \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} \\ &= \left(1 + \frac{x+1}{x-1} \right) \times 5(x-1) + x+3 \\ &= 5(x-1) + 5(x+1) + x+3 \\ &= 5x-5+5x+5+x+3 \\ &= 11x+3, \end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $x=1$ 是 $x-1=0$ ，分式无意义，

$\therefore x$ 可以取 2 和 $-\frac{2}{13}$ ，

当 $x=2$ 时，原式 $= 11 \times 2 + 3 = 25$ ；

当 $x = -\frac{2}{13}$ 时，原式 $= 11 \times \left(-\frac{2}{13} \right) + 3 = \frac{17}{13}$.

(2022•山西)

26. 2022 年我国已成为全球最大的电动汽车市场，电动汽车在保障能源安全，改善空气质量等方面较传统汽车都有明显优势，经过对某款电动汽车和某款燃油车的对比调查发现，电动汽车平均每公里的充电费比燃油车平均每公里的加油费少 0.6 元. 若充电费和加油费均为 200 元时，电动汽车可行驶的总路程是燃油车的 4 倍，求这款电动汽车平均每公里的充电费.



【答案】 这款电动汽车平均每公里的充电费为 0.2 元.

【解析】

【分析】 设这款电动汽车平均每公里的充电费为 x 元，则燃油车平均每公里的充电费为 $(x+0.6)$ 元，根据“电

电动汽车可行驶的总路程是燃油车的 4 倍”列分式方程，解方程即可求解.

【详解】解：设这款电动汽车平均每公里的充电费为 x 元.

根据题意，得 $\frac{200}{x} = \frac{200}{x+0.6} \times 4$.

解，得 $x = 0.2$.

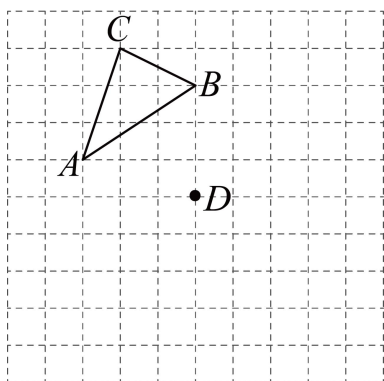
经检验， $x = 0.2$ 是原方程的根.

答：这款电动汽车平均每公里的充电费为 0.2 元.

【点睛】本题考查分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

(2018 秋•闵行区期末)

27. 在图中网格上按要求画出图形，并回答问题:



(1) 如果将三角形 ABC 平移，使得点 A 平移到图中点 D 位置，点 B 、点 C 的对应点分别为点 E 、点 F ，请画出三角形 DEF ；

(2) 画出三角形 ABC 关于点 D 成中心对称的三角形 $A_1B_1C_1$ ；

(3) 三角形 DEF 与三角形 $A_1B_1C_1$ _____ (填“是”或“否”) 关于某个点成中心对称？如果是，请在图中画出这个对称中心，并记作点 O .

【答案】(1) 见详解 (2) 见详解

(3) 是，画图见详解

【解析】

【分析】本题主要考查作图-旋转变换和平移变换，解题的关键是熟练掌握旋转变换和平移变换的定义和性质，并据此得出变换后的对应点.

(1) 由题意得出，需将点 B 与点 C 先向右平移 3 个单位，再向下平移 1 个单位，据此可得；

(2) 分别作出三顶点分别关于点 D 的对称点，再首尾顺次连接可得；

(3) 连接两组对应点即可得.

【小问 1 详解】

如图所示， $\triangle DEF$ 即为所求.

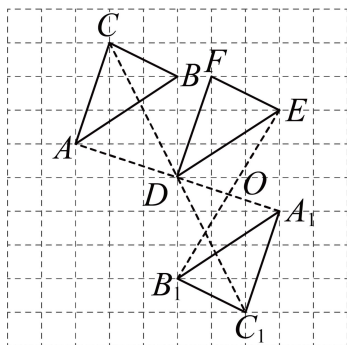
【小问 2 详解】

如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

【小问 3 详解】

如图所示， $\triangle DEF$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是关于点 O 成中心对称，

故答案为：是.



(2024 秋•徐汇区校级期末)

28. 图 (1) 是一块智慧黑板的平面示意图，由①、②、③、④四块长方形小黑板组成，四块小黑板的长和宽如图所示（其中 $a < b$ ），②和③号黑板分别可以向左、向右水平移动，移动后就可以看到黑板后的电子屏幕.

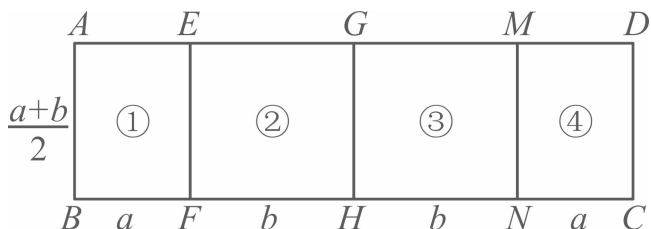


图 1

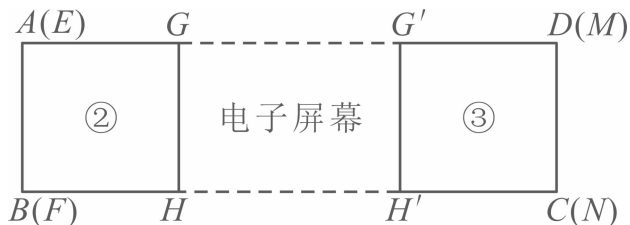


图 2

(1) 将②号黑板向左水平移动到 EF 与 AB 重合，③号黑板向右水平移动到 MN 与 DC 重合，此时电子屏幕全部呈现，没有黑板遮挡，如图 (2) 所示. 求电子屏幕的总面积；(用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 将②号黑板向左水平移动长度 $\frac{1}{4}a$ ，③号黑板水平向右水平移动一定的长度，此时被黑板遮挡住的电

子屏幕的面积为 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{4}$ ，求③号黑板向右水平移动的长度。（用含 a 、 b 的代数式表示）

【答案】(1) $a^2 + ab$

(2) $\frac{5}{4}a - \frac{1}{2}b$

【解析】

【分析】本题考查了列代数式，整式的混合运算。

(1) 分别求出电子屏幕的长和宽，再根据长方形面积公式，即可解答；

(2) 用电子屏幕的长，减去被遮住部分的长，再减去②号黑板向左水平移动长度，即可求解。

【小问 1 详解】

解：根据题意可得：电子屏幕的长 $= 2a + 2b - 2b = 2a$ ，

电子屏幕的宽 $= \frac{a+b}{2}$ ，

$\therefore$ 电子屏幕的总面积 $= 2a \cdot \frac{a+b}{2} = a^2 + ab$ 。

【小问 2 详解】

解： $2a - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \div \frac{a+b}{2} - \frac{1}{4}a$

$= 2a - \frac{a+b}{2} - \frac{1}{4}a$

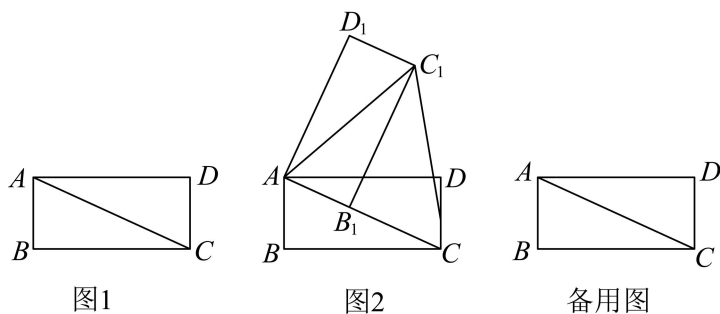
$= \frac{5}{4}a - \frac{1}{2}b$ 。

答：③号黑板向右水平移动的长度为 $\frac{5}{4}a - \frac{1}{2}b$ 。

五、综合题（共 10 分）

（2024 秋•徐汇区校级期末）

29. 某学校数学兴趣小组的成员李同学在学习了图形的旋转这节课后，探索了一个新的问题：新定义：把长方形 $ABCD$ 绕着一个顶点旋转，使一边落在对角线上，把这样的旋转称为“对角旋转”，这个旋转角称为“对角旋转角”，如图 1，在长方形 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ， AC 是对角线，



(1) 如图 2, 把长方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针作“对角旋转”, 使边 AB 落在对角线 AC 上, 此时点 B 的对应点为点 B_1 , 点 C 的对应点为点 C_1 , 点 D 的对应点为点 D_1 , 连接 AC_1 , 如果 $\angle CAD$ 度数为 α , 则“对角旋转角”的度数 = _____ (用含有 α 的代数式表示);

(2) 在 (1) 的条件下, 如果 $\angle C_1AD = 40^\circ$, 那么再把长方形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针作“对角旋转”, 使边 AD 落在对角线 AC 上, 点 B 的对应点为点 B_2 , 点 C 的对应点为点 C_2 , 点 D 的对应点为点 D_2 , 连接 AC_2 , 则 $\angle C_2AD =$ _____.

(3) 在长方形 $ABCD$ 中, $BC = 2AB + 4$, 在 (1) (2) 的基础上经“对角旋转”后, 点 C 的对应点分别为点 C_1 和点 C_2 , 连接 AC_1 、 AC_2 、 CC_1 、 CC_2 , $\triangle ACC_1$ 面积为 312, $\triangle ACC_2$ 面积为 130, 请求出此时长方形 $ABCD$ 的面积.

【答案】(1) $90^\circ - \alpha$

(2) 50°

(3) 240

【解析】

【分析】此题考查了旋转的性质和定义以及三角形的面积公式.

(1) 根据对角旋转角的定义解答即可;

(2) 根据旋转的性质和角的关系解答即可;

(3) 根据三角形的面积公式和关系得出 AB 与 BC 的关系, 进而解答即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意可知: “对角旋转角”为 $\angle BAC$, $\angle BAC + \angle CAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \text{对角旋转角为: } 90^\circ - \alpha,$$

故答案为: $90^\circ - \alpha$;

【小问 2 详解】

解：如图，

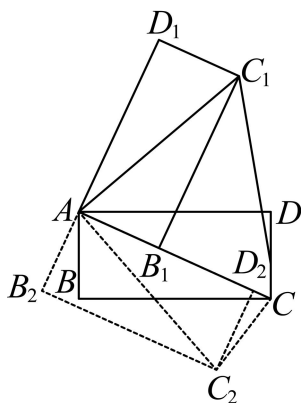


图2

$$\therefore \angle C_1AD = 40^\circ,$$

由旋转可知, $\angle DAC = \angle D_1AC_1$,

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle C_1AD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle DAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore 2\angle DAC = 50^\circ,$$

由旋转可知, $\angle DAC = \angle D_2AC_2$,

$$\therefore \angle D_2AC_2 + \angle DAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle C_2AD = \angle C_2AD_2 + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle C_2AD = 50^\circ,$$

故答案为: 50° ;

【小问3 详解】

$$\text{解: } \because S_{\triangle ACC_1} = \frac{1}{2} AC \cdot B_1C_1 = 312, \quad S_{\triangle ACC_2} = \frac{1}{2} AC \cdot D_2C_2 = 130,$$

$$\therefore B_1C_1 = AD = BC, \quad D_2C_2 = AB = CD, \quad BC = 2AB + 4,$$

$$\therefore AB = \frac{BC-4}{2}, \quad 312 = \frac{1}{2} AC \cdot AD = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \quad \frac{1}{2} AC \cdot D_2C_2 = \frac{1}{2} AC \cdot AB = 130,$$

$$\therefore \frac{312}{130} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC}{\frac{1}{2} AC \cdot AB},$$

$$\therefore 130BC = 312AB, \text{ 即 } BC = 2.4AB,$$

$$\therefore AB = \frac{BC-4}{2},$$

$$\therefore BC = \frac{BC-4}{2} \times 2.4,$$

$$\therefore AB = 10, \quad BC = 24,$$

$$\therefore S_{\text{长方形}ABCD} = AB \cdot BC = 10 \times 24 = 240.$$