

闵行区 2024 学年第一学期七年级学业质量调研数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 27 题.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤.
4. 考试不可以使用科学计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 下列各组式子中, 同类项是 ()

A. $3x$ 与 $2y$

B. $-xy$ 与 $\frac{yx}{2}$

C. x^2y 与 xy^2

D. $\frac{x}{2}$ 与 $\frac{2}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了同类项, 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的项叫做同类项, 由此判断即可.

【详解】解: A、所含字母不同, 不是同类项, 故此选项不符合题意;

B、是同类项, 故此选项符合题意;

C、相同字母的指数不相同, 故此选项不符合题意;

D、不符合同类项的定义, 不是同类项, 故此选项不符合题意;

故选: B.

2. 下列算式中, 适合运用完全平方公式计算的是 ()

A. $(2a+b)(2a-b)$

B. $(2a+b)(b-2a)$

C. $(2a+b)(a+2b)$

D. $(2a+b)(-b-2a)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方公式,

先根据整式的乘法法则或公式计算, 再根据完全平方公式的特征判断即可.

【详解】解: 因为 $(2a+b)(2a-b) = 4a^2 - b^2$ 没有运用完全平方公式, 所以 A 不符合题意;

因为 $(2a+b)(b-2a) = -(2a+b)(2a-b) = -(4a^2 - b^2)$ 没有运用完全平方公式, 所以 B 不符合题意;

因为 $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2 = 2a^2 + 5ab + 2b^2$ 没有运用完全平方公式，所以 C 不符合题意；

因为 $(2a+b)(-b-2a) = -(2a+b)^2 = -(4a^2 + 4ab + b^2)$ 运用完全平方公式，所以 D 符合题意。

故选：D.

3. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $2x+4=2(x-2)$

B. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

C. $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

D. $x^2 - y^2 + 1 = (x+y)(x-y) + 1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解的意义，把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做分解因式，据此逐项判断即可。

【详解】解：A. $2x+4=2(x+2)$ ，原选项不是因式分解，则 A 不符合题意；

B. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$ 是乘法运算，则 B 不符合题意；

C. $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$ 符合因式分解的定义，则 C 符合题意；

D. $x^2 - y^2 + 1 = (x+y)(x-y) + 1$ 等号右边不是积的形式，则 D 不符合题意；

故选：C.

4. 下列分式中最简分式是 ()

A. $\frac{6y}{5x}$

B. $\frac{x+1}{(x+1)^2}$

C. $\frac{(x+2y)^2}{x^2 - 4y^2}$

D. $\frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查最简分式的定义，利用最简分式的意义：一个分式的分子与分母没有非零次的公因式时（即分子与分母互素）叫最简分式最简分式；由此逐一分析探讨得出答案即可。

【详解】解：A、分子、分母不含有公因式，所以是最简分式，符合题意；

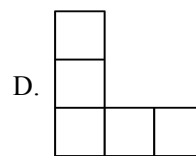
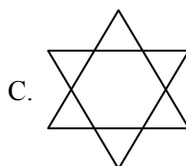
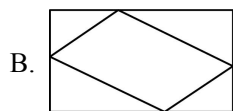
B、分子、分母含有公因式 $x+1$ ，所以不是最简分式，不符合题意；

C、 $\because x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$ ，所以，分子、分母含有公因式 $x+2y$ ，所以不是最简分式，不符合题意；

D、 $\because x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ ，所以，分子、分母含有公因式 $x-2$ ，所以不是最简分式，不符合题意.

故选：A.

5. 下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了轴对称图形的概念，根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【详解】解：A、选项中的图形是轴对称图形，故不符合题意；

B、选项中的图形不是轴对称图形，故符合题意；

C、选项中的图形是轴对称图形，故不符合题意；

D、选项中的图形是轴对称图形，故不符合题意.

故选：B.

6. 下列说法错误的是（ ）

A. 图形的平移后，每组对应点之间的距离相等

B. 图形的旋转后，对应点到旋转中心的距离相等

C. 两个图形如果关于一条直线成轴对称，那么由这两个图形所组成的图形是轴对称图形

D. 两个图形关于一条直线成轴对称，连接对称点的线段和对称轴互相垂直平分

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平移的性质，旋转的性质，轴对称图形的定义及性质，利用平移的性质，旋转的性质，轴对称图形的定义及性质逐一分析探讨得出答案即可.

【详解】解：A、图形的平移后，每组对应点之间的距离相等，故原说法正确，不符合题意；

B、图形的旋转后，对应点到旋转中心的距离相等，故原说法正确，不符合题意；

C、两个图形如果关于一条直线成轴对称，那么由这两个图形所组成的图形是轴对称图形，故原说法正确，不符合题意；

D、两个图形关于一条直线成轴对称，连接对称点的线段被对称轴所在直线垂直平分，故原说法错误，符合题意；

故选：D.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算: $(-2x^2y^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $4x^4y^6$

【解析】

【分析】 本题主要考查积的乘方与幂的乘方, 运用相关运算法则进行计算即可得到答案.

【详解】 解: $(-2x^2y^3)^2 = (-2)^2 (x^2)^2 (y^3)^2 = 4x^4y^6$,

故答案为: $4x^4y^6$.

8. 将整式 $6x^3y - 5x^4y^2 - 3xy^3$ 按 x 的降幂排列为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-5x^4y^2 + 6x^3y - 3xy^3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式, 先分清各项, 再根据多项式降幂排列的定义解答.

【详解】 解: $6x^3y - 5x^4y^2 - 3xy^3$ 按 x 的降幂排列: $-5x^4y^2 + 6x^3y - 3xy^3$.

故答案为: $-5x^4y^2 + 6x^3y - 3xy^3$.

9. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x}{3x-1}$ 无意义.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式无意义的条件, 先根据分式无意义的条件列出关于 x 的方程, 求出 x 的值即可.

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{x}{3x-1}$ 无意义,

$\therefore 3x-1=0$,

解得 $x = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

10. 计算: $(10a^3 - 12a^2 + 2a) \div 2a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $5a^2 - 6a + 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式除以单项式，

根据多项式除以单项式，用多项式的每一项除以单项式，再把所得的结果相加，计算即可.

【详解】 解： 原式 $= 10a^3 \div (2a) - 12a^2 \div (2a) + 2a \div (2a)$

$$= 5a^2 - 6a + 1.$$

故答案为： $5a^2 - 6a + 1$.

11. 化简： $\frac{9ab}{15a^2b} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{3}{5a}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的约分，

先确定公因式，再约分即可.

【详解】 解： 原式 $= \frac{3ab \times 3}{3ab \times 5a} = \frac{3}{5a}.$

故答案为： $\frac{3}{5a}.$

12. 将 $2x^{-2}y^{-1}(x+y)$ 表示成只含正整数指数幂的形式是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{2x+2y}{x^2y}$

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数幂，根据负整数指数幂的运算法则计算即可.

【详解】 解： $x^{-2}y^{-1}(x+y) = \frac{2(x+y)}{x^2y} = \frac{2x+2y}{x^2y}$

故答案为： $\frac{2x+2y}{x^2y}.$

13. 一个整式可因式分解为 $(2a+1)(a-1)$ ，那么这个整式是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $2a^2 - a - 1$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解和多项式乘多项式，根据多项式乘多项式的法则计算即可得出答案.

【详解】 解： $(2a+1)(a-1)$

$$= 2a^2 - 2a + a - 1$$

$$= 2a^2 - a - 1,$$

所以这个整式是 $2a^2 - a - 1$,

故答案为: $2a^2 - a - 1$.

14. 已知 $a + b = 4$, $ab = -5$, 那么 $a^2 + b^2$ 的值为_____.

【答案】 26

【解析】

【分析】 本题主要考查完全平方公式, 利用完全平方公式进行变形, 再代入即可.

【详解】 解: $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

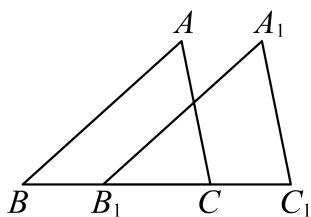
$$= 4^2 - 2 \times (-5)$$

$$= 16 + 10$$

$$= 26.$$

故答案为: 26.

15. 如图, 将三角形 ABC 沿射线 BC 的方向平移得到三角形 $A_1B_1C_1$, 如果平移的距离是 3, $BC_1 = 10$, 那么 $B_1C =$ _____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了平移的性质, 根据平移的性质和线段的和差即可得到结论.

【详解】 解: $\because$ 将三角形 ABC 沿射线 BC 的方向平移得到三角形 $A_1B_1C_1$,

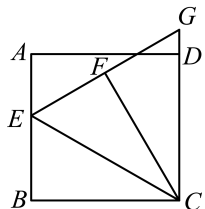
$$\therefore BB_1 = CC_1 = 3,$$

$$\because BC_1 = 10,$$

$$\therefore B_1C = BC_1 - BB_1 - CC_1 = 10 - 3 - 3 = 4,$$

故答案为：4.

16. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 AB 上一点，将三角形 EBC 沿 EC 所在的直线翻折，点 B 的对应点是点 F ，再将三角形 CEF 沿 FC 所在的直线翻折，点 E 的对应点正好落在边 CD 的延长线上的点 G ，那么 $\angle ECB$ 的度数为_____.



【答案】 30° ##30 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠的性质，正方形的性质，

先根据折叠的性质得 $\angle BCE = \angle ECF = \angle FCD$ ，再根据正方形的性质得 $\angle BCD = 90^\circ$ ，即可得出答案.

【详解】 解：根据折叠的性质得 $\angle BCE = \angle ECF = \angle FCD$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECB = \frac{1}{3} \angle BCD = 30^\circ$.

故答案为： 30° .

17. 在学校组织的一次汉字打字比赛中，“阳光”中队的小聪输入 1000 个字的时间比小明输入 1200 字的时间少 2 分钟，小聪与小明平均每分钟打字个数之比是 5:4，设小聪平均每分钟打字为 $5x$ 个，根据题意可列方程是_____.

【答案】 $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$

【解析】

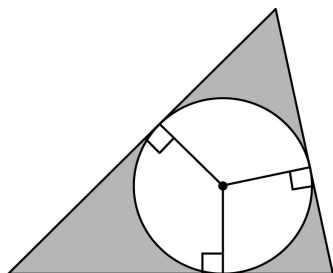
【分析】 本题考查了列分式方程，找准等量关系，正确建立方程是解题关键. 先求出小明平均每分钟打字为 $4x$ 个，再根据小聪输入 1000 个字的时间比小明输入 1200 字的时间少 2 分钟建立方程即可得.

【详解】 解：由题意得：小明平均每分钟打字为 $4x$ 个，

则可列方程是 $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$,

故答案为： $\frac{1000}{5x} + 2 = \frac{1200}{4x}$.

18. 如图, 已知三角形周长为 C , 从三角形内部去掉一个半径为 r 的最大的圆, 阴影部分的面积是_____. (用含 C 和 r 的式子表示)

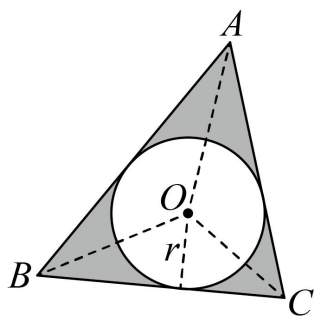


【答案】 $\frac{1}{2}rC - \pi r^2$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内切圆与内心, 切线的性质, 连接 AO , OB , OC , 根据三角形的面积公式和圆的面积公式即可得到结论.

【详解】 解: 如图, 连接 AO , OB , OC ,



$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOC}$$

$$= \frac{1}{2}AB \cdot r + \frac{1}{2}BC \cdot r + \frac{1}{2}AC \cdot r$$

$$= \frac{1}{2}(AB + AC + BC) \cdot r$$

$$= \frac{1}{2}Cr,$$

$$\because S_{\text{圆}O} = \pi r^2,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{圆}O} = \frac{1}{2}Cr - \pi r^2,$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}Cr - \pi r^2.$$

三、解答题 (本大题共 9 题, 满分 64 分)

$$19. \text{ 计算: } (x^2)^3 \cdot (-x) - (-x^3)^3 \div (-x^2)$$

【答案】 $-2x^7$

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的乘方，同底数幂相乘（除），合并同类项，根据幂的乘方等于底数不变，指数相乘计算，再根据同底数幂相乘（相除），底数不变，指数相加（减），最后合并同类项即可.

【详解】 解：原式 $= x^6 \cdot (-x) - (-x^9) \div (-x^2)$

$$= -x^{6+1} - x^{9-2}$$

$$= -x^7 - x^7$$

$$= -2x^7.$$

20. 因式分解： $x^2 - 1 - y^2 + 2y$.

【答案】 $(x + y - 1)(x - y + 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，先把多项式的后三项分在一组构成完全平方式，再运用平方差公式进行分解即可.

【详解】 解： $x^2 - 1 - y^2 + 2y$

$$= x^2 - (y^2 - 2y + 1)$$

$$= x^2 - (y - 1)^2$$

$$= [x + (y - 1)][x - (y - 1)]$$

$$= (x + y - 1)(x - y + 1).$$

21. 解方程： $\frac{2x}{x+1} - 1 = \frac{3}{x+1}$

【答案】 $x = 4$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程，先去分母，将分式方程化为整式方程，求出解后再进行检验，进而得出答案.

【详解】 解： $\frac{2x}{x+1} - 1 = \frac{3}{x+1},$

在方程两边同乘以 $(x+1)$ ，得：

$$2x - (x+1) = 3$$

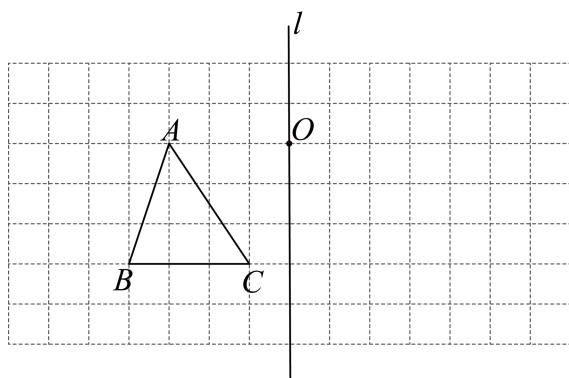
解得： $x = 4$ ，

检验：把 $x = 4$ 代入 $x+1$ ，得： $4+1 = 5 \neq 0$ ，

$\therefore x = 4$ 是原分式方程的解.

22. (1) 画出三角形 ABC 关于直线 l 的对称图形；

(2) 画出三角形 ABC 绕点 O 逆时针旋转 90° 的图形. (不写画图过程，写结论)



【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

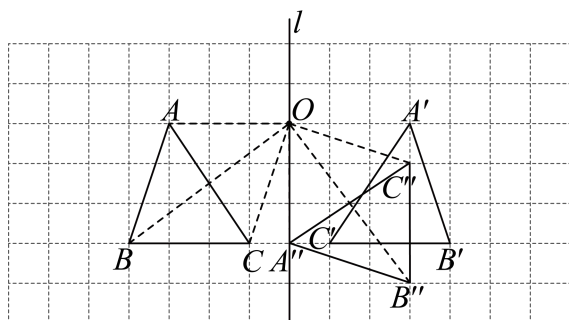
【解析】

【分析】本题考查作图-旋转变换、作图-轴对称变换，熟练掌握轴对称的性质、旋转的性质是解答本题的关键.

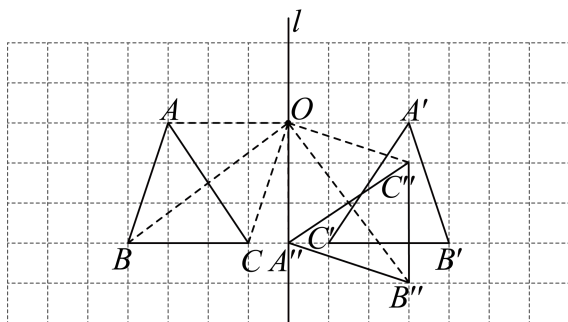
(1) 根据轴对称的性质作图即可.

(2) 根据旋转的性质作图即可.

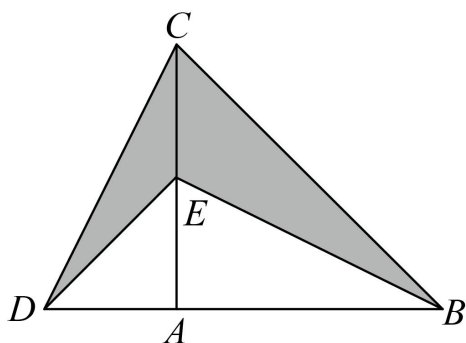
【详解】解：(1) 如图，三角形 $A'B'C'$ 即为所求.



(2) 如图，三角形 $A''B''C''$ 即为所求.



23. 如图, 在三角形 CDB 中, 已知 CA 是 DB 上的高, $AC = AB = a$, 点 E 是 AC 的一点, $AE = AD = b$, $a > b > 0$.



- (1) 求阴影部分的面积 (用含 a 、 b 的式子表示).
- (2) 当 $a = 10.75$, $b = 5.25$ 时, 求阴影部分的面积的值.
- (3) 三角形 CAD 可以通过一种运动与三角形 BAE 完全重合, 请写出具体的运动方法: _____.

【答案】(1) $= \frac{1}{2}(a+b)(a-b)$

- (2) 44 (3) $\triangle CAD$ 绕点 A 顺时针旋转 90°

【解析】

【分析】 本题考查旋转的性质, 列代数式, 代数式求值, 解决本题的关键的掌握旋转的性质.

- (1) 根据阴影部分的面积=三角形 BCD 的面积-三角形 BED 的面积, 代入 a , b 计算即可;
- (2) 结合 (1) 代入值计算即可;
- (3) 根据旋转的性质即可解决问题.

【小问 1 详解】

解: 阴影部分的面积=三角形 BCD 的面积-三角形 BED 的面积

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times BD \cdot AC - \frac{1}{2} BD \cdot AE \\
 &= \frac{1}{2} BD (AC - AE) \\
 &= \frac{1}{2} (AD + AB) (AC - AE)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(a+b)(a-b);$$

【小问 2 详解】

解：当 $a = 10.75$, $b = 5.25$ 时,

$$\text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2}(a+b)(a-b)$$

$$= \frac{1}{2}(10.75 + 5.25)(10.75 - 5.25)$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 5.5$$

$$= 44;$$

【小问 3 详解】

解：三角形 CAD 可以通过一种旋转运动与三角形 BAE 完全重合,

具体的运动方法：三角形 CAD 可以绕着点 A 顺时针旋转 90° 与三角形 BAE 完全重合.

故答案为：三角形 CAD 可以绕着点 A 顺时针旋转 90° 与三角形 BAE 完全重合.

24. 某区一项交通功能完善工程中需修建一段长为 3600 米的高速公路，为了赶在今年春节前通车，实际施工时每天修建的工作效率比原计划增加 20%，结果比预定时间早 5 天完成了任务. 求实际每天修建多少米？

【答案】实际每天修建 144 米

【解析】

【分析】设原计划每天修路 x 米，实际每天修路 $(1 + 20\%)x$ 米，根据题意可得等量关系：原计划修 3600 米所用的天数 - 实际修 3600 米所用的天数 = 5 天，根据等量关系，列出方程即可.

本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键. 注意不要忘记检验.

【详解】设原计划一天修建 x 米，实际一天修建为

$$\frac{3600}{x} - \frac{3600}{(1 + 20\%)x} = 5$$

解得： $x = 120$

经检验 $x = 120$ 为原方程的根

实际每天修建： $1.2x = 144$ 米

答：实际每天修建 144 米

25. 先化简 $\left(a - 1 - \frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - 5a + 6}{a+1}$ ，再解答下列问题：

(1) 当 $a = 1$ 时, 求代数式的值.

(2) 原代数式的值能等于 -1 吗? 如果能, 请求出此时 a 的值; 如果不能, 请说明理由.

【答案】(1) $-\frac{3}{2}$

(2) 能, $a = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解题的关键.

(1) 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 $a = 1$ 代入进行计算即可;

(2) 令原代数式的值等于 -1 , 求出 a 的值, 代入原式进行检验即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \left(a - 1 - \frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - 5a + 6}{a+1} \\ &= \frac{a^2 - 1 - 3}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)(a-3)} \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)(a-3)} \\ &= \frac{a+2}{a-3},\end{aligned}$$

$$\text{当 } a = 1 \text{ 时, 原式} = \frac{1+2}{1-3} = -\frac{3}{2};$$

【小问 2 详解】

解: 能,

由 (1) 知, 原代数式为 $\frac{a+2}{a-3}$,

$$\text{令 } \frac{a+2}{a-3} = -1,$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{2},$$

经检验, $a = \frac{1}{2}$ 符合题意.

26.

我们已经学习了整式乘法, 可以计算以下的式子:

$$(a+b)^0 = 1;$$

$$(a+b)^1 = a+b;$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4;$$

...

你能发现以上等式右边的各项系数的规律吗?

以上节选的是教材第 11 章的阅读材料《贾宪三角》的部分内容. 我们除了发现等式右边各项系数有规律之外, 右边各项的次数也存在着规律.

(1) 请根据发现的规律尝试直接写出 $(a+b)^5$ 的计算结果: $(a+b)^5 =$ _____.

(2) 有了以上的经验, 我们可以进一步探究式子 $(a+b)^n$ (n 为大于 1 的正整数) 计算结果的次数和系数的规律:

i) 它的计算结果是一个 _____ 次 _____ 项式; (分别用含 n 的式子填写)

ii) 它的计算结果各项系数之和为: _____ (用幂的形式表示)

【答案】 (1) $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

(2) i) n ; $n+1$; ii) 2^n

【解析】

【分析】 本题主要考查了数字变化的规律、列代数式及多项式, 能根据题意得出各式计算结果的系数变化规律是解题的关键.

(1) 根据所给式子, 观察其各项系数, 发现规律即可解决问题.

(2) ①根据所给式子, 观察计算结果分别为几次几项式, 发现规律即可解决问题.

②分别求出所给式子计算结果的各项系数之和, 发现规律即可解决问题.

【小问 1 详解】

解: 观察所给各式可知,

$(a+b)^1$ 计算结果中的各项系数依次为: 1, 1;

$(a+b)^2$ 计算结果中的各项系数依次为: 1, 2, 1;

$(a+b)^3$ 计算结果中的各项系数依次为: 1, 3, 3, 1;

$(a+b)^4$ 计算结果中的各项系数依次为：1, 4, 6, 4, 1;

由此可知, $(a+b)^5$ 计算结果中的各项系数依次为：1, 5, 10, 10, 5, 1,

即 $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$.

故答案为: $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$.

【小问 2 详解】

解: i) 由题知,

$(a+b)^1$ 计算结果是一个一次二项式;

$(a+b)^2$ 计算结果中是一个二次三项式;

$(a+b)^3$ 计算结果中是一个三次四项式;

$(a+b)^4$ 计算结果是一个四次五项式;

...

所以 $(a+b)^n$ 计算结果是一个 n 次 $(n+1)$ 项式.

故答案为: $n, (n+1)$.

ii) $(a+b)^1$ 计算结果各项系数之和为 $2 = 2^1$;

$(a+b)^2$ 计算结果各项系数之和为 $4 = 2^2$;

$(a+b)^3$ 计算结果各项系数之和为 $8 = 2^3$;

$(a+b)^4$ 计算结果各项系数之和为 $16 = 2^4$;

...

所以 $(a+b)^n$ 计算结果各项系数之和为 2^n .

故答案为: 2^n .

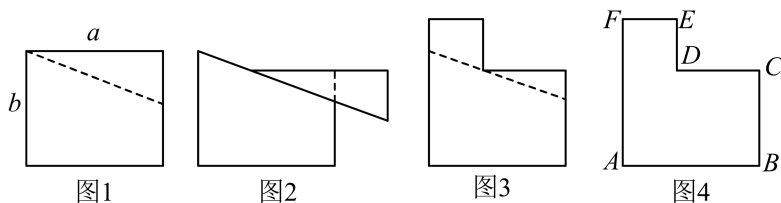
27. 为了将一张长和宽分别是 a 和 b 的长方形纸片拼接成新的图形, 我们进行如下的操作:

①先将纸片沿虚线剪开 (图 1);

②然后将三角形部分沿所剪的方向向下平移一段距离, 并将三角形沿虚线剪开 (图 2);

③再将剪得的四边形部分沿第一次所剪的方向向上平移 (图 3);

④得到新的图形 $ABCDEF$ (图 4).



(1) 新图形 $ABCDEF$ 的面积为_____；

(2) 在图 4 中延长 CD 交 AF 于点 G ，如果 $AB = AF = a$ ，四边形 $DEFG$ 是一个边长为 m 的正方形.

①用两种方法表示 BC 的长；

②如果 $m = \frac{1}{3}a$ ，求 a 与 b 之间的数量关系.

【答案】 (1) ab

(2) ① $BC = a - m$ 或 $BC = \frac{ab - m^2}{a}$ ；② $b = \frac{7}{9}a$

【解析】

【分析】 本题主要考查了用代数式表示，代数式求值，

对于 (1)，根据新图形的面积等于原长方形的面积可得答案；

对于 (2)，先分别表示出 BC 的长度，再将两个式子结合代入计算即可.

【小问 1 详解】

解：新图形的 $ABCDE$ 的面积为 ab ；

故答案为： ab ；

【小问 2 详解】

解：① $BC = AF - FG = a - m$ ；

根据面积相等，得 $ab = m^2 + a \cdot BC$ ，

即 $BC = \frac{ab - m^2}{a}$ ；

所以 $BC = a - m$ 或 $BC = \frac{ab - m^2}{a}$.

②，由①得 $a - m = \frac{ab - m^2}{a}$ ，

当 $m = \frac{1}{3}a$ 时， $a - \frac{1}{3}a = \frac{ab - \frac{1}{9}a^2}{a}$ ，

解得 $b = \frac{7}{9}a$.