

2024-2025 学年上海市静安区七年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题卡纸的相应位置上】

1. 在下列各式中，不是代数式的为（ ）

- A. $-\frac{3}{5}x^3$ B. $x^2 - y^2 = 0$ C. $2x^{-1}$ D. 0

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了代数式的定义，掌握以上知识是解答本题的关键；

根据代数式的定义进行作答，即可求解；

【详解】解：代数式的定义：是指用基本的运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子，单独的一个数或一个字母也可以被看作是代数式；

A. $-\frac{3}{5}x^3$ ，是代数式；

B. $x^2 - y^2 = 0$ ，是等式，不是代数式；

C. $2x^{-1}$ ，是代数式；

D. 0，是代数式；

故选：B.

2. 关于等式① $2a - 4 = 2(a - 2)$ 和② $3x^2 + 3xy = 3x(x + y)$ 从左到右的变形，下列说法中（ ）

A. 1 和 2 都是因式分解

B. 1 和 2 都不是因式分解

C. 1 是因式分解，2 不是因式分解

D. 1 不是因式分解，2 是因式分解

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了因式分解的定义，熟练掌握因式分解的定义是关键.

【详解】解：①没有降次，不属于因式分解；

② $3x^2 + 3xy = 3x(x + y)$ ，属于因式分解；

所以①不是因式分解，②是因式分解

故选：D.

3. 化简 $3^a \cdot 9^b$ 的结果是 ()

A. $(3 \times 9)^{a+b}$

B. $(3 + 9)^{ab}$

C. 3^{a+2b}

D. $3^{\frac{1}{2}a+1}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂的乘法以及幂的乘方运算知识点，解题的关键是掌握同底数幂乘法法则

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 为正整数) 以及幂的乘方法则 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 为正整数). 先将 9^b 转化为以 3 为底的幂的形式，再根据同底数幂的乘法法则进行计算.

【详解】 解：因为 $9 = 3^2$ ，所以 $9^b = (3^2)^b$ ，

根据幂的乘方法则 $(a^m)^n = a^{mn}$ ，可得 $(3^2)^b = 3^{2b}$ ，

$$3^a \cdot 9^b = 3^a \cdot 3^{2b} = 3^{a+2b},$$

故选 C.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $(x-y)(-x-y) = y^2 - x^2$

B. $x^2 + x^2 = 2x^4$

C. $(x-2y)^2 = x^2 - 2xy + 4y^2$

D. $(2x^2)^4 = 8x^8$

【答案】 A

【解析】

【分析】 此题考查了平方差公式，完全平方公式，合并同类项和积的乘方运算，解题的关键是掌握以上运算法则.

根据平方差公式，完全平方公式，合并同类项和积的乘方运算法则逐项求解判断即可.

【详解】 解：A、 $(x-y)(-x-y) = y^2 - x^2$ ，正确，符合题意；

B、 $x^2 + x^2 = 2x^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

C、 $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $(2x^2)^4 = 16x^8$ ，原式计算错误，不符合题意.

故选：A.

5. $x = 3$ 是下列哪个分式方程的根？ ()

$$A. \frac{1}{x-3} = \frac{4}{x+3}$$

$$B. x - \frac{1}{x} = \frac{8}{3}$$

$$C. \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2+3x}$$

$$D. \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{4}{3}$$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的根和解法，掌握以上知识是解题的关键；

解分式方程步骤去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1，注意分式方程最后要写检验，分式方程分母不为0，根据分式方程的定义对各选项进行逐一分析即可求解

【详解】解：A、 $\frac{1}{x-3} = \frac{4}{x+3}$ ，当 $x=3$ 时，分母为0，错误；

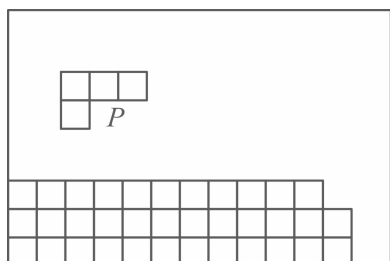
B、 $x - \frac{1}{x} = \frac{8}{3}$ ， $x=3$ 是该分式方程的根，正确；

C、 $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2+3x}$ ，该分式方程根为-1，错误；

D、 $\frac{x+3}{x^2-9} = \frac{4}{3}$ ，当 $x=3$ 时，分母为0，错误；

故选：B

6. 俄罗斯方块游戏中出现的图案可进行向左、向右平移，也可以顺时针、逆时针旋转。小海在玩游戏时，想把正在下降的“L”型插入下方空缺部分，正确的是（ ）



- A. 绕点P旋转180°，再向右平移
- B. 绕点P按逆时针方向旋转90°，再向右平移
- C. 绕点P按顺时针方向旋转90°，再向右平移
- D. 直接向右平移

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了生活中的旋转现象，将常见的游戏和旋转平移的知识相结合，有一定的趣味性，要根据平移和旋转的性质进行解答.

在俄罗斯方块游戏中，要使其自动消失，要把每行排满，需要旋转和平移，通过观察即可得到.

【详解】解：消除界面中的三行方块，需要绕点 P 按顺时针方向旋转 90° ，再向右平移.

故选 C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 用代数式表示: “ x 与 $2y$ 的差的立方” _____.

【答案】 $(x-2y)^3$ 或 $(-2y+x)^3$

【解析】

【分析】 本题考查列代数式, 解答本题的关键是明确题意, 列出相应的代数式;

根据题意, 可以用含 x 、 y 的代数式表示出 x 与 $2y$ 的差的立方

【详解】 解: x 与 $2y$ 的差的立方可以表示为 $(x-2y)^3$,

故答案为: $(x-2y)^3$.

8. 关于 x 、 y 的单项式 $-\frac{1}{3}x^{m+1}y^3$ 与 $x^{2m}y^n$ 是同类项, 那么 $mn =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查同类项的定义, 解题的关键是根据同类项的定义列出关于 m 、 n 的方程.

根据同类项的定义: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项, 列出关于 m 、 n 的方程,

求出 m 、 n 的值, 进而求出 mn 的值.

【详解】 根据题意的 $m+1=2m$, $n=3$,

解得 $m=1$, $n=3$

得 $mn=3$

故答案为: 3

9. 计算: $(-a)^4 \cdot a^3 \div (-a^2) =$ _____.

【答案】 $-a^5$

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法, 除法以及幂的乘方等知识点, 解题的关键是准确掌握并运用幂的运算法则.

先根据幂的乘方与同底数幂的乘法法则计算 $(-a)^4 \cdot a^3$, 再根据同底数幂的除法法则计算整个式子.

【详解】 $(-a)^4 \cdot a^3 \div (-a^2)$

$$= a^4 \cdot a^3 \div (-a^2)$$

$$= a^{4+3} \div (-a^2)$$

$$= a^7 \div (-a^2)$$

$$= -a^5$$

故答案为： $-a^5$.

10. 计算： $102 \times 98 =$ _____.

【答案】 9996

【解析】

【分析】 原式变形后，利用平方差公式计算即可得到结果.

【详解】 原式 $= (100+2) \times (100-2) = 10000-4=9996$.

故答案是： 9996.

【点睛】 考查了平方差公式，解题关键是熟练掌握平方差公式将原式变形成 $(100+2) \times (100-2)$ 的形式.

11. 计算 $(a-b+c)^2 =$ _____.

【答案】 $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式是解题的关键；先将原式变形为

$[(a-b)+c]^2$ ，再利用完全平方公式展开得到 $(a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$ ；然后再次利用完全平方公式展开，从而得到结果.

【详解】 原式 $= [(a-b)+c]^2$

$$= (a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2.$$

故答案为： $a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

12. 因式分解： $a^3x^2 - a^3x - 6a^3 =$ _____.

【答案】 $a^3(x-3)(x+2)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的知识点，解题的关键是熟练掌握提取公因式法与十字相乘法.

先提取多项式各项的公因式，再对提取公因式后剩余的多项式进行十字相乘法分解因式.

【详解】提取公因式：观察多项式 $a^3x^2 - a^3x - 6a^3$ ，每一项都含有公因式 a^3 ，将其提取出来，得到 $a^3(x^2 - x - 6)$ ，

十字相乘法分解因式：所以 $x^2 - x - 6$ 可以分解为 $(x - 3)(x + 2)$ ，

$$a^3x^2 - a^3x - 6a^3 = a^3(x - 3)(x + 2).$$

故答案为： $a^3(x - 3)(x + 2)$

13. 如果 $x^2 + kxy + 16y^2$ 是一个完全平方式，那么 k 的值是_____.

【答案】 ± 8

【解析】

【分析】先根据两平方项确定出这两个数，再根据完全平方公式的乘积二倍项即可确定 k 的值.

【详解】解： $\because x^2 + kxy + 16y^2 = (x)^2 + kxy + (4y)^2$ ，

$$\therefore kxy = \pm 1 \times 2x \times 4y,$$

解得 $k = \pm 8$ ，

故答案为： $k = \pm 8$.

【点睛】本题主要考查了完全平方式，根据平方项确定出这两个数是解题的关键，也是难点，熟记完全平方公式对解题非常重要.

14. 若分式 $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 有意义，则 x 满足的条件是_____.

【答案】 $x \neq -1$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件：分母不等于 0 即可得出答案.

【详解】解：根据题意得： $x + 1 \neq 0$ ，

$$\therefore x \neq -1.$$

故答案是： $x \neq -1$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，掌握分式有意义的条件：分母不等于 0 是解题的关键.

15. 计算： $(x^{-2} - y^{-2}) \div (x^{-1} + y^{-1}) =$ _____ . (结果不含负整数指数幂)

【答案】 $\frac{y-x}{xy}$

【解析】

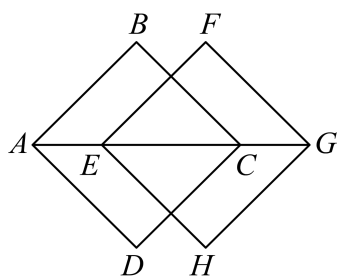
【分析】 本题考查了负整数指数幂的运算以及分式的化简知识点，解题的关键是熟练掌握负整数指数幂的运算法则，并能正确运用平方差公式对式子进行化简。

先将原式中各项的负整数指数幂化为正整数指数幂的形式，再对分子进行变形，利用平方差公式因式分解，然后通过约分消去公因式，将结果化为不含负整数指数幂的形式。

$$\begin{aligned}\text{【详解】 原式} &= \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \div \frac{y+x}{xy} \\ &= \frac{(y+x)(y-x)}{x^2 y^2} \div \frac{y+x}{xy} \\ &= \frac{(y+x)(y-x)}{x^2 y^2} \times \frac{xy}{y+x} \\ &= \frac{y-x}{xy}\end{aligned}$$

故答案为： $\frac{y-x}{xy}$

16. “方胜”是中国古代妇女的一种发饰，寓意是同心吉祥，其图案由两个相同的正方形相叠组成．如图，将正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 方向平移得到正方形 $EFGH$ ，形成“方胜”图案，且 E 是 AC 的三等分点（ $AE < EC$ ），如果平移距离为 2，那么点 A 与点 G 的距离是_____．



【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查的是平移的性质，由平移的性质得到 $AE = CG = 2$ ，然后根据 E 是 AC 的三等分点（ $AE < EC$ ）得到 $EC = 2AE = 4$ ，进而求解即可．

【详解】 由平移得， $AE = CG = 2$

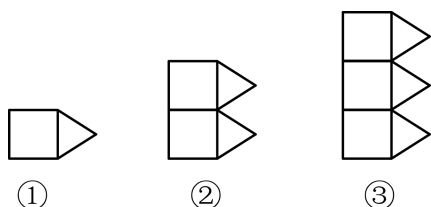
$\because E$ 是 AC 的三等分点 ($AE < EC$)

$$\therefore EC = 2AE = 4$$

$$\therefore AG = AE + EC + CF = 8.$$

故答案为: 8.

17. 如图, 用长度相等的小木棒按一定规律摆放成图案, 图案①中有 6 根小木棒, 图案③中有 16 根小木棒, ..., 那么第 n 个图案中小木棒的根数为 _____. (用含字母 n 的式子表示)



【答案】 $(5n+1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了图形变化的规律, 能根据所给图形发现小棒的根数依次增加 5 是解题的关键. 根据所给图形, 依次求出图形中小木棒的根数, 发现规律即可解决问题.

【详解】 解: 由题知,

第 1 个图案中小木棒的根数为: $6 = 1 \times 5 + 1$,

第 2 个图案中小木棒的根数为: $11 = 2 \times 5 + 1$,

第 3 个图案中小木棒的根数为: $16 = 3 \times 5 + 1$,

...,

所以第 n 个图案中小木棒的根数为 $(5n+1)$ 根.

故答案为: $(5n+1)$.

18. 在一张纸上任意画上 3 个半径相同的圆 (它们的圆心两两不重合), 那么所画图形的对称轴可能有 _____ 条. (写出所有可能的条数)

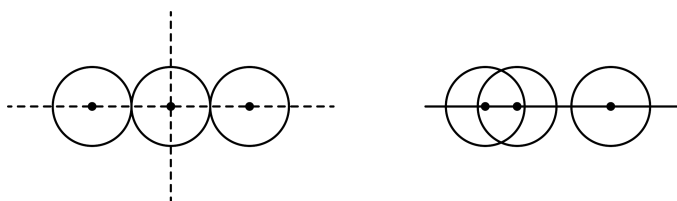
【答案】 0、1、2 或 3

【解析】

【分析】 本题考查轴对称图形和圆与圆的位置关系, 掌握以上知识是解题关键; 根据三个圆的圆心的位置关系, 分别作图进行讨论, 逐一分析即可求解;

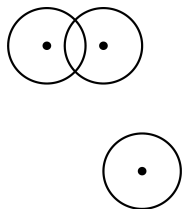
【详解】 根据三个圆的位置关系, 图形的对称轴可能有以下几种情况:

①三个圆圆心在一条直线上, 如图:



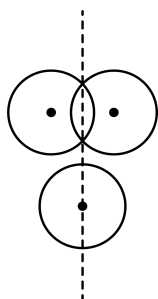
对称轴共 1 或 2 条；

②三个圆圆心构成不等边三角形，

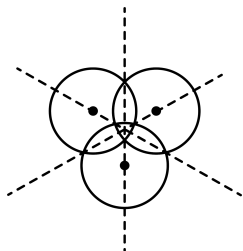


此情况下 0 条对称轴；

③三个圆圆心构成等腰三角形，如图：.



④三个圆圆心构成等边三角形：如图：



对称轴有 3 条；

综上所述，所画图形的对称轴可能为 0 条、1 条、2 条或 3 条；

故答案为：0、1、2 或 3；

三、解答题（本大题共 10 题，第 19-26 题每题 5 分，第 27、28 题每题 6 分，满分 52 分）

19. 计算： $(2a-1)^2 - 2(a-3)(a+1)$.

【答案】 $2a^2 + 7$

【解析】

【分析】 此题考查了完全平方公式和多项式乘以多项式，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先计算完全平方公式和多项式乘以多项式，然后合并即可.

$$\begin{aligned}& \text{【详解】 } (2a-1)^2 - 2(a-3)(a+1) \\&= 4a^2 - 4a + 1 - 2(a^2 + a - 3a - 3) \\&= 4a^2 - 4a + 1 - 2a^2 - 2a + 6a + 6 \\&= 2a^2 + 7.\end{aligned}$$

20 因式分解: $9x^2 - y^2 + 2y - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(3x + y - 1)(3x - y + 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，原式后三项结合后写成完全平方，然后再运用平方差公式进行因式分解即可.

$$\begin{aligned}& \text{【详解】 解: } 9x^2 - y^2 + 2y - 1 \\&= 9x^2 - (y^2 - 2y + 1) \\&= (3x)^2 - (y-1)^2 \\&= (3x + y - 1)[3x - (y-1)] \\&= (3x + y - 1)(3x - y + 1)\end{aligned}$$

故答案为: $(3x + y - 1)(3x - y + 1)$.

21. 先化简，再求值: $\left[xy^2 + 2xy^5 \div (-4y^2)\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)^2$ ，其中 $(x-2)^2 + |y+1| = 0$.

【答案】 $\frac{1}{4}x^3y^4 - \frac{1}{8}x^3y^5$, 3

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的化简求值，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先计算括号内单项式除以单项式和括号外积的乘方，然后计算单项式乘以多项式，然后利用平方和绝对值的非负性求出 x , y 的值，然后将 x , y 的值代入化简后的式子中即可求解.

$$\text{【详解】 } \left[xy^2 + 2xy^5 \div (-4y^2)\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)^2$$

$$= \left(xy^2 - \frac{1}{2}xy^3 \right) \cdot \frac{1}{4}x^2y^2$$

$$= \frac{1}{4}x^3y^4 - \frac{1}{8}x^3y^5$$

$$\because (x-2)^2 + |y+1| = 0$$

$$\therefore x-2=0, \quad y+1=0$$

$$\therefore x=2, \quad y=-1$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{4}x^3y^4 - \frac{1}{8}x^3y^5 = \frac{1}{4} \times 2^3 \times (-1)^4 - \frac{1}{8} \times 2^3 \times (-1)^5 = 3.$$

22. 化简: $\left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+8}{x^2+4x+4} \right) \div \frac{x-4}{x+2}.$

【答案】 $\frac{x+3}{x+2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的除法计算、完全平方公式和因式分解的知识，掌握以上知识是解题的关键；
本题先把除法化成乘法，再去括号，约分化简即可得到答案；

【详解】 解：原式 $= \left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+8}{x^2+4x+4} \right) \times \frac{x+2}{x-4},$

$$= \frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-4} - \frac{x+8}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x-4},$$

$$= \frac{x-2}{x-4} - \frac{x+8}{(x+2)^2} \times \frac{x+2}{x-4},$$

$$= \frac{x-2}{x-4} - \frac{x+8}{(x+2)(x-4)},$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-4)} - \frac{x+8}{(x+2)(x-4)},$$

$$= \frac{x^2-4-x-8}{(x+2)(x-4)},$$

$$= \frac{(x-4)(x+3)}{(x+2)(x-4)},$$

$$= \frac{x+3}{x+2};$$

23. 已知 $A = 2x^2 + ax - 5y + b$, $B = bx^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}y$, 当 x 取任意数值时, $A - 2B$ 的值一定是定值, 请求出这个定值.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减, 代数式求值, 解题的关键是理解题意, 学会用转化的思想思考问题; 本题先求出 $A - 2B$ 的代数式, 然后根据 x 取任意数值时, $A - 2B$ 的值一定是定值, 求得 a 和 b 的值, 进而求解定值;

【详解】 解: $A - 2B = 2x^2 + ax - 5y + b - 2\left(bx^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}y\right)$

$$= 2x^2 + ax - 5y + b - 2bx^2 + 3x + 5y$$

$$= (2 - 2b)x^2 + (a + 3)x + b,$$

$\therefore$ 当 x 取任意数值时, $A - 2B$ 的值一定是定值,

$$\therefore 2 - 2b = 0, \quad a + 3 = 0,$$

$$\therefore a = -3, \quad b = 1,$$

即当 $a = -3$, $b = 1$ 时, x 取任意数值时, $A - 2B$ 的值一定是定值, 定值 $A - 2B = b = 1$.

24. 已知 $(a - b)^2 = 15$, $ab = -\frac{5}{2}$, 求 $a^4 + b^4$ 的值.

【答案】 87.2

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的知识, 掌握以上知识是解题的关键;

本题先求出 $a^2 + b^2 = 10$, 再根据完全平方公式拓展公式 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$, 进行作答, 即可求解 $a^4 + b^4$;

【详解】 解: $\because (a - b)^2 = 15$,

$$\therefore a^2 - 2ab + b^2 = 15,$$

$$\therefore ab = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 15 - 5 = 10,$$

$$\therefore a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2,$$

即 $a^4 + b^4 = 10^2 - 2 \times \frac{5}{2}^2 = 100 - 12.5 = 87.5$;

25. 某校七年级学生到距离学校 10 千米的青少年营地活动，出发后 1 小时内按原计划的速度匀速前进，1 小时后按原计划速度的 1.5 倍匀速前进，求原计划的速度.

【答案】4 千米/小时.

【解析】

【分析】此题主要考查了一元一次方程的应用，关键是正确理解题意列出方程.

设原计划的行驶速度为 x 千米/时，根据题意列出方程，再解即可.

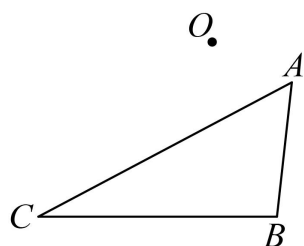
【详解】解：设原计划的行驶速度为 x 千米/时，

由题意得： $x + 1.5x = 10$,

解得： $x = 4$,

答：原计划的行驶速度为 4 千米/时.

26. 如图，已知点 O 与三角形 ABC .



(1) 画出三角形 ABC 关于点 O 成中心对称的图形，记作三角形 $A'B'C'$ ，其中点 A 、 B 、 C 分别与点 A' 、 B' 、 C' 对应；

(2) 画出三角形 $A'B'C'$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 后的图形，记作三角形 $A''B''C''$ ，其中点 A' 、 B' 、 C' 分别与点 A'' 、 B'' 、 C'' 对应；

(3) 将三角形 ABC 绕点 O 按顺时针方向旋转 m° ($0 < m < 360$) 得三角形 $A'B'C'$ ，再将三角形 $A'B'C'$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 n° ($0 < n < 360$ ，且 $m > n$) 小明认为，三角形 ABC 经过一次运动就能和三角形 $A''B''C''$ 重合，他的观点正确吗？如果认为正确；如果认为不正确，请说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 正确，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查了中心对称图形的性质，图形旋转的性质等知识点，解题的关键是熟练掌握中心对称和旋转的基本概念与操作方法，能够准确找出对应点的位置来绘制图形，并依据旋转的角度关系判断图形是

否重合.

(1) 根据中心对称的性质, 连接三角形 ABC 各顶点与对称中心 O 并延长相同长度, 确定对应点 A' , B' , C' 的位置, 从而画出三角形 $A'B'C'$.

(2) 依据图形旋转的性质, 以点 O 为旋转中心, 将三角形 $A'B'C'$ 的各顶点绕点 O 逆时针旋转 90° , 找到对应点 A'', B'', C'' , 进而画出三角形.

(3) 分析两次旋转的角度关系, 由于顺时针旋转 $m^\circ (0 < m < 360)$ 后再逆时针旋转 $n^\circ (0 < n < 360, \text{且 } m > n)$, 相当于整体顺时针旋转了 $(m - n)^\circ$, 判断这个角度下三角形 ABC 能否与三角形 $A''B''C''$ 重合.

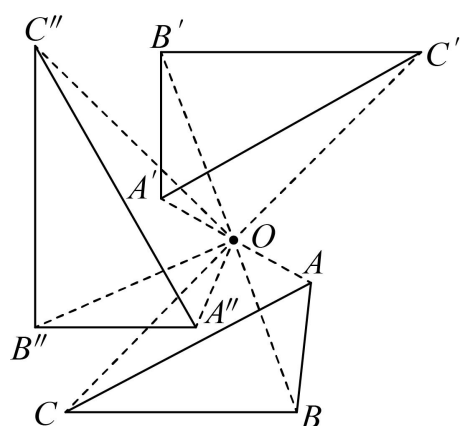
【小问 1 详解】

连接 AO 并延长至 A' , 使 $OA' = OA$,

连接 BO 并延长至 B' , 使 $OB' = OB$,

连接 CO 并延长至 C' , 使 $OC' = OC$,

依次连接 A', B', C' , 得到三角形 $A'B'C'$, 此三角形 ABC 关于点 O 成中心对称的图形;



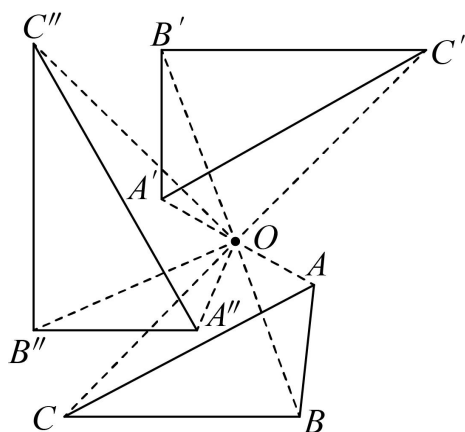
【小问 2 详解】

以点 O 为旋转中心, 将点 A' 绕点 O 逆时针旋转 90° , 得到点 A'' ,

同样方法, 将点 B' 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到点 B'' ,

将点 C' 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到点 C'' ,

依次连接 A'', B'', C'' , 画出三角形 $A''B''C''$;



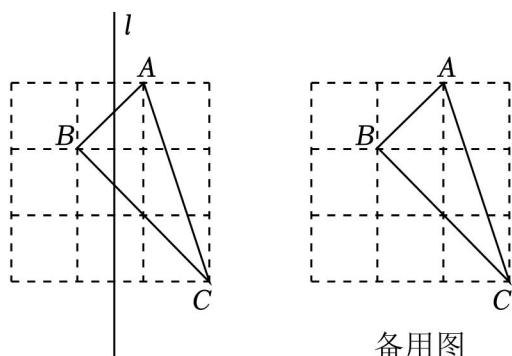
【小问 3 详解】

因为三角形 ABC 绕点 O 顺时针旋转 m° 得到三角形 $A'B'C'$ ，再将三角形 $A'B'C'$ 绕点 O 逆时针旋转 n° ，所以三角形 ABC 相对于初始位置顺时针旋转了 $(m-n)$ ，

而三角形 ABC 直接绕点 O 顺时针旋转 $(m-n)^\circ$ 后，其位置与经过两次旋转得到的三角形 $A''B''C''$ 位置相同（根据旋转的性质，旋转角度相同，旋转中心相同，图形的最终位置相同），

所以小明的观点正确，即三角形 ABC 经过一次运动（绕点 O 顺时针旋转 $(m-n)^\circ$ ）就能和三角形 $A''B''C''$ 重合。

27. 如图是 3×3 的正方形网格，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形



备用图

- (1) 在图中画出三角形 ABC 关于直线 l 成轴对称的三角形；
- (2) 在该网格中是否还存在与三角形 ABC 成轴对称的其它格点三角形？如果存在，请在备用图中画出该三角形，并画出相应的对称轴。（对称三角形的顶点字母可省略不写）

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

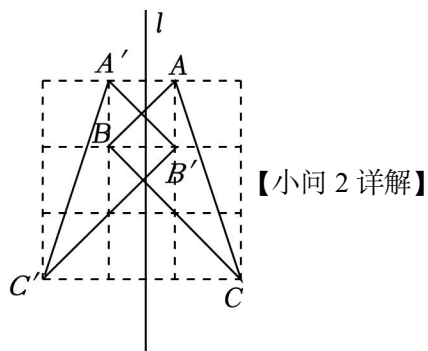
【解析】

【分析】本题考查作图—轴对称变换，掌握轴对称变换的性质是解题的关键。

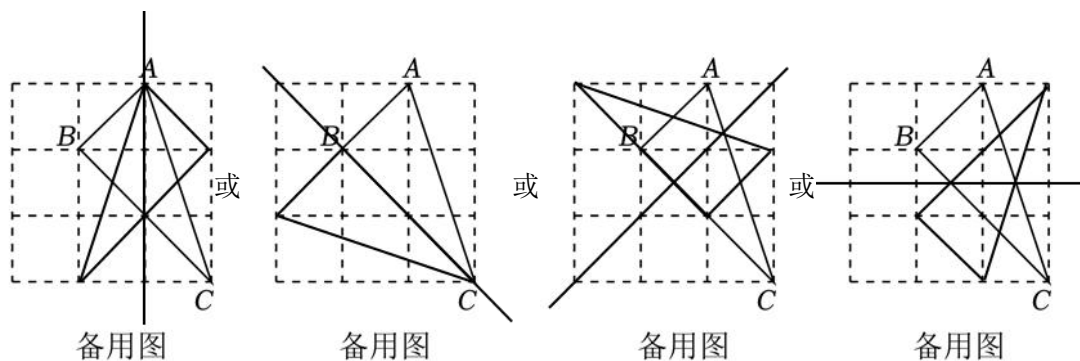
- (1) 根据轴对称的性质作出图形即可；
- (2) 结合网格的特点，画出与三角形 ABC 成轴对称的其它格点三角形和相应的对称轴即可。

【小问 1 详解】

解：如图所示，三角形 ABC 关于直线 l 成轴对称的三角形 $A'B'C'$ 即为所求：

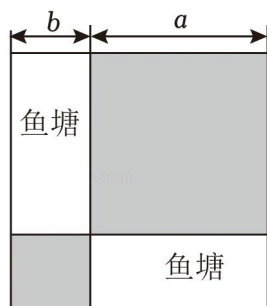


解：如图所示，格点三角形和对称轴即为所求：



(答案不唯一，言之成理即可)

28. 如图，农场打算把一块正方形空地分割成 4 块方形田地，并计划在两块边长分别为 a 、 b 的正方形空地上种树（图中的阴影部分） S_1 和 S_2 ，用作鱼塘的两块长方形的面积之和记作 S_3 。



(1) 根据题意填空：

① $S_3 =$ _____ (用含字母 a 、 b 的代数式表示)；

② 比较 $S_1 + S_2$ 与 S_3 的大小： $S_1 + S_2$ _____ S_3 ；

(2) 如果 $S_1 = 3S_2 + S_3$ ，且 $S_1 + S_2 = 640$ 平方米，求这块正方形空地的面积。

【答案】(1) ① $2ab$ ；② $\geq$

(2) 1024 平方米。

【解析】

【分析】 本题考查了整式的运算以及代数式大小比较的知识点，解题的关键是根据图形准确表示出各部分面积，并熟练运用整式运算法则进行计算和比较。

(1) ①根据图形中长方形面积公式，找到鱼塘两块长方形的长和宽，从而得出 S_3 的代数式；②将 $S_1 + S_2$ 与 S_3 作差，通过完全平方公式判断差的正负，进而比较大小。

(2) 根据已知条件 $S_1 = 3S_2 + S_3$ 得到 $a^2 = 3b^2 + 2ab$ 化简求得 $a = 3b$ ，再根据 $S_1 + S_2 = 640$ 平方米，求解出 a ， b 的值，再计算正方形空地的面积。

【小问 1 详解】

$$\textcircled{1} S_3 = 2ab.$$

故答案为： $2ab$.

$$\textcircled{2} \because S_1 + S_2 - S_3 = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$$

$$\therefore S_1 + S_2 \geq S_3$$

故答案为： $\geq$.

【小问 2 详解】

由 $S_1 = 3S_2 + S_3$ ，得 $a^2 = 3b^2 + 2ab$ ，即

$$a^2 - 3b^2 - 2ab = 0$$

将 $a^2 - 3b^2 - 2ab = 0$ 的两边同时除以 b^2 ，得 $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{2a}{b} - 3 = 0$

分解因式，得 $\left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{a}{b} - 3\right) = 0$ ，

解得 $\frac{a}{b} = -1$ （舍去）或 $\frac{a}{b} = 3$ ，

$$\therefore a = 3b$$

$$\because S_1 + S_2 = a^2 + b^2 = 640$$

$$\therefore (3b)^2 + b^2 = 640$$

$$\therefore b = 8 \text{ 或 } b = -8 (\text{舍去})$$

$$\therefore b = 8$$

$$\therefore a = 3 \times 8 = 24$$

$\therefore$ 这块正方形空地的面积为

$$(a + b)^2 = (24 + 8)^2 = 1024 \text{ 平方米}$$