

# 2024 学年度第一学期初一年级数学学科期中考试卷

(本卷满分 100 分, 完成时间 90 分钟)

## 一、填空题 (每小题 2 分, 共 28 分)

1. 用代数式表示:  $a$  的平方减去  $m, n$  两数和的平方的差\_\_\_\_\_.

【答案】  $a^2 - (m + n)^2$

【解析】

【分析】 本题考查列代数式, 解决本题的关键是掌握列代数式的方法.

$a$  的平方是  $a^2$ ,  $m, n$  两数和的平方为  $(m + n)^2$ , 再作差即可.

【详解】 解: 根据题意得,  $a$  的平方减去  $m, n$  两数和的平方的差表示为  $a^2 - (m + n)^2$ .

故答案为:  $a^2 - (m + n)^2$ .

2. 单项式  $\frac{3\pi x^2}{7}$  的系数是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{3\pi}{7}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式的系数, 关键是熟练掌握单项式中的数字因数是单项式的系数.

根据单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数, 直接判断即可;

【详解】 解: 单项式  $\frac{3\pi x^2}{7}$  的系数是  $\frac{3\pi}{7}$ ,

故答案为:  $\frac{3\pi}{7}$ .

3. 整式  $2xy + 4x^2 - 3y + 5$  的次数是\_\_\_\_\_.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查多项式的次数, 掌握多项式次数的定义是解题的关键.

根据多项式次数的定义: 多项式中最高次项的次数是多项式的次数, 即可求解.

【详解】 解: 整式  $2xy + 4x^2 - 3y + 5$  中

单项式  $2xy$  的次数是  $x$  的指数 1 加上  $y$  的指数 1, 即  $1+1=2$ ;

单项式  $4x^2$  的次数是  $x$  的指数 2, 即 2;

单项式  $-3y$  的次数是  $y$  的指数 1, 即 1;

单项式 5 是常数项, 次数为 0;

$\therefore$  整式  $2xy + 4x^2 - 3y + 5$  的次数是 2,

故答案为: 2.

4. 将整式  $-2x^2y + 1 + xy^3 - 3x^3y^4$  按  $x$  的降幂排列: \_\_\_\_\_.

【答案】  $-3x^3y^4 - 2x^2y + xy^3 + 1$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的定义, 根据题意按字母  $x$  的降幂排列即可求解.

【详解】 解: 多项式  $2x^2 - y^5 + xy^2 - 3x^3y$  按字母  $x$  的降幂排列:  $-3x^3y^4 - 2x^2y + xy^3 + 1$ ,

故答案为:  $-3x^3y^4 - 2x^2y + xy^3 + 1$ .

5. 若  $\frac{3}{4}x^{2a+b}y^3$  与  $\frac{4}{3}x^6y^{a-b}$  是同类项, 则  $a+b=$ \_\_\_\_\_.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据同类项定义得到  $\begin{cases} 2a+b=6 \\ a-b=3 \end{cases}$ , 求出  $a, b$  的值即可.

【详解】 解: 由题意得  $\begin{cases} 2a+b=6 \\ a-b=3 \end{cases}$ ,

解得  $a=3, b=0$ ,

$\therefore a+b=3+0=3$ ,

故答案为: 3.

【点睛】 此题考查了同类项的定义, 解二元一次方程组, 利用同类项求代数式的值, 正确理解同类项的定义是解题的关键.

6. 整式  $x^2 + 2x + 1$  减去整式  $2x^2 - 2x - 1$  的差是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-x^2 + 4x + 2$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算, 解题关键是掌握去括号与合并同类项法则.

用括号将两个多项式括起来相减, 然后再去括号, 合并同类项, 即可得到答案.

【详解】解：根据题意得：

$$(x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 2x - 1)$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 2x + 1$$

$$= -x^2 + 4x + 2.$$

故答案为：  $-x^2 + 4x + 2$  .

7. 等式  $x(2x + a) + 4x - 3b = 2x^2 + 5x + 6$  成立，则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 1      ②. -2

【解析】

【分析】 本题考查单项式乘以多项式，整式加减运算中的恒等问题，将等式左边的多项式去括号，合并同类项后，根据对应项的系数相同，进行求解即可.

【详解】解：  $\because x(2x + a) + 4x - 3b$

$$= 2x^2 + ax + 4x - 3b$$

$$= 2x^2 + (a + 4)x - 3b$$

$$\because x(2x + a) + 4x - 3b = 2x^2 + 5x + 6$$

$$\therefore 2x^2 + (a + 4)x - 3b = 2x^2 + 5x + 6$$

$$\therefore a + 4 = 5, \quad -3b = 6$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2.$$

故答案为： 1, -2 .

8.  $(x^{2n} + x^n)^2 \div (x^n)^2 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $x^{2n} + 2x^n + 1$

【解析】

【分析】 先用完全平方公式计算，然后根据多项式除以单项式的运算法则计算即可.

【详解】解：  $(x^{2n} + x^n)^2 \div (x^n)^2 = (x^{4n} + 2x^{3n} + x^{2n}) \div (x^{2n}) = x^{2n} + 2x^n + 1$

【点睛】 本题主要考查了多项式除以单项式与完全平方公式，熟练掌握完全平方公式的展开式是解题的关键.

9. 分解因式：  $a^3b - 4ab^3 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $ab(a+2b)(a-2b)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式，先提公因式  $ab$ ，然后再用平方差公式，分解因式即可.

【详解】 解：  $a^3b-4ab^3=ab(a^2-4b^2)=ab(a+2b)(a-2b)$ .

故答案为：  $ab(a+2b)(a-2b)$ .

10. 已知  $a^{2n}=3$ ，则  $\frac{1}{9}a^{6n}-3$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方，会对公式 “ $(a^m)^n=a^{mn}$ ” 进行逆用是解题的关键；根据幂的乘方的公式的逆用，对指数进行变形，然后整体代入求值即可.

【详解】  $a^{2n}=3$ ,

$$\therefore \frac{1}{9}a^{6n}-3=\frac{1}{9}(a^{2n})^3-3=\frac{1}{9}\times 3^3-3=0.$$

故答案为： 0.

11. 若多项式  $x^2-2(m+3)x+16$  是一个完全平方式，则  $m=$ \_\_\_\_\_.

【答案】 -7 或 1

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式，注意分和的完全平方公式和差的完全平方公式两种情形计算是解题的关键. 根据完全平方公式的形式求解即可.

【详解】  $\because$  多项式  $x^2-2(m+3)x+16$  是一个完全平方式，

$$\therefore -2(m+3)=\pm 2\times 4,$$

解得  $m=-7$  或  $m=1$ ,

故答案为： -7 或 1.

12. 已知：  $(4x^2)^3\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^2=9$ ，则  $x^3$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\pm 3$

【解析】

【分析】首先根据积的乘方化简得到 $(x^3)^2 = 9$ ，进而求解即可.

此题考查了积的乘方，解题的关键是掌握积的乘方运算法则.

【详解】解： $(4x^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 = 9$

$$64(x^3)^2 \times \frac{1}{64} = 9$$

$$(x^3)^2 = 9$$

$$x^3 = \pm 3.$$

故答案为： $\pm 3$ .

13. 已知： $(a-1)^{a+2} = 1$ ，则满足条件的整数  $a$  所有值为\_\_\_\_\_.

【答案】 $-2, 2, 0$ .

【解析】

【分析】本题主要考查了零指数幂的运算，理解指数运算规则是解答关键.

根据题意分三种情况：①当  $a-1 \neq 0$  时，②当  $a-1=1$  时，③当  $a-1=-1$  分别求解.

【详解】解：由题意可知

①当  $a-1 \neq 0$  时， $(a-1)^{a+2} = 1$ ,

$$\therefore a+2=0,$$

$$\therefore a=-2;$$

②当  $a-1=1$  时，1 的任何次幂都等于 1，

$$\therefore a=2;$$

③当  $a-1=-1$ ， $-1$  的偶次幂等于 1，

$$\therefore a=0,$$

综上所述，满足条件的整数  $a$  所有值为  $-2, 2, 0$ .

故答案为： $-2, 2, 0$ .

14. 代数式  $(1+2x+3x^2+4x^3)$  与  $(4+3x+2x^2+x^3)$  乘积是一个六次多项式

$ax^6+bx^5+cx^4+dx^3+ex^2+fx+g$ ，则  $a-b+c-d+e-f+g$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $-4$

【解析】

【分析】本题考查了多项式乘法以及代数式求值，熟练掌握运算法则是解题的关键；

选择了一个特殊的  $x$  值（在这里是  $x = -1$ ）进行代入得出六次多项式，然后将  $x = -1$  代入两个多项式，然后计算它们的乘积。这个乘积应该等于六次多项式在  $x = -1$  时的值。

【详解】解：令  $x = -1$ ，代入  $ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g$  得

$$\begin{aligned} & a(-1)^6 + b(-1)^5 + c(-1)^4 + d(-1)^3 + e(-1)^2 + f(-1) + g \\ &= a - b + c - d + e - f + g \end{aligned}$$

将  $x = -1$  代入  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)$  与  $(4 + 3x + 2x^2 + x^3)$  中得

$$\begin{aligned} & (1 + 2(-1) + 3(-1)^2 + 4(-1)^3) \times (4 + 3(-1) + 2(-1)^2 + (-1)^3) \\ &= (1 - 2 + 3 - 4) \times (4 - 3 + 2 - 1) \end{aligned}$$

$$= -2 \times 2$$

$$= -4,$$

故答案为：-4.

## 二、选择题（每小题 2 分，共 12 分）

15. 代数式  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ,  $3a^3 + 2b$ ,  $-6xy$ ,  $7a^2b - 2c + d$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{x}{\pi}$  中，单项式有（ ）

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了单项式，熟练掌握单项式的定义是解题的关键。单项式是数与字母的乘积，单独一个数或一个字母也是单项式。据此判断即可。

【详解】解：代数式  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ,  $3a^3 + 2b$ ,  $-6xy$ ,  $7a^2b - 2c + d$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{x}{\pi}$  中，

单项式有  $-6xy$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{x}{\pi}$ ，共 3 个。

故选：C.

16. 下列计算中正确的是（ ）

A.  $(-3a^2)^3 = 9a^6$

B.  $2x^6 \div x^3 = 2x^3$

C.  $(3x^2y^3)^4 = 81x^6y^7$

D.  $\left(-\frac{2}{3}x\right)^3 = -\frac{8}{9}x^3$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式除以单项式，积的乘方，熟知相关计算法则是解题的关键.  
分别利用单项式除以单项式，积的乘方运算法则进行求解判断即可.

【详解】 解： A、 $(-3a^2)^3 = -27a^6$ ，原式计算错误，不符合题意；

B、 $2x^6 \div x^3 = 2x^3$ ，正确，符合题意；

C、 $(3x^2y^3)^4 = 81x^8y^{12}$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $\left(-\frac{2}{3}x\right)^3 = -\frac{8}{27}x^3$ ，原式计算错误，不符合题意.

故选： B.

17. 当  $x = 2$  时，代数式  $px^3 + qx + 1$  的值为 2024，则当  $x = -2$  时，代数式  $px^3 + qx + 1$  的值为 ( )

A. -2022

B. -2023

C. -2024

D. 2022

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查代数式求值. 解题的关键是求出  $8p + 2q = 2023$ ，再利用整体思想进行求解.

将  $x = 2$  代入  $px^3 + qx + 1$ ，得到  $8p + 2q = 2023$ ，再利用整体思想进行求值即可.

【详解】 解：  $\because$  当  $x = 2$  时，代数式  $px^3 + qx + 1$  的值为 2024，

$$\therefore 8p + 2q + 1 = 2024,$$

$$\therefore 8p + 2q = 2023,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 时, } px^3 + qx + 1 = -8p - 2q + 1 = -(8p + 2q) + 1 = -2023 + 1 = -2022.$$

故选： A.

18. 下列各等式中，从左到右是因式分解的是 ( )

A.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B.  $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

C.  $xy + x^2 = xy \left(1 + \frac{x}{y}\right)$

D.  $m^3 - \frac{1}{8} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \left(m^2 + \frac{1}{2}m + \frac{1}{4}\right)$

【答案】 D

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的定义，熟记定义并正确理解是解题的关键.

把一个多项式化为几个最简整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫作分解因式，据此作答即可.

【详解】A. 等式右边不是整式积的形式，是整式乘法，不是因式分解，故本选项不符合题意；

B. 等式的左边不是多项式，不是因式分解，故本选项不符合题意；

C. 分母中含有未知数，不是整式乘积形式，不是因式分解，故该选项不符合题意；

D. 是因式分解，故该选项符合题意；

故选：D.

19. 下列等式能够成立的是 ( )

A.  $(2x-y)^2 = 4x^2 - 2xy + y^2$

B.  $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

C.  $\left(\frac{1}{2}a-b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$

D.  $\left(\frac{1}{x}+x\right)^2 = \frac{1}{x^2} + x^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方公式，熟知完全平方公式的结构是解题的关键： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ .

【详解】解：A、 $(2x-y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

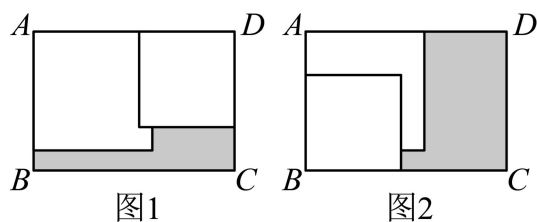
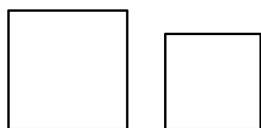
B、 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

C、 $\left(\frac{1}{2}a-b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ ，原式计算正确，符合题意；

D、 $\left(\frac{1}{x}+x\right)^2 = \frac{1}{x^2} + 2 + x^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

故选：C.

20. 在矩形  $ABCD$  内，将两张边长分别为  $a$  和  $b$  ( $a > b$ ) 的正方形纸片按图 1，图 2 两种方式放置 (图 1. 图 2 中两张正方形纸片均有部分重叠)，矩形中未被这两张正方形纸片覆盖的部分用涂色表示. 设图 1 中涂色部分的面积为  $S_1$ ，图 2 中涂色部分的面积为  $S_2$ ，当  $AD = AB + 3$  时， $S_2 - S_1$  的值为 ( )



A.  $3a$

B.  $3b$

C.  $3a-3b$

D.  $3b-3a$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查列代数式和整式的混合运算，解题的关键是根据割补法表示阴影部分面积，以及掌握整式的运算法则.

用割补法表示出  $S_1$  和  $S_2$ ，然后作差，利用整式的混合运算进行化简得出结果.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解：} \because S_1 &= (AB-a) \cdot a + (CD-b)(AD-a), \\
 &= (AB-a) \cdot a + (AB-b)(AD-a), \\
 S_2 &= AB(AD-a) + (a-b)(AB-a) \\
 \therefore S_2 - S_1 &= AB(AD-a) + (a-b)(AB-a) - (AB-a) \cdot a - (AB-b)(AD-a), \\
 &= (AD-a)(AB-AB+b) + (AB-a)(a-b-a), \\
 &= b \times AD - ab - b \times AB + ab, \\
 &= b(AD-AB), \\
 \because AD &= AB+3, \\
 \therefore AD-AB &= 3 \\
 S_2 - S_1 &= 3b,
 \end{aligned}$$

故选：B.

### 三、计算（每小题6分，共24分）

21. 计算：  $5(3x^2y - xy^2) - (xy^2 + 3x^2y)$

【答案】  $12x^2y - 6xy^2$

【解析】

【分析】本题主要考查了合并同类项和去括号，熟知相关计算法则是解题的关键.  
先去括号，然后合并同类项即可.

【详解】解：  $5(3x^2y - xy^2) - (xy^2 + 3x^2y)$

$$= 15x^2y - 5xy^2 - xy^2 - 3x^2y$$

$$= 15x^2y - 3x^2y - (5xy^2 + xy^2)$$

$$= 12x^2y - 6xy^2.$$

22. 计算：  $(2x + y)(2x - y) + (x + y)^2 - 2(2x^2 - xy)$

【答案】  $x^2 + 4xy$

【解析】

【分析】此题考查了平方差公式，完全平方公式，熟记平方差公式，完全平方公式的法则是解本题的关键。

先计算平方差公式，完全平方公式，再进行加减计算即可。

【详解】解：  $(2x + y)(2x - y) + (x + y)^2 - 2(2x^2 - xy)$

$$= 4x^2 - y^2 + x^2 + 2xy + y^2 - 4x^2 + 2xy$$

$$= x^2 + 4xy.$$

23. 计算：  $\left(-\frac{1}{5}x^3y^2\right)^3 \div \left(-\frac{1}{4}x^2y^2\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}xy\right)^3$

【答案】  $-\frac{1}{32}x^8y^5$

【解析】

【分析】本题考查了积的乘方，单项式乘以单项式和单项式除以单项式，先计算积的乘方，然后计算单项式除以单项式，最后计算单项式乘以单项式。解题的关键是掌握以上运算法则。

【详解】解：  $\left(-\frac{1}{5}x^3y^2\right)^3 \div \left(-\frac{1}{4}x^2y^2\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}xy\right)^3$

$$= -\frac{1}{125}x^9y^6 \div \frac{1}{16}x^4y^4 \times \frac{125}{512}x^3y^3$$

$$= -\frac{16}{125}x^5y^2 \times \frac{125}{512}x^3y^3$$

$$= -\frac{1}{32}x^8y^5.$$

24. 计算：  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2024^2}\right)$

【答案】  $\frac{2025}{4048}$

【解析】

【分析】 此题考查了平方差公式，首先利用平方差公式的逆运算求解，然后计算乘法即可.

【详解】 解：  $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2024^2}\right)$

$$= \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2024}\right)\left(1+\frac{1}{2024}\right)$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \cdots \frac{2023}{2024} \times \frac{2025}{2024}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{2025}{2024}$$
$$= \frac{2025}{4048}.$$

#### 四、分解因式 (每小题 6 分, 共 12 分)

25. 分解因式:  $-2a^3 + 12a^2 - 18a$

【答案】  $-2a(a-3)^2$ .

【解析】

【分析】 先提取公因式  $-2a$ ，再根据完全平方公式进行二次分解即可.

【详解】 原式  $= -2a(a^2 - 6a + 9)$

$$= -2a(a-3)^2.$$

【点睛】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解，注意分解要彻底.

26. 分解因式:  $(x^2 - x)^2 - 18(x^2 - x) + 72$

【答案】  $(x-4)(x+3)(x-3)(x+2)$

【解析】

【分析】 把  $x^2 - x$  看做一个整体利用十字相乘法分解因式即可.

【详解】 解： 原式  $= (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 6)$

$$= (x-4)(x+3)(x^2 - x - 6)$$
$$= (x-4)(x+3)(x-3)(x+2).$$

【点睛】 本题主要考查了十字相乘分解因式，利用整体思想求解是解题的关键.

## 五、解答题 (每小题 8 分, 共 24 分)

27. 先化简再求值:  $3x^2y - [xy(3x+2y) - (x+y)(x-y)] + y^2$ , 其中  $x, y$  满足  $|x+y-3| + (x-5)^2 = 0$ .

【答案】  $x^2 - 2xy^2$ ,  $-15$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减——化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键.

先将整式去括号，合并同类项化简，然后根据非负数的非负性求出  $x, y$  的值，最后把  $x, y$  的值代入化简后的式子进行计算.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & 3x^2y - [xy(3x+2y) - (x+y)(x-y)] + y^2 \\ &= 3x^2y - [(3x^2y + 2xy^2) - (x^2 - y^2)] + y^2 \\ &= 3x^2y - (3x^2y + 2xy^2 - x^2 + y^2) + y^2 \\ &= 3x^2y - 3x^2y - 2xy^2 + x^2 - y^2 + y^2 \\ &= x^2 - 2xy^2, \end{aligned}$$

$$\because |x+y-3| + (x-5)^2 = 0,$$

$$\therefore x+y-3=0, \quad x-5=0,$$

$$\text{解得: } x=5, \quad y=-2,$$

将  $x=5$  和  $y=-2$  代入化简后的  $x^2 - 2xy^2$  中得:

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy^2 &= 5^2 - 2 \times 5 \times (-2)^2 \\ &= 25 - 40 \\ &= -15; \end{aligned}$$

所以，原式的值为  $-15$ .

28. 已知  $a+b=4$ ,  $ab=3$ , 求代数式  $2a^3b + 2ab^3 - 6ab$  的值.

【答案】 42

【解析】

【分析】 本题考查的是整式的化简求值，掌握完全平方公式及整体代入思想是解题的关键.

根据完全平方公式、提取公因式把原式化简，整体代入计算，得到答案.

【详解】解：  $2a^3b + 2ab^3 - 6ab$

$$= 2ab(a^2 + b^2 - 3)$$

$$= 2ab[(a+b)^2 - 2ab - 3]$$

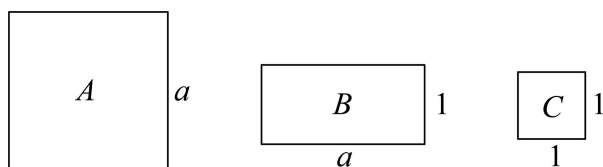
将  $a+b=4$ ， $ab=3$ ，代入  $2ab[(a+b)^2 - 2ab - 3]$  得：

$$2ab[(a+b)^2 - 2ab - 3] = 2 \times 3 \times (4^2 - 2 \times 3 - 3)$$

$$= 6 \times (16 - 6 - 3),$$

$$= 42.$$

29. 如图，有  $A$  型、 $B$  型、 $C$  型三种不同的纸板，其中  $A$  型：边长为  $a$  厘米的正方形； $B$  型：长为  $a$  厘米，宽为 1 厘米的长方形； $C$  型：边长为 1 厘米的正方形；



(1)  $A$  型 2 块， $B$  型 4 块， $C$  型 4 块，此时纸板的总面积为\_\_\_\_\_平方厘米；

①从这 10 块纸板中拿掉一块  $A$  型纸板，剩下的纸板在不重叠的情况下，可以紧密的排出一个大正方形，这个大正方形的边长为\_\_\_\_\_厘米；

②从这 10 块纸板中拿掉 2 块同类型的纸板，使得剩下的纸板在不重叠的情况下可以紧密的排出两个相同形状的大正方形，请问拿掉的是 2 块哪种类型的纸板？此时大正方形的边长是多少厘米？（计算说明）

(2)  $A$  型 12 块， $B$  型 12 块， $C$  型 4 块，从这 28 块纸板中拿掉一块纸板，使得剩下的纸板在不重叠的情况下，可以紧密的排出三个相同形状的大正方形，请接写出大正方形的边长.

【答案】(1)  $(2a^2 + 4a + 4)$ ，①  $(a+2)$ ，②  $C$  类型， $(a+1)$  厘米

(2)  $(2a+1)$  厘米

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式的几何背景：运用几何直观理解、解决完全平方公式的推导过程，能够通过几何图形之间的数量关系对完全平方公式做出几何解释是解题的关键.

(1) 首先表示出  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、三种型号每块的面积，然后表示出  $A$  型 2 块， $B$  型 4 块， $C$  型 4 块纸板的面积和即可；①  $(2a^2 + 4a + 4)$  把减去  $a^2$ ，然后根据完全平方公式得到  $a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$ ，由此得到正方形的边长；②把  $(2a^2 + 4a + 4)$  减去 2，然后根据完全平方公式得到  $12a^2 + 12a + 4 - 1 = 3(2a+1)^2$ ，由此得

到正方形的边长；

(2) 首先表示出  $A$  型 12 块,  $B$  型 12 块,  $C$  型 4 块的总面积然后减去一块  $C$  型, 根据完全平方公式得到  $2a^2 + 4a + 2 = 2(a+1)^2$  此时正方形的边长为.

【小问 1 详解】

解:  $\because A$  型边长为  $a$  厘米的正方形;  $B$  型长为  $a$  厘米, 宽为 1 厘米的长方形;  $C$  型边长为 1 厘米的正方形,

$\therefore 1$  块  $A$  型的面积为  $a^2$  平方厘米,  $B$  块型的面积为  $a$  平方厘米,  $C$  块型的面积为 1 平方厘米,

所以  $A$  型 2 块,  $B$  型 4 块,  $C$  型 4 块的总面积为  $(2a^2 + 4a + 4)$  平方厘米;

故答案为:  $(2a^2 + 4a + 4)$ ;

①这 10 块纸板中拿掉 1 块  $A$  型纸板, 剩下的纸板在不重叠的情况下, 可以紧密的排出一个大正方形. 剩下纸板的总面积为  $2a^2 + 4a + 4 - a^2 = a^2 + 4a + 4$ , 而  $a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$ , 则此正方形的边长为  $(a+2)$  厘米;

故答案为:  $(a+2)$ ;

②从这 10 块纸板中拿掉 2 块  $C$  类型的纸板, 使得剩下的纸板在不重叠的情况下, 可以紧密地排出两个相同的大正方形. 理由如下:

$$2a^2 + 4a + 4 - 2$$

$$= 2a^2 + 4a + 2$$

$$= 2(a^2 + 2a + 1)$$

$$= 2(a+1)^2,$$

$\therefore$  此时正方形的边长为  $(a+1)$  厘米,

【小问 2 详解】

解: 从这 28 块纸板中拿掉 1 块  $C$  类型的纸板可满足要求,

$\because A$  型 12 块,  $B$  型 12 块,  $C$  型 4 块的总面积为  $12a^2 + 12a + 4$ ,

拿掉 1 块  $C$  类型的纸板后面积为:

$$12a^2 + 12a + 4 - 1 = 12a^2 + 12a + 3 = 3(2a+1)^2,$$

$\therefore$  此时正方形的边长为  $(2a+1)$  厘米.