

2024-2025 学年上海市徐汇区民办南模中学七年级（上）期中数学复习 试卷（二）

一、选择题：本题共 2 小题，每小题 3 分，共 6 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知在 $x^2 + mx - 16 = (x + a)(x + b)$ 中， a 、 b 为整数，能使这个因式分解过程成立的 m 的值共有（ ）个

A. 4

B. 5

C. 8

D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】先根据整式的乘法可得 $m = a + b, ab = -16$ ，再根据“ a, b 为整数”进行分析即可得。

【详解】 $\because (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ，

$$\therefore x^2 + mx - 16 = x^2 + (a + b)x + ab,$$

$$\therefore m = a + b, ab = -16,$$

根据 a, b 为整数，有以下 10 种情况：

(1) 当 $a = 1, b = -16$ 时， $m = 1 + (-16) = -15$ ；

(2) 当 $a = 2, b = -8$ 时， $m = 2 + (-8) = -6$ ；

(3) 当 $a = 4, b = -4$ 时， $m = 4 + (-4) = 0$ ；

(4) 当 $a = 8, b = -2$ 时， $m = 8 + (-2) = 6$ ；

(5) 当 $a = 16, b = -1$ 时， $m = 16 + (-1) = 15$ ；

(6) 当 $a = -1, b = 16$ 时， $m = -1 + 16 = 15$ ；

(7) 当 $a = -2, b = 8$ 时， $m = -2 + 8 = 6$ ；

(8) 当 $a = -4, b = 4$ 时， $m = -4 + 4 = 0$ ；

(9) 当 $a = -8, b = 2$ 时， $m = -8 + 2 = -6$ ；

(10) 当 $a = -16, b = 1$ 时， $m = -16 + 1 = -15$ ；

综上，符合条件的 m 的值为 $-15, -6, 0, 6, 15$ ，共有 5 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了整式的乘法，依据题意，正确分情况讨论是解题关键.

2. 已知 a 、 b 是实数， $x = a^2 + b^2 + 20$ ， $y = 4(2b - a)$ ，则 x 、 y 的大小关系是 ()

- A. $x \leq y$ B. $x \geq y$ C. $x < y$ D. $x > y$

【答案】B

【解析】

【分析】判断 x 、 y 的大小关系，把 $x - y$ 进行整理，判断结果的符号可得 x 、 y 的大小关系. 考查了配方法的应用；关键是根据比较式子的大小进行计算；通常是让两个式子相减，若为正数，则被减数大；反之减数大.

【详解】解： $x - y = a^2 + b^2 + 20 - 8b + 4a = (a + 2)^2 + (b - 4)^2$ ，

$$\because (a + 2)^2 \geq 0, (b - 4)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x - y \geq 0,$$

$$\therefore x \geq y,$$

故选：B

二、填空题：本题共 11 小题，每小题 3 分，共 33 分.

3. 多项式 $-\frac{2^5 - 6x^3 + x}{3}$ 的最高次项系数为 ____.

【答案】2

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式的项和次数的定义，几个单项式的和的形式叫做多项式，每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项，多项式里，次数最高项的次数叫做多项式的次数，据此确定次数最高的项即可得到答案.

【详解】解：多项式 $-\frac{2^5 - 6x^3 + x}{3}$ 的最高次项为 $-\frac{6x^3}{3} = 2x^3$ ，

$\therefore$ 多项式 $-\frac{2^5 - 6x^3 + x}{3}$ 的最高次项系数为 2，

故答案为：2.

4. 用科学记数法表示: $102400 =$ _____.

【答案】 1.024×10^5

【解析】

【分析】 本题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 其 n 的值是小数点移动的位数, 102400 用科学记数法表示小数点要向左移动 5 位, 所以本题中 n 的值为 5 .

【详解】 解: $102400 = 1.024 \times 100000 = 1.024 \times 10^5$

故答案为: 1.024×10^5 .

5. 将多项式 $3y^2 - 4 - 2xy - x^2y^3$ 按字母 y 降幂排列: _____.

【答案】 $-x^2y^3 + 3y^2 - 2xy - 4$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的降幂排列, 理解单项式的次数, 掌握多项式按某个字母降幂 (或升幂) 排列的方法是解题的关键, 注意排列时要带着各项的符号.

根据多项式, 找出字母 y 在各项中的次数, 再按降幂排列即可.

【详解】 解: 多项式 $3y^2 - 4 - 2xy - x^2y^3$ 中字母 y 的次数依次是 2 次, 0 次, 1 次, 3 次,

$\therefore$ 字母 y 降幂排列为: $-x^2y^3 + 3y^2 - 2xy - 4$,

故答案为: $-x^2y^3 + 3y^2 - 2xy - 4$.

6. 若单项式 $-\frac{1}{2}x^{4a}y$ 与 $-3x^8y^{b+4}$ 的和仍是单项式, 则 $a+b =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据单项式的和是单项式, 可得同类项, 根据同类项的定义, 可得答案.

【详解】 解: 由题意, 得

$$4a=8, b+4=1.$$

$$\text{解得: } a=2, b=-3.$$

$$a+b=-3+2=-1,$$

故答案为: -1 .

【点睛】 本题考查了同学们对同类项及合同同类项的掌握.

7. 已知 $4^x = 2^{y-1}$, $3^{y+1} = 27^{x-2}$, 则 $x-y =$ _____.

【答案】 -9

【解析】

【分析】 本题考查了幂的运算, 加减消元法解二元一次方程, 掌握幂的运算方法, 加减消元法是解题的关键.

根据幂的运算可得 $4^x = 2^{2x}$, $27^{x-2} = 3^{3(x-2)}$, 可得关于 x, y 的二元一次方程组, 运用代入法求解即可.

【详解】 解: 根据题意可得 $4^x = 2^{2x}$, $27^{x-2} = 3^{3(x-2)}$,

$$\therefore 4^x = 2^{2x} = 2^{y-1}, \quad 3^{y+1} = 27^{x-2} = 3^{3(x-2)},$$

$$\therefore \begin{cases} 2x = y-1 \\ y+1 = 3(x-2) \end{cases}, \text{ 整理得, } \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x - y = 7 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x = 8 \\ y = 17 \end{cases},$$

$$\therefore x - y = 8 - 17 = -9,$$

故答案为: -9.

8. 已知 $9x^2 - 2(k+1)x + 16$ 是一个完全平方式, 则 k 的值为 _____.

【答案】 -13 或 11

【解析】

【分析】 本题主要考查了求完全平方式, 根据题意可知两平方项为 $(3x)^2$ 、 4^2 , 据此可确定一次项, 进而求出 k 的值即可.

【详解】 解: $\because 9x^2 - 2(k+1)x + 16 = (3x)^2 - 2(k+1)x + 4^2$ 是一个完全平方式,

$$\therefore -2(k+1)x = \pm 2 \cdot 3x \cdot 4,$$

$$\therefore 2(k+1) = \pm 24,$$

$$\therefore k = -13 \text{ 或 } k = 11,$$

故答案为: -13 或 11.

9. 已知 $x^2 - 5x + 1 = 0$ ，则 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 =$ _____.

【答案】 21

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式的变形求值，先求出 $x + \frac{1}{x}$ 的值，再根据

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x} \text{ 计算求解即可.}$$

【详解】 解： $\because x^2 - 5x + 1 = 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时， $1 = 0$ ，此时不满足题意，

$\therefore x \neq 0$ ，

$$\therefore x - 5 + \frac{1}{x} = 0,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5,$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 4 \times 1 = 21,$$

故答案为： 21.

10. 已知 $m^2 + m - 5 = 0$ ，， 则 $m^4 + m^3 + 5m - 5 =$ _____.

【答案】 20

【解析】

【分析】 本题考查了代数式的求值，掌握已知式子的值求代数式的值的计算方法是解题的关键.

根据题意可得 $m^2 + m = 5$ ，将代数式变形得 $m^4 + m^3 + 5m - 5 = m^2(m^2 + m) + 5m - 5$ ，代入计算即可求解.

【详解】 解： $\because m^2 + m - 5 = 0$ ，

$$\therefore m^2 + m = 5,$$

$$\therefore m^4 + m^3 + 5m - 5 = m^2(m^2 + m) + 5m - 5,$$

$$\therefore = 5m^2 + 5m - 5$$

$$= 5(m^2 + m) - 5$$

$$= 5 \times 5 - 5$$

$= 20$,

故答案为: 20.

11. 比较大小: 2^{m+n+1} _____ $4^m + 4^n$.

【答案】 $\leq$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式, 幂的乘方的逆运算, 同底数幂乘法的逆运算, 利用作差法求出 $4^m + 4^n - 2^{m+n+1} = (2^m - 2^n)^2 \geq 0$, 据此可得答案.

【详解】 解: $4^m + 4^n - 2^{m+n+1}$
 $= (2^2)^m + (2^2)^n - 2^m \cdot 2^n \times 2$
 $= (2^m)^2 + (2^n)^2 - 2^m \cdot 2^n \times 2$
 $= (2^m - 2^n)^2 \geq 0$,
 $\therefore 4^m + 4^n \geq 2^{m+n+1}$,

故答案为: $\leq$.

12. 在括号内填入适当的单项式, 使多项式 $x^2 - y^2 + x + ()$ 能因式分解, 共有 _____ 种填法.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式, 由于 $x^2 - y^2$ 和 $x^2 + x$ 都可以分解因式, 那么添加单项式消去 x 或者 $-y^2$ 都符合题意, 由于 $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$, 那么添加 $\pm y$ 符合题意; 根据平方差公式的特点可添加一个单项式让 $x^2 + x + ()$ 构成一个完全平方式也满足题意, 据此可得答案.

【详解】 解: 当填入 $-x$ 时, 原式 $= x^2 - y^2 + x - x = x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$;
 当填入 $-y$ 时, 原式 $= x^2 - y^2 + x - y = (x+y)(x-y) + (x-y) = (x+y+1)(x-y)$;
 当填入 y 时, 原式 $= x^2 - y^2 + x + y = (x+y)(x-y) + (x+y) = (x-y+1)(x+y)$;
 当填入 y^2 时, 原式 $= x^2 - y^2 + x + y^2 = x^2 + x = x(x+1)$;
 当填入 $\frac{1}{4}$ 时, 原式 $= x^2 - y^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - y^2 = \left(x + \frac{1}{2} + y\right)\left(x + \frac{1}{2} - y\right)$;

故答案为: 5.

13. 有一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 从第二个数开始, 每一个数都等于1与它前一个数的倒数的差, 若 $a_1 = 2$, 则 $a_{2021} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了找规律的题, 解决本题的关键是按照顺序计算出这一列数中的前几个, 从计算出的数中找到规律, 根据规律得到要求的那个数. 本题中通过计算了现这一列数是 $2, \frac{1}{2}, -1, 2, \frac{1}{2}, -1, \dots$ 循环出现的, 并且每三个数一循环, 因为 $2021 \div 3 = 673 \dots 2$, 所以可知 a_{2021} 是第 674 个循环中的第 2 个数据, 所以可得 $a_{2021} = \frac{1}{2}$.

【详解】 解: $\because a_1 = 2$,

$$\therefore a_2 = 1 - \frac{1}{a_1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$a_3 = 1 - \frac{1}{a_2} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 = -1,$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{a_3} = 1 - \frac{1}{-1} = 1 + 1 = 2,$$

$$a_5 = 1 - \frac{1}{a_4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$a_6 = 1 - \frac{1}{a_5} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 = -1,$$

$\therefore$ 这一列数是 $2, \frac{1}{2}, -1, 2, \frac{1}{2}, -1, \dots$ 循环出现的, 并且每三个数一循环,

$\because 2021 \div 3 = 673 \dots 2$,

$\therefore a_{2021}$ 是第 674 个循环中的第 2 个数据,

$$\therefore a_{2021} = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

三、解答题: 本题共 12 小题, 共 91 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

14. 已知: $a^2 + b^2 = 4$, $c^2 + d^2 = 10$, $ac + bd = 2$, 求 $ad - bc$ 的值.

【答案】 ± 6

【解析】

【分析】 依据 $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$, 即可得到 $ad-bc$ 的值.

【详解】 $\because (ac+bd)^2+(ad-bc)^2=a^2c^2+2abcd+b^2d^2+a^2d^2-2abcd+b^2c^2=a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2$,
 $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2$,
 $\therefore (ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$,
 又 $\because a^2+b^2=4$, $c^2+d^2=10$, $ac+bd=2$,
 $\therefore 2^2+(ad-bc)^2=4 \times 10$,
 解得: $(ad-bc)^2=36$,
 $\therefore ad-bc=\pm 6$.

【点睛】 本题考查了整式的混合运算, 依据整式的化简得出 $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ 是解答问题的关键.

15. 计算: $(-2a^2b)^3 \cdot (-b)^2 + (3a^3b^4)^2 \div b^3$.

【答案】 a^6b^5

【解析】

【分析】 本题主要考查了积的乘方计算, 单项式乘以单项式, 单项式除以单项式, 先计算积的乘方, 再计算单项式乘以单项式, 单项式除以单项式, 最后合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $(-2a^2b)^3 \cdot (-b)^2 + (3a^3b^4)^2 \div b^3$
 $= -8a^6b^3 \cdot b^2 + 9a^6b^8 \div b^3$
 $= -8a^6b^5 + 9a^6b^5$
 $= a^6b^5$.

16. 计算: $(x+4+2y)(x-4+2y) - (3x-y)(x+3y)$.

【答案】 $-2x^2 - 4xy + 7y^2 - 16$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的乘法, 涉及多项式乘多项式, 完全平方公式及平方差公式等知识, 正确计算是解题的关键; 先用平方差公式、多项式乘多项式展开, 再用完全平方公式展开, 最后合并同类项即可.

【详解】解： $(x+4+2y)(x-4+2y)-(3x-y)(x+3y)$

$$=(x+2y)^2-16-(3x^2+8xy-3y^2)$$

$$=x^2+4xy+4y^2-16-3x^2-8xy+3y^2$$

$$=-2x^2-4xy+7y^2-16.$$

17. 因式分解： $6a-3a^2-3$.

【答案】 $-3(a-1)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了提公因式法与公式法的综合应用，掌握这两种分解法是关键；先提取公因式 -3 ，再用完全平方公式分解即可.

【详解】解： $6a-3a^2-3$

$$=-3(a^2-2a+1)$$

$$=-3(a-1)^2$$

18. 因式分解： $z^2(x-y)+4(y-x)+3z(x-y)$.

【答案】 $(x-y)(z-1)(z+4)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解的知识，熟练掌握因式分解的常用方法是解题关键. 首先提公因式 $(x-y)$ ，然后利用十字相乘法进行因式分解即可.

【详解】解： 原式 $= (x-y)(z^2+3z-4)$

$$= (x-y)(z-1)(z+4).$$

19. 因式分解： $4y^2+25x^2-1-4y^4$.

【答案】 $(5x+2y^2-1)(5x-2y^2+1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式，先分组得到 $25x^2-(4y^4-4y^2+1)$ ，再利用完全平方公式和平方差公式分解因式即可.

【详解】解： $4y^2+25x^2-1-4y^4$

$$\begin{aligned}
 &= 25x^2 - (4y^4 - 4y^2 + 1) \\
 &= 25x^2 - (2y^2 - 1)^2 \\
 &= (5x + 2y^2 - 1)(5x - 2y^2 + 1).
 \end{aligned}$$

20. 因式分解: $(m^2 - 5m + 2)(m^2 - 5m - 4) - 16$.

【答案】 $(m-1)(m-4)(m+1)(m-6)$

【解析】

【分析】 本题考查了十字相乘法分解因式, 运用了整体思想; 把 $m^2 - 5m$ 作为一个整体, 利用多项式乘多项式展开并整理得 $(m^2 - 5m)^2 - 2(m^2 - 5m) - 24$, 再连续两步利用十字相乘法分解即可.

【详解】 解: $(m^2 - 5m + 2)(m^2 - 5m - 4) - 16$

$$\begin{aligned}
 &= (m^2 - 5m)^2 - 2(m^2 - 5m) - 24 \\
 &= (m^2 - 5m + 4)(m^2 - 5m - 6) \\
 &= (m-1)(m-4)(m+1)(m-6).
 \end{aligned}$$

21. 先化简, 再求值: $(x^2 + 5x - 10)(x - 2) - (x - 2)^2(x + 1)$, 其中 $x = \frac{2}{3}$.

【答案】 $6x^2 - 20x + 16, \frac{16}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的化简求值, 因式分解的应用, 先提公因式 $(x-2)$ 分解因式, 再根据多项式乘以多项式的计算法则去小括号后合并同类项, 进一步根据多项式乘以多项式的计算法则化简, 最后代值计算即可.

【详解】 解: $(x^2 + 5x - 10)(x - 2) - (x - 2)^2(x + 1)$

$$\begin{aligned}
 &= (x-2)[(x^2 + 5x - 10) - (x-2)(x+1)] \\
 &= (x-2)[(x^2 + 5x - 10) - (x^2 - 2x + x - 2)] \\
 &= (x-2)(x^2 + 5x - 10 - x^2 + 2x - x + 2) \\
 &= (x-2)(6x - 8)
 \end{aligned}$$

$$= 6x^2 - 12x - 8x + 16$$

$$= 6x^2 - 20x + 16,$$

$$\text{当 } x = \frac{2}{3} \text{ 时, 原式 } 6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 20 \times \frac{2}{3} + 16 = \frac{8}{3} - \frac{40}{3} + 16 = \frac{16}{3}.$$

$$22. \text{ 已知 } xy = 15, \text{ 满足 } (x^2y - xy^2) - (x - y) = 28$$

(1) 利用因式分解求 $x - y$ 的值; (2) 求 $x^2 + y^2, x + y$ 的值

【答案】(1) 2 (2) 34, ± 8

【解析】

【分析】(1) 提取公因式进行因式分解即可求解;

(2) 根据 (1) 知 $x - y$ 的值, 即可推出 $x^2 + y^2 = 34$, 即可求出 $(x + y)^2 = 64$, 即可求解 $x + y$ 的值.

【详解】解: (1) $(x^2y - xy^2) - (x - y) = 28$

$$\therefore xy(x - y) - (x - y) = 28$$

$$\therefore (xy - 1)(x - y) = 28$$

$$\because xy = 15,$$

$$\therefore x - y = 2;$$

(2) 根据 (1) 知 $x - y = 2$

$$\therefore (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 34,$$

$$\because (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 4,$$

$$\therefore (x + y)^2 = 64$$

$$\therefore x + y = \pm 8$$

故答案为 (1) 2 (2) 34, ± 8 .

【点睛】本题主要考查了因式分解与完全平方公式的应用, 熟练掌握完全平方公式并学会对公式进行适当变形是解答本题的关键.

23. 因为 $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$, 这说明多项式 $x^2 + 2x - 3$ 有一个因式为 $x-1$, 我们把 $x=1$ 代入多项式, 发现 $x=1$ 能使多项式 $x^2 + 2x - 3$ 的值为 0.

利用上述规律, 回答下列问题:

- (1) 若 $x-3$ 是多项式 $x^2 + kx + 12$ 的一个因式, 求 k 的值.
- (2) 若 $x-3$ 和 $x-4$ 是多项式 $x^3 + mx^2 + 12x + n$ 的两个因式, 试求 m 、 n 的值, 并将该多项式因式分解.
- (3) 分解因式: $2x^3 - x^2 - 5x - 2$.

【答案】(1) -7 ;

(2) m 、 n 的值分别为 -7 和 0 ; $x(x-3)(x-4)$

(3) $(x-2)(2x+1)(x+1)$

【解析】

【分析】本题主要考查了分解因式, 解二元一次方程组:

- (1) 根据题意当 $x-3=0$ 时, $x^2 + kx + 12 = 0$, 则 $9 + 3k + 12 = 0$, 据此求解即可;
- (2) 根据题意可得当 $x-3=0$ 或 $x-4=0$ 时, $x^3 + mx^2 + 12x + n = 0$, 则可得关于 m 、 n 的方程组, 解方程组求出 m 、 n 的值, 进而把原多项式分解因式即可;
- (3) 先分组得到 $(2x^3 - 3x^2 - 2x) + (2x^2 - 3x - 2)$, 再利用提公因式法和十字相乘法分解因式即可.

【小问 1 详解】

解: 当 $x-3=0$ 时, $x=3$,

$\therefore x-3$ 是多项式 $x^2 + kx + 12$ 的一个因式,

$\therefore$ 当 $x-3=0$ 时, $x^2 + kx + 12 = 0$,

$\therefore 9 + 3k + 12 = 0$,

$\therefore k = -7$

【小问 2 详解】

解: $\because x-3$ 和 $x-4$ 是多项式 $x^3 + mx^2 + 12x + n$ 的两个因式,

$\therefore$ 当 $x-3=0$ 或 $x-4=0$ 时, $x^3 + mx^2 + 12x + n = 0$,

$\therefore x=3$ 或 $x=4$ 时, $x^3 + mx^2 + 12x + n = 0$,

$$\therefore \begin{cases} 27 + 9m + 36 + n = 0 \\ 64 + 16m + 48 + n = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -7 \\ n = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \text{原多项式为 } x^3 - 7x^2 + 12x = x(x^2 - 7x + 12) = x(x-3)(x-4);$$

【小问3详解】

$$\text{解: } 2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

$$= (2x^3 - 3x^2 - 2x) + (2x^2 - 3x - 2)$$

$$= x(2x^2 - 3x - 2) + (2x^2 - 3x - 2)$$

$$= (x+1)(2x^2 - 3x - 2)$$

$$= (x+1)(x-2)(2x+1).$$

24. 阅读理解

(1) 已知下列结果，填空：

$$(1+a)(1-a) = 1-a^2$$

$$(1+a)(1-a+a^2) = 1+a^3$$

$$(1+a)(1-a+a^2-a^3) = 1-a^4$$

$$(1+a)(1-a+a^2-a^3+a^4) = 1+a^5$$

.....

$$(1+a)(1-a+a^2-a^3+\cdots-a^9) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 以 (1) 中最后的结果为参考，求下列代数式的值（结果可以含幂的形式）

$$2-2^2+2^3-2^4+\cdots+2^9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

【答案】(1) $1-a^{10}$ ；(2) 342

【解析】

【分析】(1) 根据题中给出的等式，写出 $(1+a)(1-a+a^2-a^3+\cdots-a^9)$ 的值即可；(2) 根据已知条件知，推导出 $2-2^2+2^3-2^4+\cdots+2^9 = -(1-2+2^2-2^3+\cdots-2^9)+1$ ，然后进行化简即可。

【详解】(1) 依据题意 $(1+a)(1-a) = 1-a^2$

$$(1+a)(1-a+a^2)=1+a^3$$

$$(1+a)(1-a+a^2-a^3)=1-a^4$$

$$(1+a)(1-a+a^2-a^3+a^4)=1+a^5$$

$$\therefore (1+a)(1-a+a^2-a^3+\cdots-a^9)=1-a^{10}$$

$$(2) \text{由已知得 } (1+a)(1-a+a^2-a^3+\cdots-a^9)=1-a^{10}$$

$$\therefore 2-2^2+2^3-2^4+\cdots+2^9$$

$$=-(1-2+2^2-2^3+\cdots-2^9)+1$$

$$=\frac{-(1-2+2^2-2^3+\cdots-2^9)}{1+2}+1$$

$$=\frac{-(1-2^{10})}{1+2}+1$$

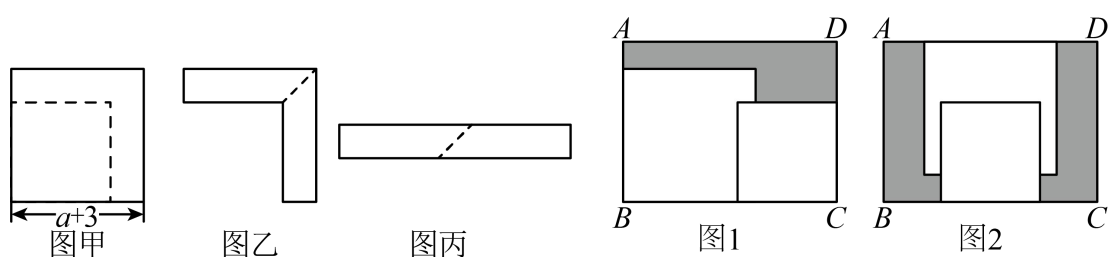
$$=\frac{1023}{3}+1$$

$$=342$$

故答案为 (1) $1-a^{10}$; (2) 342

【点睛】 本题考查了根据已知等式探索规律，通过已知的等式找出等式的规律是解题的关键.

25. 已知某工厂接到订单，需要边长为 $(a+3)$ 和 3 的两种正方形卡纸.



(1) 仓库只有边长为 $(a+3)$ 的正方形卡纸，现决定将部分边长为 $(a+3)$ ，按图甲所示裁剪得边长为 3 的正方形.

①如图乙，求裁剪正方形后剩余部分的面积 (用含 a 代数式来表示).

②剩余部分沿虚线又剪拼成一个如图丙所示长方形 (不重叠无缝隙)，则拼成的长方形的长和宽分别是多少? (用含 a 代数式来表示)

(2) 若将裁得正方形与原有正方形卡纸放入长方体盒子底部，按图 1，图 2 两种方式放置 (图 1，图 2 中

两张正方形纸片均有部分重叠), 设图 1 中阴影部分的面积为 S_1 , 图 2 中阴影部分的面积为 S_2 , 测得盒子底部长方形的长比宽多 3, 设宽 $AB = x$, 试用含 x 的代数式表示 S_1 和 S_2 , 并求 $S_2 - S_1$ 的值.

【答案】(1) ① $a^2 + 6a$; ② 边长分别为 a 和 $a + 6$;

$$(2) S_1 = x^2 - a^2 - 3a - 9, S_2 = x^2 - a^2 - 3a, 9$$

【解析】

【分析】本题主要考查了列代数式以及整式运算的应用, 理解题意, 弄清数量关系是解题关键.

(1) ①根据大正方形和小正方形的面积差可得答案; ②根据题意, 结合图形可以得出答案;

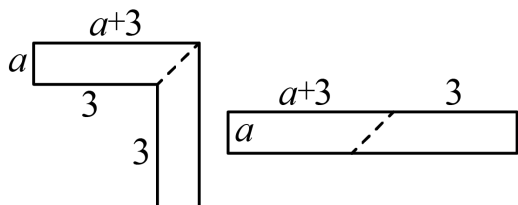
(2) 设盒子底部长方形的宽 $AB = x$, 则盒子底部长方形的长 $BC = x + 3$, 根据阴影部分的面积等于长方形面积减去两个正方形的面积再加上两个正方形重叠部分面积, 即可表示出 S_1 和 S_2 , 然后计算 $S_2 - S_1$ 的值即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } ① (a+3)^2 - 3^2 = a^2 + 6a + 9 - 9 = a^2 + 6a,$$

即裁剪正方形后剩余部分的面积为 $a^2 + 6a$;

②如下图,



拼成的长方形的长是 $a + 3 + 3 = a + 6$, 宽是 a ;

【小问 2 详解】

设盒子底部长方形的宽 $AB = x$, 则盒子底部长方形的长 $BC = x + 3$,

$$\therefore S_1 = x(x+3) - (a+3)^2 - 3^2 + 3[a+3+3-(x+3)] = x^2 - a^2 - 3a - 9,$$

$$S_2 = x(x+3) - (a+3)^2 - 3^2 + 3(a+3+3-x) = x^2 - a^2 - 3a,$$

$$\therefore S_2 - S_1 = x^2 - a^2 - 3a - (x^2 - a^2 - 3a - 9) = 9.$$