

2024 学年第一学期中二数学学科阶段成果展示

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

1. 36 的平方根是_____.

【答案】 ± 6

【解析】

【详解】 因为 $(\pm 6)^2 = 36$,

则 36 的平方根为 ± 6 ,

故答案为 ± 6

2. 点 $A(-2, a+3)$ 到 y 的距离等于_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了有关点的坐标的计算, 点 A 到 y 轴的距离为点 A 的横坐标的绝对值.

【详解】 解: $\because A(-2, a+3)$,

$\therefore$ 点 A 到 y 轴的距离为 $|-2| = 2$,

故答案为 2.

3. 已知 $\sqrt{a+1}$ 与 $|b-2|$ 互为相反数, $a^b =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据互为相反数的两个数的和等于 0 列式, 再根据非负数的性质列式求出 a 、 b , 然后代入代数式进行计算即可得解.

【详解】 解: $\because \sqrt{a+1}$ 与 $|b-2|$ 互为相反数,

$\therefore \sqrt{a+1} + |b-2| = 0$,

$\therefore a+1=0, b-2=0$,

解得 $a=-1, b=2$,

所以, $a^b = (-1)^2 = 1$,

故答案为: 1

【点睛】 本题考查了算术平方根和绝对值的非负数的性质, 关键是根据“几个非负数的和为 0 时, 这几个”

非负数都为 0” 列出方程.

4. 比较大小: $-2\sqrt{5}$ _____ $-3\sqrt{2}$.

【答案】 <

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质即可求解.

【详解】 解: $\because -2\sqrt{5} = -\sqrt{20}$, $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$

$$\therefore -\sqrt{20} < -\sqrt{18}$$

故答案为: <.

【点睛】 此题主要考查二次根式的大小比较, 解题的关键是熟知二次根式的性质.

5. 计算: $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{4} \div \sqrt{16} \times \sqrt[6]{32} =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分数指数幂, 幂的运算, 利用分数指数幂的性质分别化简, 然后根据幂的运算法则得出答案.

【详解】 解: $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{4} \div \sqrt{16} \times \sqrt[6]{32} = 4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{4}} \div 4 \times 2^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}} \div 2^2 \times 2^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 + \frac{5}{6}} = 2^0 = 1$

故答案为: 1.

6. 计算: $\sqrt{54ab} \div \sqrt{\frac{9b}{2a^2}} =$ _____.

【答案】 $2a\sqrt{3a}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的除法和性质, 先判断 a, b 的正负性, 再运用二次根式的除法法则和性质运算即可.

【详解】 解: 依题意得: $\frac{9b}{2a^2} > 0$, $54ab \geq 0$,

$$\therefore a > 0, b > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{54ab} \cdot \sqrt{\frac{2a^2}{9b}} = \sqrt{54ab \cdot \frac{2a^2}{9b}} = \sqrt{12a^3} = 2a\sqrt{3a},$$

故答案为: $2a\sqrt{3a}$.

7. 不等式 $\sqrt{2}x > \sqrt{3}x + 1$ 的解集是_____.

【答案】 $x < -\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ## $x < -\sqrt{3} - \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据移项, 合并同类项, 系数化为 1 即可.

【详解】 $\sqrt{2}x > \sqrt{3}x + 1$

$$\sqrt{2}x - \sqrt{3}x > 1$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})x > 1$$

$$\because \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore x < \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$x < \frac{1 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$x < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 - 3}$$

$$x < -\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

故答案为: $x < -\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查了不等式的解法以及二次根式的分母有理化, 属于基础题.

8. 在实数范围内分解因式: $x^4 - x^2y^2 - 2y^4 =$ _____

【答案】 $(x^2 + y^2)(x + \sqrt{2}y)(x - \sqrt{2}y)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 实数的性质; 先根据十字相乘法因式分解, 再根据平方差公式因式分解, 即可求解.

【详解】 解: $x^4 - x^2y^2 - 2y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - 2y^2)$

$$= (x^2 + y^2)(x + \sqrt{2}y)(x - \sqrt{2}y)$$

故答案为: $(x^2 + y^2)(x + \sqrt{2}y)(x - \sqrt{2}y)$.

9. a, b 为有理数, 且 $a + \sqrt{3}b = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$, 则 $a + b =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】先根据完全平方公式进行变形计算, 即 $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} = 1 + \sqrt{3}$, 且 a, b 为有理数, 求出 $a = 1, b = 1$, 进而得到 $a + b = 2$.

【详解】解: $\because \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{1 + 3 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} = 1 + \sqrt{3}$

$$\therefore a + \sqrt{3}b = 1 + \sqrt{3}$$

$\because a, b$ 为有理数

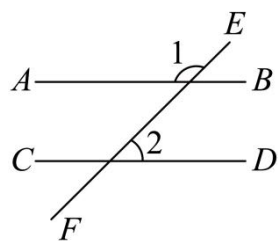
$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

故答案为: 2.

【点睛】本题主要考查了完全平方公式与二次根式的化简, 关键在于完全平方公式的变形.

10. 如图, 已知, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = (4x - 25)^\circ$, $\angle 2 = (85 - x)^\circ$, $\angle 1$ 的度数为_____.

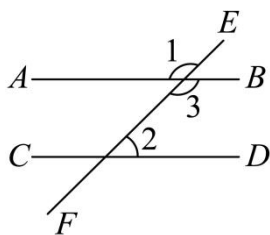


【答案】 135° ## 135 度

【解析】

【分析】本题考查的是平行线的性质, 先根据平行线的性质得出 $\angle 3$ 的度数, 再根据 $\angle 1 = \angle 3$ 可知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 把 $\angle 1 = (4x - 25)^\circ$, $\angle 2 = (85 - x)^\circ$ 代入求出 x 的值, 进而可得出结论, 熟知两直线平行, 同旁内角互补是解题的关键.

【详解】解: 如图:



$\therefore AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$

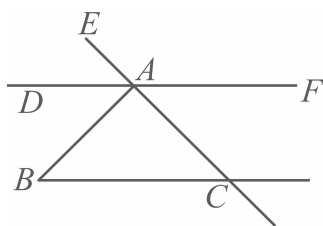
即 $(4x - 25) + (85 - x) = 180,$

解得 $x = 40,$

$\therefore \angle 1 = 4x - 25^\circ = 135^\circ,$

故答案为: 135° .

11. 如图, $BA \perp CE$ 于 A 点, 过 A 点作 $DF \parallel BC$, 若 $\angle EAF = 135^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.



【答案】 45° 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质和垂线的定义. 解题的关键是熟练掌握平行线的性质: 两直线平行, 内错角相等. 先根据补角的定义求出 $\angle CAF$ 的度数, 再由平行线的性质求出 $\angle ACB$ 的度数, 再由直角三角形的性质即可得出结论.

【详解】 解: $\because \angle EAF = 135^\circ,$

$\therefore \angle CAF = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$

$\because DF \parallel BC,$

$\therefore \angle ACB = \angle CAF = 45^\circ.$

$\because BA \perp CE,$

$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$

$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle ACB = 45^\circ.$

故答案为: 45° .

12. 已知 $x - 2\sqrt{xy} - 3y = 0$ ，则 $\frac{2x + \sqrt{xy} + 3y}{x + \sqrt{xy} - y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{24}{11}$

【解析】

【分析】先整理 $x - 2\sqrt{xy} - 3y = 0$ 得 $x - 2\sqrt{xy} + y = 4y$ ，即 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 4y$ ，因式分解，得 $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \pm 2\sqrt{y}$ ，则 $\sqrt{x} = 3\sqrt{y}$ 或 $\sqrt{x} = -\sqrt{y}$ ，再代入代数式中可求值. 利用因式分解对所给条件化简，再代入求值.

【详解】解：由 $x - 2\sqrt{xy} - 3y = 0$ ，得 $x - 2\sqrt{xy} + y = 4y$

$$\text{即 } (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 4y,$$

$$\therefore \sqrt{x} - \sqrt{y} = \pm 2\sqrt{y}$$

$$\therefore \sqrt{x} = 3\sqrt{y} \text{ 或 } \sqrt{x} = -\sqrt{y},$$

$$\text{当 } \sqrt{x} = 3\sqrt{y} \text{ 时, } x = 9y,$$

$$\text{则 } \frac{2x + \sqrt{xy} + 3y}{x + \sqrt{xy} - y} = \frac{18y + 3y + 3y}{9y + 3y - y} = \frac{24y}{11y} = \frac{24}{11};$$

当 $\sqrt{x} = -\sqrt{y}$ 时, $x = y = 0$ ，则 $\frac{2x + \sqrt{xy} + 3y}{x + \sqrt{xy} - y}$ 的分母为 0，故舍去，

故答案为: $\frac{24}{11}$.

二、选择题 (每题 2 分, 共 16 分)

13. 对于所有实数 a, b ，下列等式从左到右一定成立的是 ()

A. $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$ B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ C. $(-\sqrt{a})^2 = -|a|$ D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

【答案】 D

【解析】

【分析】利用二次根式的性质化简，二次根式的乘法法则，逐一判断即可解答.

【详解】解：当 $a-b \geq 0$ 时, $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$ ，当 $a-b < 0$ 时, $\sqrt{(a-b)^2} = -a+b$ ，故 A 不一定成立；

当 a, b 都小于 0 时, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$ ，故 B 不一定成立；

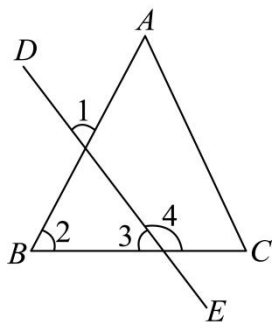
$(-\sqrt{a})^2 = |a|$ ，故 C 不成立；

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ ，故 D 成立，

故选：D.

【点睛】本题考查了二次根式的性质，二次根式的化简，二次根式的乘法法则，熟知上述性质和计算法则是解题的关键.

14. 如图，下列说法错误的是（ ）



A. $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同位角

B. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角

C. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角

D. $\angle 1$ 与 $\angle A$ 是内错角

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查同位角、内错角、同旁内角，根据同位角、内错角、同旁内角的定义，结合图形进行判断即可.

【详解】解：A、 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同位角，原说法正确，故本选项不符合题意；

B、 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角，原说法正确，故本选项不符合题意；

C、 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是内错角，原说法错误，故本选项符合题意；

D、 $\angle 1$ 与 $\angle A$ 是内错角，原说法正确，故本选项不符合题意.

故选：C.

15. 下列几个标志中，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）.



【答案】C

【解析】

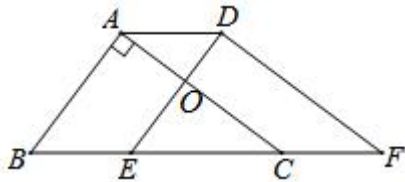
【分析】根据轴对称图形的定义以及中心对称图形的定义进行作答即可

- 【详解】解：A、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，该选项不符合题意；
- B、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，该选项不符合题意；
- C、是轴对称图形，也是中心对称图形，该选项符合题意；
- D、是中心对称图形，但不是轴对称图形，该选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了轴对称图形以及中心对称图形的识别，正确掌握轴对称图形的定义以及中心对称图形的定义是解题的关键.

16. 如图， $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC = 90^\circ$ ，将周长为 12 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$ ，连接 AD ，则下列结论：① $AC \parallel DF$ ， $AC = DF$ ；② $DE \perp AC$ ；③ 四边形 $ABFD$ 的周长是 16；④ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$ ，其中正确的个数有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】D

【解析】

【分析】根据平移的性质逐一判定即可.

【详解】解：∵ 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 向右平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$ ，

∴ $AC \parallel DF$ ， $AC = DF$ ， $AB = DE$ ， $BC = EF$ ， $AD = BE = CF = 2$ ， $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ，

∴ $ED \perp DF$ ，四边形 $ABFD$ 的周长 $= AB + BC + CF + DF + AD = 12 + 2 + 2 = 16$.

∵ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$ ，

∴ $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle OEC} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle OEC}$ ，

∴ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$ ，

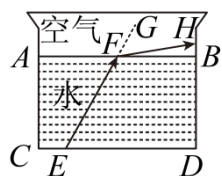
即结论正确的有 4 个.

故选：D.

【点睛】本题考查了平移的性质：把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小完全相同；新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是对应点. 连接各组对应点的线段平行且相等. 也考查了平移的距离以及图形的面积.

17. 光线在不同介质中传播速度不同，从一种介质射向另一种介质时会发生折射. 如图，水面 AB 与水杯底

部 CD 平行，光线 EF 从水中射向空气时发生折射，光线变成 FH ，点 G 在射线 EF 上，已知 $\angle HFB = 21^\circ$ ， $\angle FED = 54^\circ$ ，则 $\angle GFH$ 的度数为（ ）



- A. 21° B. 75° C. 33° D. 54°

【答案】C

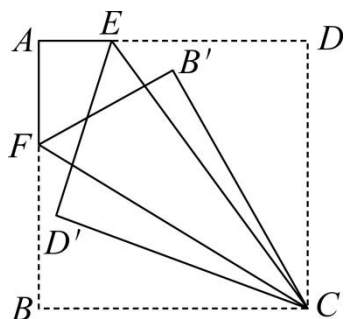
【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质、角的和差等知识点，掌握平行线的性质成为解题的关键.
先根据平行线的性质可得 $\angle GFB = \angle FED = 54^\circ$ ，然后根据角的和差即可解答.

【详解】解： $\because AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle GFB = \angle FED = 54^\circ$ ，
 $\therefore \angle GFH = \angle GFB - \angle BFH = 54^\circ - 21^\circ = 33^\circ$.

故选：C.

18. 将一张正方形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠， CE 、 CF 为折痕，点 B 、 D 折叠后的对应点分别为 B' 、 D' ，若 $\angle ECF = 22^\circ$ ，则 $\angle B'CD'$ 的度数为（ ）



- A. 48° B. 46° C. 44° D. 42°

【答案】B

【解析】

【分析】设 $\angle ECB' = \alpha$ ， $\angle FCD' = \beta$ ，根据折叠可得 $\angle DCE = \angle D'CE$ ， $\angle BCF = \angle B'CF$ ，进而可求解.

【详解】解：设 $\angle ECB' = \alpha$ ， $\angle FCD' = \beta$ ，

根据折叠可知：

$\angle DCE = \angle D'CE$ ， $\angle BCF = \angle B'CF$ ，

$$\therefore \angle ECF = 22^\circ,$$

$$\therefore \angle D'CE = 22^\circ + \beta, \quad \angle B'CF = 22^\circ + \alpha,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle ECF + \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore 22^\circ + \beta + 22^\circ + 22^\circ + \alpha = 90^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 24^\circ,$$

$$\therefore \angle B'CD' = \angle ECB' + \angle ECF + \angle FCD' = \alpha + \beta + 22^\circ = 46^\circ,$$

$$\therefore \angle B'CD' \text{ 的度数为 } 46^\circ.$$

故选: B.

【点睛】 本题考查了轴对称的性质, 角的和差运算, 解决本题的关键是熟练运用轴对称的性质.

19. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-1, 2)$, $B(2, 0)$, 将线段 AB 绕着点 A 顺时针旋转 90° , 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()

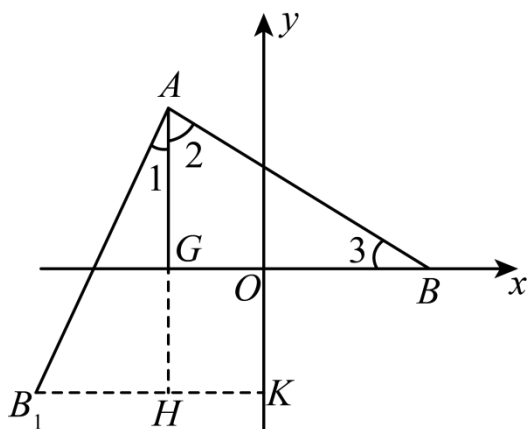
- A. $(-1, -1)$ B. $(-3, -2)$ C. $(1, 5)$ D. $(-3, -1)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 过点 B_1 作 $B_1K \perp y$ 轴, 过点 A 作 $AH \perp B_1K$, 交 x 轴于 G , 证明 $\triangle BGA \cong \triangle AHB_1$, 结合 $A(-1, 2)$, $B(2, 0)$, 得出 $GH = AH - AG = 3 - 2 = 1$, $B_1K = BH + HK = 3$. 此题考查旋转的性质, 三角形全等的判定和性质, 点的坐标的确定. 解决问题的关键是作辅助线构造全等三角形.

【详解】 解: 如图, 过点 B_1 作 $B_1K \perp y$ 轴, 过点 A 作 $AH \perp B_1K$, 交 x 轴于 G ,



∵ 点 $A(-1, 2), B(2, 0)$ ，将线段 AB 绕着点 A 顺时针旋转 90° ，

∴ $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ， $BG = 2 + 1 = 3$ ， $AG = 2$ ，

∵ $B_1K \perp y$ 轴，过点 A 作 $AH \perp B_1K$ ，

∴ $B_1K \parallel x$ 轴， $\angle AGB = \angle AHB_1 = 90^\circ$ ， $\angle B + \angle 1 = 90^\circ$ ，

∴ $\angle B = \angle 2$ ，

∴ $\triangle BGA \cong \triangle AHB_1$ ，

∴ $B_1H = AG = 2$ ， $AH = BG = 3$

则 $GH = AH - AG = 3 - 2 = 1$ ， $B_1K = B_1H + HK = 3$ ，

∴ 点 B_1 在第三象限，

∴ $B_1(-3, -1)$ 。

故选：D

20. 化简 $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - (\sqrt{1 - 2x})^2$ 得 ()

A. 2

B. -2

C. $-4x + 4$

D. $4x - 4$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质以及完全平方公式，先化简 $1 - 2x \geq 0$ ，得出 $x \leq \frac{1}{2}$ ，则

$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - (\sqrt{1 - 2x})^2 = |(2x - 3)| - (\sqrt{1 - 2x})^2$ ，结合 $x \leq \frac{1}{2}$ 进行化简，即可作答。

【详解】解：依题意， $1 - 2x \geq 0$ ，

$$\therefore x \leq \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } \sqrt{4x^2 - 12x + 9} - (\sqrt{1-2x})^2$$

$$= \sqrt{(2x-3)^2} - (\sqrt{1-2x})^2$$

$$= |(2x-3)| - (\sqrt{1-2x})^2$$

$$= 3 - 2x - (1 - 2x)$$

$$= 2,$$

故选: A.

三、解答题 (第 21、22 每题 6 分, 第 23-26 题每题 9 分)

$$21. \text{ 计算: } \left(\sqrt{18} + 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right) \div \sqrt{3}$$

【答案】 $\frac{4\sqrt{6}}{3} - \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 灵活运用二次根式的性质是解题的关键. 先把二次根式化为最简二次根式, 然后进行二次根式的乘除运算, 最后进行加减运算, 即可解题.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: 原式} &= \left[3\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \right] \div \sqrt{3} \\ &= \sqrt{6} + \frac{2}{3} - \frac{3 - \sqrt{6}}{3} \\ &= \sqrt{6} + \frac{2}{3} - 1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{3} - \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

22. 先化简, 再求值:

$$\text{已知 } a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}, \text{ 求 } \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 1} - \frac{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}{a^2 - a} \text{ 的值.}$$

【答案】 $a - 1 + \frac{1}{a}, 3$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值，二次根式的混合运算，正确计算是解题的关键．先化简得 $a-1+\frac{1}{a}$ ，

再将 $a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 代入 $a-1+\frac{1}{a}$ 即可得．

【详解】 解： 原式 $=\frac{(a-1)^2}{a-1}-\frac{\sqrt{(1-a)^2}}{a(a-1)}$

$$=a-1-\frac{1-a}{a(a-1)}$$

$$=a-1+\frac{1}{a}$$

当 $a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 代入 $a-1+\frac{1}{a}$ 得：

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}}-1+\frac{1}{\frac{1}{2+\sqrt{3}}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}-1+2+\sqrt{3}=2-\sqrt{3}-1+2+\sqrt{3}=3.$$

23. 阅读下面材料：

我们在学习二次根式时，熟悉的是分母有理化以及应用，其实，还有一个方法叫做“分子有理化”，与分母有理化类似，分母和分子都乘以分子的有理化因式，从而消掉分子中的根式比如：

$$\sqrt{7}-\sqrt{6}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}},$$
 分子有理化可以用来比较某些二次根式的大小，也可以用来处理一些二次根式的最值问题．例如：比较 $\sqrt{7}-\sqrt{6}$ 和 $\sqrt{6}-\sqrt{5}$ 的大小可以先将它们分子有理化如下：

$$\sqrt{7}-\sqrt{6}=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}, \quad \sqrt{6}-\sqrt{5}=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}},$$
 因为 $\sqrt{7}+\sqrt{6}>\sqrt{6}+\sqrt{5}$ ，所以 $\sqrt{7}-\sqrt{6}<\sqrt{6}-\sqrt{5}$ ．再

例如：求 $y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}$ 的最大值．做法如下：解：由 $x+2\geq 0$ ， $x-2\geq 0$ 可知 $x\geq 2$ ，而

$$y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}=\frac{4}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}},$$
 当 $x=2$ 时，分母 $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}$ 有最小值 2，所以 y 的最

大值是 2．

解决下述问题：

(1) 由材料可知， $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ；

(2) 比较 $3\sqrt{2}-4$ 和 $2\sqrt{3}-\sqrt{10}$ 的大小；

(3) 式子 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$ 的最小值是_____.

【答案】(1) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(2) $3\sqrt{2} - 4 < 2\sqrt{3} - \sqrt{10}$

(3) $\sqrt{2} - 1$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算，分子有理化：

(1) 根据分子有理化的方法进行求解即可；

(2) 利用分子有理化得到 $3\sqrt{2} - 4 = \frac{2}{3\sqrt{2} + 4}$ ， $2\sqrt{3} - \sqrt{10} = \frac{2}{2\sqrt{3} + \sqrt{10}}$ ，然后比较 $3\sqrt{2} + 4$ 和 $2\sqrt{3} + \sqrt{10}$ 的大小即可得到 $3\sqrt{2} - 4$ 与 $2\sqrt{3} - \sqrt{10}$ 的大小；

(3) 利用二次根式有意义的条件得到 $0 \leq x \leq 1$ ，而 $y = \sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}$ ，利用当 $x = 1$ 时， $\frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}$ 有最小值 $\sqrt{2} - 1$ ， $\sqrt{1-x}$ 有最小值 0 得到 y 的最小值.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}},$$

故答案为: $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

【小问 2 详解】

$$3\sqrt{2} - 4 = \frac{(3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4)}{3\sqrt{2} + 4} = \frac{2}{3\sqrt{2} + 4},$$
$$2\sqrt{3} - \sqrt{10} = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{10})(2\sqrt{3} - \sqrt{10})}{2\sqrt{3} + \sqrt{10}} = \frac{2}{2\sqrt{3} + \sqrt{10}},$$

而 $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$ ， $4 > \sqrt{10}$ ，

$$\therefore 3\sqrt{2} + 4 > 2\sqrt{3} + \sqrt{10},$$

$$\therefore 3\sqrt{2} - 4 < 2\sqrt{3} - \sqrt{10};$$

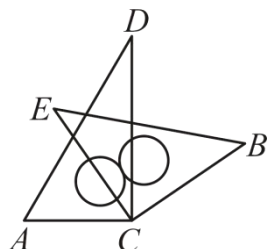
【小问 3 详解】

由 $1-x \geq 0$ ， $1+x \geq 0$ ， $x \geq 0$ 得 $0 \leq x \leq 1$ ，

$$y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} - \sqrt{x} = \sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}},$$

当 $x=1$ 时, $\sqrt{1+x}+\sqrt{x}$ 有最大值, 则 $\frac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{x}}$ 有最小值 $\sqrt{2}-1$, 此时 $\sqrt{1-x}$ 有最小值 0, 所以 y 的最小值为 $\sqrt{2}-1$.

24. 如图, 将一副三角尺中的直角顶点叠放在一起. $\angle A=60^\circ$, $\angle D=30^\circ$, $\angle E=\angle B=45^\circ$, 当 $0^\circ<\angle ACE<180^\circ$ 且点 E 在直线 AC 的上方时, 当这两块三角尺有一组边互相平行时, 求 $\angle ACE$ 的度数. (画出符合条件的图形, 并直接写出相应的 $\angle ACE$ 的度数.)



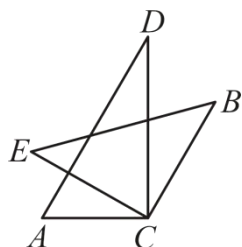
【答案】 $\angle ACE$ 的度数是 30° 或 45° 或 120° 或 135° 或 165° .

【解析】

【分析】分五种情况: 根据题目的已知条件画出图形, 结合平行线的性质分别列式, 然后进行分析计算, 即可解答. 本题考查了平行线的性质, 根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键.

【详解】解: 依题意, 分五种情况:

当 $AD \parallel BC$ 时, 如图:

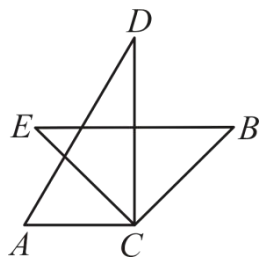


$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ,$$

$$\because \angle ECB = 90^\circ,$$

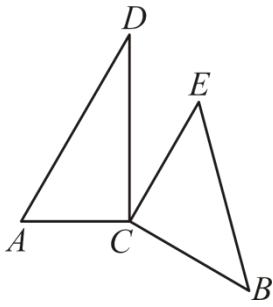
$$\therefore \angle ACE = \angle ACB - \angle ECB = 30^\circ;$$

当 $EB \parallel AC$ 时, 如图:



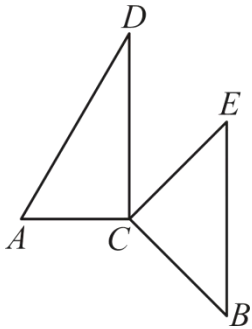
$$\therefore \angle ACE = \angle E = 45^\circ;$$

当 $AD \parallel CE$ 时, 如图:



$$\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle A = 120^\circ;$$

当 $DC \parallel EB$ 时, 如图:



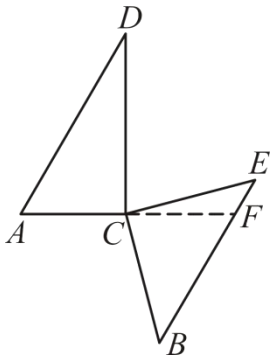
$$\therefore \angle DCE = \angle E = 45^\circ,$$

$$\because \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 135^\circ;$$

当 $AD \parallel EB$ 时,

如图: 延长 AC 交 EB 于点 F ,



$$\therefore \angle EFC = 180^\circ - \angle A = 120^\circ,$$

$\because \angle ACE$ 是 $\triangle AEF$ 的一个外角,

$$\therefore \angle ACE = \angle E + \angle CFE = 45^\circ + 120^\circ = 165^\circ;$$

综上所述: $\angle ACE$ 的度数为 30° 或 45° 或 120° 或 135° 或 165° .

25. 在数学研究课上, 研究小组研究了平面直角坐标系中的特殊线段的长度: 在平面直角坐标系中有不重合的两点 $M(x_1, y_1)$ 和点 $N(x_2, y_2)$, 若 $x_1 = x_2$, 则 $MN \parallel y$ 轴, 且线段 MN 的长度为 $|y_1 - y_2|$, 若 $y_1 = y_2$,

则 $MN \parallel x$ 轴, 且线段 MN 的长度为 $|x_1 - x_2|$.

【实践操作】

(1) 若点 $M(-1,1)$, $N(2,1)$, 则 $MN \parallel x$ 轴, MN 的长度为_____; 若点 $M(1,0)$, 且 $MN \parallel y$ 轴, 且 $MN = 2$, 则点 N 的坐标为_____

【拓展应用】 -3

(2) 如图, 在平面直角坐标系中, $A(-4,0), B(0,2), C(0,-3)$.

①如图 1, ABC 的面积为_____;

②如图 2, 点 D 在线段 AB 上, 将点 D 沿 x 轴正方向向右平移 3 个单位长度至 E 点, 若 $\triangle ACE$ 的面积等于 14, 求点 D 坐标.

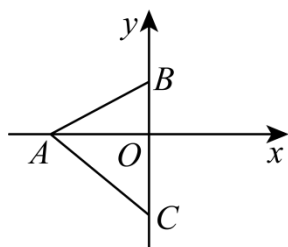


图1

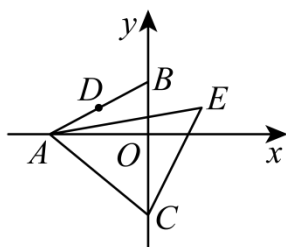


图2

【答案】 (1) 3; $N(1,2)$ 或 $N(1,-2)$; (2) ①10, ② $D\left(-\frac{1}{5}, \frac{19}{10}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查了坐标与图形的性质, 平移的性质

(1) 根据材料给的与坐标轴平行直线上两点的距离公式求解即可;

(2) ①先计算 BC, OA , 再利用面积公式计算即可;

②设 $D(m,n)$, 由等积法, 得到 $m = 2n - 4$, 再结合图形, 利用 $S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOE} + S_{\triangle COE} = S_{\triangle ACE}$ 得到点 D 的坐标

【详解】 解: (1) $\because M(-1,1), N(2,1), MN \parallel x$

$$\therefore MN = 2 - (-1) = 3,$$

$\because M(1,0), MN \parallel y, MN = 2$

$$\therefore |0 - y_N| = 2,$$

$$\therefore y_N = -2 \text{ 或 } y_N = 2,$$

$$N(1, -2) \text{ 或 } N(1, 2);$$

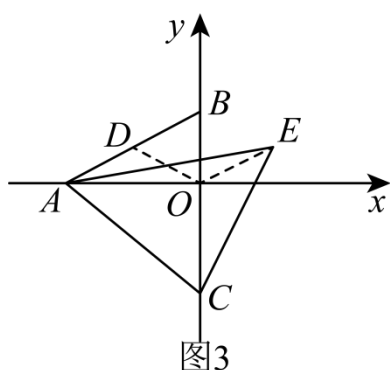
故答案为: 3; $N(1, 2)$ 或 $N(1, -2)$

$$(2) \textcircled{1} \because A(-4, 0), B(0, 2), C(0, -3),$$

$$\therefore BC = 2 - (-3) = 5, OA = 4,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times OA \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$

②连接 OD, OE ,



设 $D(m, n)$,

$$\because S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle DOB},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times n + \frac{1}{2} \times 2 \times (-m),$$

$$\therefore m = 2n - 4,$$

$\because$ 点 D 向右平移 3 个单位长度得到 E 点,

$$\therefore E(2n-1, n)$$

$$\because S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOE} + S_{\triangle COE} = S_{\triangle ACE}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times n + \frac{1}{2} \times 3 \times (2n-1) = 14$$

$$\therefore n = \frac{19}{10}$$

$$\therefore m = 2n - 4 = -\frac{1}{5},$$

$$\therefore D(-\frac{1}{5}, \frac{19}{10})$$

26. 对于平面内的 $\angle M$ 和 $\angle N$, 若存在一个常数 $k > 0$, 使得 $\angle M + k\angle N = 360^\circ$, 则称 $\angle N$ 为 $\angle M$ 的 k

系补周角. 如若 $\angle M = 90^\circ$, $N = 45^\circ$, 则 $\angle N$ 为 $\angle M$ 的 6 系补周角.

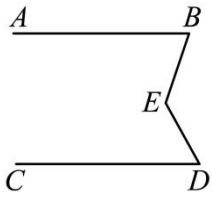


图1

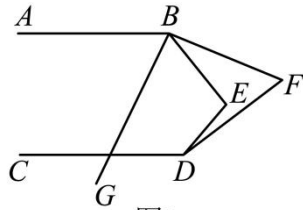


图2

(1) 若 $\angle H = 110^\circ$, 则 $\angle H$ 的 4 系补周角的度数为_____

(2) 在平面内 $AB \parallel CD$, 点 E 是平面内一点, 连接 BE, DE .

①如图 1, $\angle D = 70^\circ$, 若 $\angle B$ 是 $\angle E$ 的 3 系补周角, 求 $\angle B$ 的度数.

②如图 2, $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 均为钝角, 点 F 在点 E 的右侧, 且满足 $\angle ABF = \frac{\angle ABE}{n}$, $\angle CDF = \frac{\angle CDE}{n}$

(其中 n 为常数且 $n < 1$), 点 P 是 $\angle ABE$ 角平分线 BG 上的一个动点, 在 P 点运动过程中, 请你确定一个点 P 的位置, 使得 $\angle BPD$ 是 $\angle F$ 的 k 系补周角, 并直接写出此时的 k 值 (用含 n 的式子表示).

【答案】 (1) 62.5°

(2) ① $\angle B = 72.5^\circ$ ② $k = \frac{2}{n}$

【解析】

【分析】 (1) 设 $\angle H$ 的 4 系补周角的度数为 x° , 根据新定义列出方程求解即可;

(2) ①过 E 作 $EF \parallel AB$, 得 $\angle B + \angle D = \angle BED$, 再由已知 $\angle D = 60^\circ$, $\angle B$ 是 $\angle E$ 的 3 系补周角, 列出 $\angle B$ 的方程, 求得 $\angle B$ 的度数;

②根据 k 系补周角的定义先确定 P 点的位置, 再结合 $\angle ABF = n\angle ABE$, $\angle CDF = n\angle CDE$ 求解 k 与 n 的关系即可求解.

本题主要考查平行线的性质与判定, 角平分线的定义, 新定义. 解题的关键是熟练掌握平行线的性质与判定, 角平分线的定义, 新定义.

【小问 1 详解】

解: 设 $\angle H$ 的 4 系补周角的度数为 x° , 根据新定义得:

$$110 + 4x = 360,$$

解得 $x = 62.5$,

$\angle H$ 的 4 系补周角的度数为 62.5° ,

故答案为: 70;

【小问 2 详解】

解: ①过 E 作 $EF \parallel AB$, 如图 1,

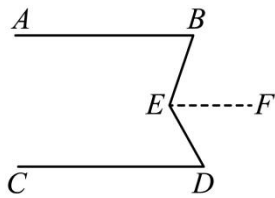


图1

$$\therefore \angle B = \angle BEF,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel CD,$$

$$\because \angle D = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle D = 70^\circ,$$

$$\because \angle B + 70^\circ = \angle BEF + \angle DEF,$$

$$\text{即 } \angle B + 70^\circ = \angle BED,$$

$$\because \angle B \text{ 是 } \angle BED \text{ 的 } 3 \text{ 系补周角},$$

$$\therefore \angle BED = 360^\circ - 3\angle B,$$

$$\therefore \angle B + 70^\circ = 360^\circ - 3\angle B,$$

$$\therefore \angle B = 72.5^\circ;$$

②如图 2, 当 BG 上的动点 P 为 $\angle CDE$ 的角平分线与 BG 的交点时, 满足 $\angle BPD$ 是 $\angle F$ 的 k 系补周角,

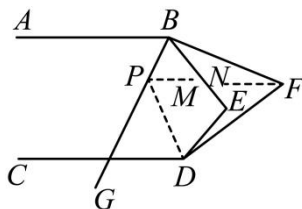


图2

过点 P 作 $PM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$, 如图 2,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore CD \parallel PM, \quad CD \parallel FN,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BPM, \quad \angle CDP = \angle DPM, \quad \angle ABF + \angle BFN = 180^\circ, \quad \angle CDF + \angle DFN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle BFD + \angle CDF$$

$$= \angle ABF + \angle BFN + \angle CDF + \angle DFN$$

$$= 180^\circ + 180^\circ$$

$$= 360^\circ,$$

$$\because \angle ABE \text{ 的平分线与 } \angle CDE \text{ 的平分线相交于点 } P,$$

$$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle ABE, \quad \angle CDP = \frac{1}{2} \angle CDE,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle BPM + \angle DPM = \frac{1}{2}(\angle ABE + \angle CDE),$$

$$\therefore \angle ABF = \frac{\angle ABE}{n}, \quad \angle CDF = \frac{\angle CDE}{n} \quad (\text{其中 } n \text{ 为常数且 } n < 1),$$

$$\therefore \angle BPD = \frac{1}{2}(n\angle ABF + n\angle CDF),$$

$$\therefore \angle BPD = \frac{n}{2}(\angle ABF + \angle CDF),$$

$$\therefore \angle BPD = \frac{n}{2}(360^\circ - \angle BFD),$$

$$\therefore \angle BFD + \frac{2}{n} \angle BPD = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD \text{ 是 } \angle BFD \text{ 的 } k \text{ 系补周角},$$

$$\text{此时, } k = \frac{2}{n}.$$