

西延安中学 2024 学年第一学期初一数学期中试卷

(满分: 100 分, 完成时间: 90 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 30 题.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分) 【每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列各组单项式中是同类项的是 ()

- A. $3a^2b$ 与 $-\frac{1}{5}ba^2$ B. 4 与 $2a$ C. $2a$ 与 $2b$ D. m^2n 与 $-\frac{1}{4}n^2m$

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查了同类项的概念, 根据同类项的概念逐项判断即可, 解题的关键是掌握同类项定义中的两个“相同”: 所含字母相同; 相同字母的指数相同.

【详解】解: A、 $3a^2b$ 和 $-\frac{1}{5}ba^2$ 所含字母相同, 相同字母的指数相同, 是同类项, 故符合题意;

B、4 和 $2a$ 所含字母不相同, 不是同类项, 故不符合题意;

C、 $2a$ 和 $2b$ 所含字母不相同, 不是同类项, 故不符合题意;

D、 m^2n 和 $-\frac{1}{4}n^2m$ 所含字母相同, 相同字母的指数不相同, 不是同类项, 故不符合题意;

故选: A.

2. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $ab+1=a\left(b+\frac{1}{a}\right)$ B. $2a^3b-4a^2b=2a^2b(a-2)$

C. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ D. $a^2-2a-1=a(a-2)-1$

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了因式分解; 根据因式分解的概念, 即把一个多项式化成几个整式的积的形式, 进行逐一分析判断即可.

【详解】解：A、 $ab+1=a\left(b+\frac{1}{a}\right)$ ，右边不是整式的积，不是因式分解，故本选项不符合；

B、 $2a^3b-4a^2b=2a^2b(a-2)$ ，符合因式分解的概念，故本选项符合；

C、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，该变形是整式乘法，不是因式分解，故本选项不符合；

D、 $a^2-2a-1=a(a-2)-1$ ，该变形没有分解成积的形式，故本选项不符合。

故选：B。

3. 下列计算正确的（ ）

A. $x^2+x^3=x^5$

B. $(-a)^8 \div (-a)^3 = a^5$

C. $(a^2)^3 = a^5$

D. $(3 \times 10^6) \times (5 \times 10^3) = 1.5 \times 10^{10}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查合并同类项，幂的乘方运算，同底数幂的除法，科学记数法，掌握基础运算法则是解本题的关键。

根据合并同类项，同底数幂的除法，幂的乘方运算，科学记数法的含义，逐项判断即可。

【详解】解：A. x^2, x^3 不是同类项， $x^2+x^3 \neq x^5$ ，故选项不符合题意；

B. $(-a)^8 \div (-a)^3 = (-a)^5 = -a^5$ ，故选项不符合题意；

C. $(a^2)^3 = a^6$ ，故选项不符合题意；

D. $(3 \times 10^6) \times (5 \times 10^3) = 1.5 \times 10^{10}$ ，故选项符合题意；

故选：D。

4. 若 $x^2-kx-15=(x+a)(x+b)$ ，且 a, b 为整数，则 $a+b$ 的值不可能是（ ）

A. 14

B. 2

C. 16

D. -14

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，多项式与多项式的乘法运算，多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项分别乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。根据多项式的乘法法则把等号右边化简，可得 $a+b=-k$ 、 $ab=-15$ ，然后对 a, b 的值讨论可得答案。

【详解】解： $\because x^2 - kx - 15 = (x + a)(x + b)$,

$$\therefore x^2 - kx - 15 = x^2 + (a + b)x + ab,$$

$$\therefore a + b = -k, ab = -15,$$

若 $a = 1$ 、 $b = -15$ ，则 $a + b = -14$ ；

若 $a = -1$ 、 $b = 15$ ，则 $a + b = 14$ ；

若 $a = -3$ 、 $b = 5$ ，则 $a + b = 2$ ；

若 $a = 3$ 、 $b = -5$ ，则 $a + b = -2$ ；

故选：C.

5. 某商店在甲批发市场以每包 m 元的价格进了 45 包茶叶，又在乙批发市场以每包 n 元 ($m > n$) 的价格进了

同样的 55 包茶叶. 若以每包 $\frac{m+n}{2}$ 元的价格全部卖出这种茶叶，则这家商店 ()

A. 盈利了

B. 亏损了

C. 不盈不亏

D. 盈亏不能确定

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了整式加减运算的应用，解题的关键是理解利润 = (售价 - 进价) × 数量. 由题意得，进货成本 = $45m + 55n$ ，销售额 = $50(m + n)$ ，根据题意再列式求解即可.

【详解】解：由题意得，进货成本 = $45m + 55n$ ，

$$\text{销售额} = \frac{m+n}{2} \times (45 + 55) = 50(m + n),$$

$$\text{故 } 50(m + n) - (45m + 55n)$$

$$= 50m + 50n - 45m - 55n$$

$$= 5(m - n)$$

$$\because m > n,$$

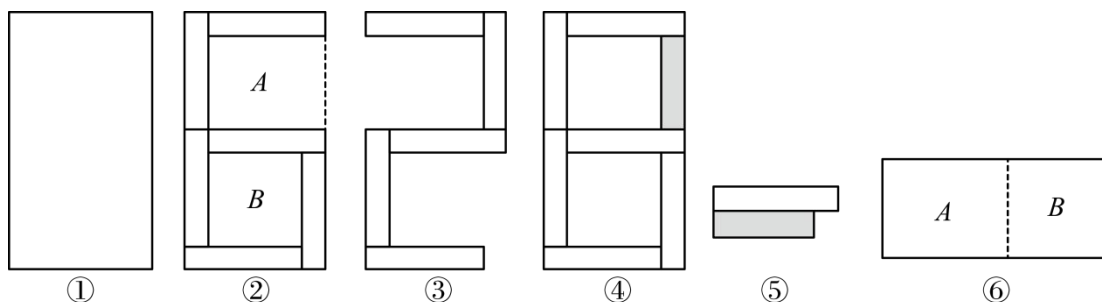
$$\therefore 5(m - n) > 0,$$

$\therefore$ 这家商店盈利.

故选：A.

6. 今天是 6 月 28 日，小吴用如图①所示的三张长方形纸片分别剪出数字 6、2、8 (如图②③④)，剪成的数字可以分割成一些相同的白色长方形和一个黑色长方形 (所有长方形的宽度相等)，小吴用其中一个白色长方形和数字 8 中的黑色长方形拼成图形⑤，将数字 6 中剪去的两部分 (A、B) 拼成长方形⑥，经过测

量和计算，小吴发现长方形⑥的周长恰好是图形⑤的周长的 2 倍，则黑色长方形中长与宽的比是（ ）



A. 11:3

B. 5:1

C. 7:2

D. 4:1

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减的应用；设黑色小长方形纸片的长为 b ，宽为 a ，根据已知条件长方形⑥的周长恰好是图形⑤的周长的 2 倍，求出比值即可．

【详解】 解：设黑色小长方形纸片的长为 b ，宽为 a ，则白色长方形的长为 $(b+a)$ ，宽为 a ，

$\therefore$ ⑤的周长为 $b+a+b+5a=2b+6a$ ，

⑥的长为 $b+a+b=2b+a$ ，宽为 b ，

$\therefore$ ⑥的周长为 $(b+2b+a) \times 2 = 6b+2a$ ，

又 $\because$ 长方形⑥的周长恰好是图形⑤的周长的 2 倍，

$\therefore 6b+2a=2(2b+6a)$ ，即 $b=5a$ ，

$\therefore$ 黑色长方形中长与宽的比是 $\frac{b}{a} = \frac{5a}{a} = 5:1$ ，

故选： B.

二、填空题：（本大题共 14 题，每题 2 分，满分 28 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 单项式 $-\frac{5x^3y^4}{11}$ 的系数是_____.

【答案】 $-\frac{5}{11}$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式的系数，掌握单项式的系数的定义是解题的关键．直接根据单项式的系数的定义得出答案，单项式中的数字因数叫做单项式的系数．

【详解】解：单项式 $-\frac{5x^3y^4}{11}$ 的系数是 $-\frac{5}{11}$ ；

故答案为： $-\frac{5}{11}$

8. 用代数式表示：“x 的 2 倍与 y 的差的平方”是_____.

【答案】 $(2x-y)^2$

【解析】

【分析】先求 x 的 2 倍，再求差，最后写出它们的平方即可求解.

【详解】解：由题意得：“x 的 2 倍与 y 的差的平方”是 $(2x-y)^2$.

故答案为 $(2x-y)^2$.

【点睛】本题考查了列代数式的知识，解答本题的关键是熟练读题，找出题目所给的等量关系.

9. 如果单项式 $\frac{2}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项，那么 $m^n =$ _____.

【答案】 64

【解析】

【分析】本题考查了同类项的定义；一元一次方程的解法，所含字母相同，且相同字母的指数也相同的两个单项式是同类项，求出 m, n 的值，代入计算即可.

【详解】解： $\because \frac{2}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项，

$$\therefore m-1=3, 2n=n+3,$$

解得： $m=4, n=3$

$$\therefore m^n = 4^3 = 64,$$

故答案为： 64 .

10. 已知 $-2(x^2 - x + 3)$ 减去整式 M ，所得的差是 $\frac{1}{2}x - 1$ ，则 M 等于_____

【答案】 $-2x^2 + \frac{3}{2}x - 5$

【解析】

【分析】本题考查整式的加减运算，根据题意得到 $M = -2(x^2 - x + 3) - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$ ，然后利用整式的加减运算法则去括号求解即可.

【详解】解：由题意，

$$M = -2(x^2 - x + 3) - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$

$$= -2x^2 + 2x - 6 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$= -2x^2 + \frac{3}{2}x - 5,$$

$$\text{故答案为: } -2x^2 + \frac{3}{2}x - 5.$$

11. 若多项式 $(m-2)x^2y^3 - 4^2xy^{n-1} + 2xy + 1$ 是四次三项式，则 $m-n =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查多项式的相关概念，根据多项式的项、次数的定义求得 m 、 n 值，进而代值求解即可.

【详解】解： $\because$ 多项式 $(m-2)x^2y^3 - 4^2xy^{n-1} + 2xy + 1$ 是四次三项式，

$$\therefore m-2=0, \quad 1+n-1=4,$$

$$\text{解得 } m=2, \quad n=4,$$

$$\therefore m-n=2-4=-2,$$

故答案为： -2.

12. 计算： $a^9 \div a^6 \cdot a^3 =$ _____.

【答案】 a^6

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂的乘法和除法，根据运算法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 和 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 直接求解即可.

【详解】解： $a^9 \div a^6 \cdot a^3$

$$= a^{9-6+3}$$

$$= a^6,$$

故答案为： a^6 .

13. 计算： $(x+2y)(-2x+3y) =$ _____.

【答案】 $-2x^2 - xy + 6y^2$

【解析】

【分析】 本题考查整式的乘法，根据多项式乘多项式的运算法则求解即可.

【详解】 解: $(x+2y)(-2x+3y)$

$$= -2x^2 + 3xy - 4xy + 6y^2$$

$$= -2x^2 - xy + 6y^2,$$

故答案为: $-2x^2 - xy + 6y^2$.

14. 计算: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \times 1.5^{2024} \times (-1)^{2025} =$ _____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是乘方运算的含义，积的乘方运算的逆运算，把原式化为 $\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2024} \times 1.5^{2024} \times (-1)$,

再计算即可.

【详解】 解: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \times 1.5^{2024} \times (-1)^{2025}$

$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2024} \times 1.5^{2024} \times (-1)$$

$$= -\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3} \times 1.5\right)^{2024}$$

$$= -\frac{2}{3} \times 1^{2024}$$

$$= -\frac{2}{3};$$

故答案为: $-\frac{2}{3}$

15. 把多项式 $2x^3y - 5y^3 + xy^2 - 2x^2$ 按照字母 y 降幂排列: _____

【答案】 $-5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2$

【解析】

【分析】 本题考查多项式，根据含 y 项中的 y 的指数从大到小顺序书写即可.

【详解】解： $2x^3y - 5y^3 + xy^2 - 2x^2$

$$= -5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2,$$

故答案为： $-5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2$.

16. 因式分解： $a^2(a-b) + 9b^2(b-a) =$ _____

【答案】 $(a-b)(a+3b)(a-3b)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，先提公因式 $a-b$ ，再利用平方差公式分解因式即可.

【详解】解： $a^2(a-b) + 9b^2(b-a)$

$$= a^2(a-b) - 9b^2(a-b)$$

$$= (a-b)(a^2 - 9b^2)$$

$$= (a-b)(a+3b)(a-3b)$$

故答案为： $(a-b)(a+3b)(a-3b)$.

17. 因式分解： $x^{n+1} - 3x^n - 10x^{n-1} =$ _____

【答案】 $x^{n-1}(x+2)(x-5)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，先提公因式 x^{n-1} ，再利用十字相乘法分解因式即可求解.

【详解】解： $x^{n+1} - 3x^n - 10x^{n-1}$

$$= x^{n-1}(x^2 - 3x - 10)$$

$$= x^{n-1}(x+2)(x-5),$$

故答案为： $x^{n-1}(x+2)(x-5)$.

18. 已知代数式 $(x+m)(x^2 - 3x + 2)$ 的积中不含 x 的一次项，则 $m =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查整式的乘法，先根据多项式乘多项式的运算法则展开化简，再使含 x 的一次项系数为 0

求解即可.

【详解】解: $(x+m)(x^2-3x+2)$

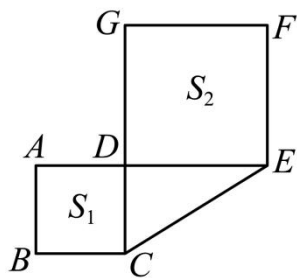
$$= x^3 - 3x^2 + 2x + mx^2 - 3mx + 2m$$
$$= x^3 + (m-3)x^2 + (2-3m)x + 2m,$$

$\therefore$ 该代数式的积中不含 x 的一次项,

$$\therefore 2-3m=0, \text{ 解得 } m=\frac{2}{3},$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.

19. 如图, 点 D 是线段 AE 上一点, 以 AD, DE 为边向两边作正方形, 面积分别是 S_1 和 S_2 , 设 $AE=8$, 两个正方形的面积之和 $S_1 + S_2 = 36$, 则 $\triangle CDE$ 的面积为_____.



【答案】7

【解析】

【分析】本题考查完全平方公式的几何应用, 找到边与边关系是解答的关键. 设 $AD=CD=a$, $DE=b$, 根据题意得到 $a+b=8$, $a^2+b^2=36$, 利用完全平方公式求得 $ab=14$, 进而利用三角形的面积公式可求解.

【详解】解: 设 $AD=CD=a$, $DE=b$,

$\therefore AE=8$, 两个正方形的面积之和 $S_1 + S_2 = 36$,

$$\therefore a+b=8, \quad a^2+b^2=36,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\therefore 64 = 36 + 2ab, \text{ 解得 } ab=14,$$

$$\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}CD \cdot DE = \frac{1}{2}ab = 7,$$

故答案为: 7.

20. 请同学运用计算 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, 解决问题: 已知 x, y, z 满足

$x^2 + y^2 + z^2 = 5$, 求 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$ 的最大值是_____.

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查运用已知公式, 及平方的非负性, 掌握灵活运用题中给的公式是解题的关键. 根据已知条件化简 $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$, 根据完全平方公式的非负性求得原式的最大值, 进而即可求解.

【详解】 解: $\because x^2 + y^2 + z^2 = 5$,

$$\begin{aligned} & \therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \\ &= x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + z^2 + x^2 - 2xy - 2yz - 2xz \\ &= 2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) \\ &= 10 - 2(xy + yz + zx); \\ & \because (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz, \\ & \therefore 2xy + 2xz + 2yz = (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \\ & \therefore (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \\ &= 10 - (x+y+z)^2 + (x^2 + y^2 + z^2) \\ &= 15 - (x+y+z)^2, \\ & \because (x+y+z)^2 \geq 0, \\ & \therefore \text{原式} \leq 15. \end{aligned}$$

故原式的最大值是 15;

故答案为: 15.

三、简答题: (本大题共 7 题, 21—26 每题 4 分, 27 每题 6 分, 满分 30 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

21. 计算: $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}ab^2\right) - (-2ab)^3$.

【答案】 $\frac{41}{5}a^3b^3$

【解析】

【分析】 本题考查整式的运算，涉及单项式乘单项式、积的乘方、合并同类项，根据相关运算法则正确求解即可.

【详解】 解： $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}ab^2\right) - (-2ab)^3$

$$= \frac{1}{5}a^3b^3 + 8a^3b^3$$
$$= \frac{41}{5}a^3b^3.$$

22. 计算： $\left(-\frac{5}{6}x^2y^3 + \frac{4}{5}xy^2 - 5x^2y\right) \div \left(-\frac{1}{5}xy\right)$

【答案】 $\frac{25}{6}xy^2 - 4y + 25x$

【解析】

【分析】 本题考查的是多项式除以单项式，把多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的和相加即可.

【详解】 解： $\left(-\frac{5}{6}x^2y^3 + \frac{4}{5}xy^2 - 5x^2y\right) \div \left(-\frac{1}{5}xy\right)$

$$= -\frac{5}{6}x^2y^3 \div \left(-\frac{1}{5}xy\right) + \frac{4}{5}xy^2 \div \left(-\frac{1}{5}xy\right) - 5x^2y \div \left(-\frac{1}{5}xy\right)$$
$$= \frac{25}{6}xy^2 - 4y + 25x;$$

23. 计算： $(x-3y-2)(x+3y+2)$.

【答案】 $x^2 - 9y^2 - 12y - 4$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式与多项式乘法的运算，理解运算法则是解答关键.

先将 $(x-3y-2)(x+3y+2)$ 变形为 $[(x-3y)-2][(x+3y)+2]$ ，再利用多项式乘多项式的运算法则求解.

【详解】 解： $(x-3y-2)(x+3y+2)$

$$= [(x-3y)-2][(x+3y)+2]$$
$$= x^2 - 9y^2 + 2(x-3y) - 2(x+3y) - 4$$
$$= x^2 - 9y^2 + 2x - 6y - 2x - 6y - 4$$

$$= x^2 - 9y^2 - 12y - 4.$$

24. 简便计算: $-19\frac{7}{9} \times 20\frac{2}{9}.$

【答案】 $-399\frac{77}{81}$

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式的运算，先将算式转化为 $-\left(20 - \frac{2}{9}\right) \times \left(20 + \frac{2}{9}\right)$ ，再利用平方差公式求解即可.

【详解】 解: $-19\frac{7}{9} \times 20\frac{2}{9}$

$$= -\left(20 - \frac{2}{9}\right) \times \left(20 + \frac{2}{9}\right)$$

$$= -\left[20^2 - \left(\frac{2}{9}\right)^2\right]$$

$$= -400 + \frac{4}{81}$$

$$= -399\frac{77}{81}$$

25. $4(a+b)^2 - 12(ab+b^2) + 9b^2.$

【答案】 $(2a-b)^2$

【解析】

【分析】 先对 $-12(ab+b^2)$ 提公因式，把 $(a+b)$ 看作一个整体，再用完全平方公式分解、化简即可.

【详解】 $4(a+b)^2 - 12(ab+b^2) + 9b^2$

$$= 4(a+b)^2 - 12b(a+b) + 9b^2$$

$$= [2(a+b) - 3b]^2$$

$$= (2a-b)^2$$

【点睛】 本题考查了因式分解—公式法、提公因式法，应用整体思想可以化难为易，化繁不简.

26. 因式分解: $x^4 + 5x^2y^2 - 6y^4.$

【答案】 $(x+y)(x-y)(x^2+6y^2)$

【解析】

【分析】 本题考查的是因式分解，掌握公式法与十字乘法分解因式是解本题的关键，先利用十字乘法可得 $(x^2 - y^2)(x^2 + 6y^2)$ ，再进一步利用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解: $x^4 + 5x^2y^2 - 6y^4$

$$= (x^2 - y^2)(x^2 + 6y^2)$$
$$= (x + y)(x - y)(x^2 + 6y^2).$$

27. 若 $|a + 4|$ 与 $b^2 + 4b + 4$ 互为相反数，把多项式 $(x + a)(x + b) + 1$ 因式分解.

【答案】 $(x - 3)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了公式法分解因式以及互为相反数的概念、绝对值和偶次幂的非负性的性质，灵活运用公式进行因式分解是解题的关键. 根据互为相反数的两数和为 0 以及绝对值和偶次幂的非负性，求得 a 、 b 的值，再利用公式法分解因式即可.

【详解】 解: $\because |a + 4|$ 与 $b^2 + 4b + 4$ 互为相反数，

$$\therefore |a + 4| + b^2 + 4b + 4 = |a + 4| + (b + 2)^2 = 0,$$

$$\therefore a + 4 = 0, \quad b + 2 = 0,$$

解得: $a = -4, \quad b = -2.$

$$\therefore (x + a)(x + b) + 1$$

$$= (x - 4)(x - 2) + 1$$

$$= x^2 - 6x + 8 + 1$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

$$= (x - 3)^2.$$

四、解答题: (本大题共 3 题, 28、29 每题 7 分, 30 题 10 分, 满分 24 分) **【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】**

28. 已知 $x + 3y = 5, y = 2$. 求 $\frac{1}{2}(6y - 2x)^2$ 的值.

【答案】 98

【解析】

【分析】 本题考查的是求解代数式的值，一元一次方程的应用，先求解 $x = -1$ ，再把 $x = -1$ ， $y = 2$ 代入计算即可.

【详解】 解： $\because x + 3y = 5, y = 2$,

$\therefore x = 5 - 3y = 5 - 3 \times 2 = 5 - 6 = -1$,

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{1}{2}(6y - 2x)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times [6 \times 2 - 2 \times (-1)]^2 \\ &= \frac{1}{2} \times (12 + 2)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 196 \\ &= 98 . \end{aligned}$$

29. 某超市在国庆期间对顾客实行优惠政策，规定如下：

一次性购物	标价低于 200 元	标价低于 500 元但不低于 200 元	标价大于或等于 500 元
优惠方法	不予优惠	九折优惠	其中标价 500 元部分给予九折优惠，超过 500 元部分给予八折优惠

(1) 若一名顾客在该超市一次性购物标价 x 元，当 x 低于 500 元但不低于 200 元时，他实际付款_____元；当 x 大于或等于 500 元时，他实际付款_____元. (用含 x 的式子表示)

(2) 若一名顾客一次购物标价合计 1000 元，他实际付款多少元？

【答案】 (1) $0.9x$ ； $(0.8x + 50)$

(2) 他实际付款 850 元

【解析】

【分析】 本题考查列代数式、整式加减的实际应用、代数式求值，理解题意，正确列出代数式是解答的关键.

(1) 当 x 低于 500 但不低于 200 时，根据九折优惠计算即可；当 x 大于或等于 500 时，根据其中 500 元部分给予九折优惠，超过 500 元部分给予八折优惠计算即可；

(2) 根据 (1) 中代数式，将 $x = 1000$ 代入对应代数式中求值即可.

【小问 1 详解】

解：根据题意，若一名顾客在该超市一次性购物标价 x 元，

当 x 低于 500 元但不低于 200 元时，他实际付款 $0.9x$ 元；

当 x 大于或等于 500 元时，他实际付款 $500 \times 0.9 + 0.8(x - 500) = (0.8x + 50)$ 元.

故答案为： $0.9x$ ； $(0.8x + 50)$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because 1000 > 500$ ，

$\therefore$ 当 $x = 1000$ 时， $0.8x + 50 = 0.8 \times 1000 + 50 = 850$ ，

答：实际付款 850 元.

30. 我国著名数学家华罗庚先生曾经说过：“数缺形时少直观，形少数时难入微；数形结合百般好，隔离分家万事休。”可见，数形结合思想在解决数学问题，理解数学本质上发挥着重要的作用. 在一节数学活动课上，老师带领同学们在拼图活动中探寻整式的乘法的奥秘.

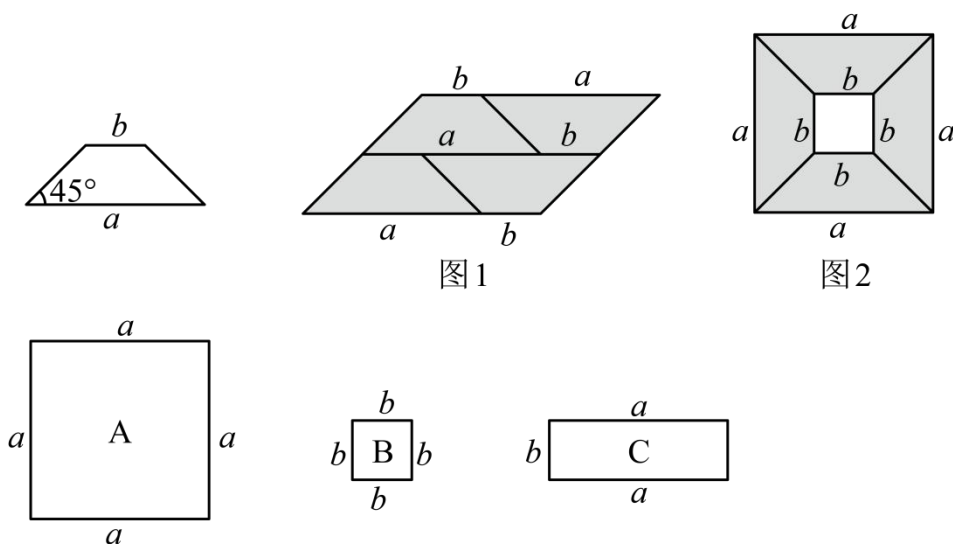


图 1

图 2

图 3

(1) 情境一：如下图，甲同学将 4 块完全相同的等腰梯形木片拼成如下两个图形，请你用含 a 、 b 的式子分别表示图 1 和图 2 中阴影部分的面积，直接写出由此可以得到的乘法公式；

(2) 情境二：如图 3，乙同学用 4 块 A 木片、1 块 B 木片和若干块 C 木片拼成了一个正方形，

①请直接写出所拼正方形的边长（用含 a 、 b 的式子表示）：_____.

②直接写出所用 C 木片的数量：_____块.

(3) 情境三：丙同学声称自己用以上的三种木片，2 块 A ，4 块 B ，7 块 C 拼出了一个面积为 $2a^2 + 7ab + 4b^2$ 的长方形；丁同学认为丙同学的说法有误，至少需要从中去掉一块木片才能拼出长方形. 你赞同哪位同学

的说法，请求出该情况下所拼长方形的长和宽，并画出相应的图形。（要求：所画图形的长宽与图样一致，并标注每一小块的长与宽）.

【答案】(1) 图1中阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$ ，图2中阴影部分的面积为 $a^2 - b^2$ ，乘法公式为 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2) ① $2a+b$ ；② 4

(3) 长为 $2a+4b$ ，宽为 $a+b$ ，图见解析

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，平方差公式、完全平方公式的几何意义，等积转换，掌握等积转换的方法是解题的关键.

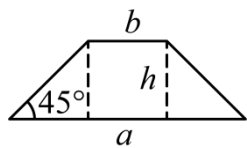
(1) 设等腰梯形的高为 h ，可求 $h = \frac{a-b}{2}$ ，分别表示出图1和图2的面积，即可求解；

(2) 可得 $4a^2 + mab + b^2$ ，由拼成了一个正方形可得，能用完全平方公式进行因式分解，求解①②即可；

(3) 能构成长方形，则 $2a^2 + 7ab + 4b^2$ 要能进行分解，故去掉1个 ab 后即可进行因式分解，从而可求解.

【小问1详解】

解：如图，设等腰梯形的高为 h ，



$$\therefore 2h + b = a,$$

$$\therefore h = \frac{a-b}{2},$$

$$\therefore \text{图1中阴影部分的面积: } S_1 = 4 \times \frac{1}{2}(a+b) \times \frac{a-b}{2}$$

$$= (a+b)(a-b),$$

$$\text{图2中阴影部分的面积: } S_2 = a^2 - b^2,$$

$$\therefore S_1 = S_2,$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

故可得到的乘法公式为： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ；

【小问2详解】

解：设乙同学用4块A木片、1块B木片和 m 块C木片拼成了一个正方形，则该正方形的面积为

$$4a^2 + mab + b^2,$$

$$\because \text{当 } m = 4 \text{ 时, } 4a^2 + 4ab + b^2 = (2a + b)^2,$$

$\therefore$ 所拼正方形的边长为 $2a + b$ ，所用 C 木片的数量为 4，

故答案为：① $2a + b$ ；② 4；

【小问 3 详解】

解：赞同丁同学的说法；去掉 1 个 C 以后，

$$2a^2 + 6ab + 4b^2$$

$$= (a + b)(2a + 4b),$$

$\therefore$ 该情况下所拼长方形的长为 $2a + 4b$ ，宽为 $a + b$ ，

长方形如图：

