

2024 学年第一学期期中考试试卷

七年级数学

(满分 100 分, 答题时间 90 分钟)

一、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 单项式 $-xy^4$ 的系数是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查单项式的系数, 注意单项式中数字因数叫做单项式的系数.

根据单项式系数的定义来解答, 单项式中数字因数叫做单项式的系数.

【详解】 解: 由题意可得 $-xy^4$ 的系数是 -1 .

故答案为: -1 .

2. 如果单项式 $\frac{3}{5}x^{m-1}y^n$ 与 $\frac{5}{4}x^{2n}y^4$ 是同类项, 那么 $mn =$ _____.

【答案】 36

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类项的定义, 代数式求值, 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的两个单项式叫做同类项, 据此求出 m 、 n 的值, 再代值计算即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 单项式 $\frac{3}{5}x^{m-1}y^n$ 与 $\frac{5}{4}x^{2n}y^4$ 是同类项,

$$\therefore m-1=2n, \quad n=4,$$

$$\therefore m=9,$$

$$\therefore mn=9 \times 4=36,$$

故答案为: 36 .

3. 合并同类项: $2x^2-3y^2+4-x^2+4y^2=$ _____.

【答案】 x^2+y^2+4

【解析】

【分析】 此题考查了整式的加减混合运算, 熟练掌握合并同类项法则是解本题的关键.

合并同类项求解即可.

【详解】 $2x^2-3y^2+4-x^2+4y^2$

$$= x^2 + y^2 + 4.$$

故答案为: $x^2 + y^2 + 4$.

4. 计算: $2x - [(3x - 2y) + 3] = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $-x + 2y - 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的加减计算, 先去括号, 然后合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $2x - [(3x - 2y) + 3]$

$$= 2x - (3x - 2y + 3)$$

$$= 2x - 3x + 2y - 3$$

$$= -x + 2y - 3,$$

故答案为: $-x + 2y - 3$.

5. 将整式按 x 降幂排列: $26x^3y - \frac{3}{4}y^2 + \frac{2}{3}xy - 16x^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $26x^3y - 16x^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}y^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的排列问题, 按照 x 的指数从高到低排列多项式即可.

【详解】 解: 将整式按 x 降幂排列: $26x^3y - \frac{3}{4}y^2 + \frac{2}{3}xy - 16x^2 = 26x^3y - 16x^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}y^2,$

故答案为: $26x^3y - 16x^2 + \frac{2}{3}xy - \frac{3}{4}y^2.$

6. 请写出一个整式, 使其同时满足以下三个条件: ①只含有字母 a ; ②不含常数项; ③是一个三次二项式. 那么该整式可以是_____.

【答案】 $a^3 + a$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的项和次数的概念, 根据题意写出一个只含有字母 a , 且 a 的最高次为 3, 且不含常数项的二项多项式即可.

【详解】 解: 由题意得, 满足题意的整式可以为 $a^3 + a,$

故答案为: $a^3 + a$ (答案不唯一).

7. 计算: $x^3 \cdot (x^4)^2 =$ _____.

【答案】 x^{11}

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的乘方计算, 同底数幂乘法计算, 先计算幂的乘方, 再计算同底数幂乘法即可得到答案.

【详解】 解: $x^3 \cdot (x^4)^2$

$$= x^3 \cdot x^8$$

$$= x^{11},$$

故答案为: x^{11} .

8. 计算: $(-ab^2)^3 =$ _____

【答案】 $-a^3b^6$.

【解析】

【分析】 根据积的乘方法则进行计算即可.

【详解】 解: $(-ab^2)^3 = -a^3b^6$.

故答案为 $-a^3b^6$.

【点睛】 本题考查了积的乘方, 熟记法则是解题的关键.

9. 计算: $(x-2)(x+3) =$ _____

【答案】 $x^2 + x - 6$

【解析】

【分析】 利用多项式乘以多项式的乘法法则进行计算可得答案.

【详解】 解: $(x-2)(x+3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$.

故答案为: x^2+x-6

10. 计算: $3^6 \div 3^5 \times 3^0 =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂乘除法计算, 直接根据同底数幂乘除法计算法则求解即可.

【详解】 解: $3^6 \div 3^5 \times 3^0 = 3^{6-5+0} = 3^1 = 3$,

故答案为: 3.

11. 因式分解: $6xy^2 + 9xy = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $3xy(2y + 3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式，直接提取公因式 $3xy$ 进行分解因式即可.

【详解】 解: $6xy^2 + 9xy = 3xy(2y + 3)$,

故答案为: $3xy(2y + 3)$.

12. 因式分解: $2 - 18x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2(1 - 3x)(1 + 3x)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式，熟知分解因式的方法是解题的关键.

先提取公因式 2，然后利用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解: $2 - 18x^2$

$$= 2(1 - 9x^2)$$

$$= 2(1 - 3x)(1 + 3x),$$

故答案为: $2(1 - 3x)(1 + 3x)$.

13. 已知 $a + b = 5$, $ab = 2$, 那么 $a^2 + b^2$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 21

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式，将式子变形为 $a^2 + 2ab + b^2 = 25$ ，再代入求值即可.

【详解】 解: $\because a + b = 5$, $ab = 2$

$$\therefore (a + b)^2 = 25$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = 25$$

$$\therefore a^2 + 2 \times 2 + b^2 = 25$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 21.$$

故答案为: 21.

14. 已知 $a^x = 3$, $a^y = 5$, 求 a^{2x-y} 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{9}{5}$

【解析】

【分析】本题主要考查了同底数幂除法的逆运算，幂的乘方计算，先计算出 a^{2x} 的值，再根据 $a^{2x-y} = a^{2x} \div a^y$ 进行求解即可.

【详解】解： $\because a^x = 3$,

$$\therefore (a^x)^2 = 3^2, \text{ 即 } a^{2x} = 9,$$

$$\because a^y = 5,$$

$$\therefore a^{2x-y} = a^{2x} \div a^y = 9 \div 5 = \frac{9}{5},$$

故答案为: $\frac{9}{5}$.

二、选择题 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分共 12 分)

15. 代数式 $\frac{x+a}{2}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{4a}{3-b}$, -1 , a , $3x^2+2x-1$ 中, 整式有 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】 C

【解析】

【分析】本题主要考查了整式的定义, 表示数或字母的积的式子叫做单项式, 单独的一个数或一个字母也是单项式, 几个单项式的和的形式叫做多项式, 而整式是单项式和多项式的统称, 据此求解即可.

【详解】解: 代数式 $\frac{x+a}{2}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{4a}{3-b}$, -1 , a , $3x^2+2x-1$ 中, 整式有 $\frac{x+a}{2}$, -1 , a , $3x^2+2x-1$, 共 4 个,

故选: C.

16. 下列各式中, 运算正确的是 ()

A. $(-2a^3)^3 = -6a^9$

B. $(-a^2)^3 = -(a^3)^2$

C. $(2a+b)^2 = 4a^2 + b^2$

D. $(2a-b)(-2a-b) = 4a^2 - b^2$

【答案】 B

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式, 幂的乘方, 积的乘方, 平方差公式, 掌握运算法则是解题的关键. 根据完全平方公式, 幂的乘方, 积的乘方, 平方差公式逐项分析判断即可求解.

【详解】解: A. $(-2a^3)^3 = -8a^9$, 故该选项不正确, 不符合题意;

B. $(-a^2)^3 = -(a^3)^2$, 故该选项正确, 符合题意;

C. $(2a+b)^2 = 4a^2 + b^2 + 4ab$, 故该选项不正确, 不符合题意;

D. $(2a-b)(-2a-b) = -(2a-b)(2a+b) = -4a^2 + b^2$, 故该选项不正确, 不符合题意;

故选: B.

17. 下列各数中, 最大的数是 ()

A. 2^{30}

B. 4^{20}

C. 9^{10}

D. 100^5

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了幂的乘方的逆运算, 根据幂的乘方的逆运算法则把 A、B、D 三个选项中的数化为指数为 10 的数即可得到答案.

【详解】 解: $100^5 = (10^2)^5 = 10^{10}$, $4^{20} = (4^2)^{10} = 16^{10}$, $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$,

$\therefore 8 < 9 < 10 < 16$,

$\therefore 2^{30} = 8^{10} < 9^{10} < 100^5 = 10^{10} < 4^{20} = 16^{10}$,

故选: B.

18. 下列各式从左到右的变形, 是因式分解的有 ()

① $12xy^3 = 2xy \cdot 6y^2$; ② $x^2 - 6xy + 5y^2 = x(x - 6y) + 5y^2$; ③ $(-2x + 3y)(2x + y) = -4x^2 + 9y^2$;

④ $3x - 6y = 3(x - 2y)$; ⑤ $3x^2y - xy = xy(3x - 1)$; ⑥ $1 + x + \frac{1}{4x^2} = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^2$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的意义. 掌握因式分解的定义是解决本题的关键.

利用“因式分解是把一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种式子的变形叫做这个多项式的因式分解”解题即可.

【详解】 解: ① $12xy^3 = 2xy \cdot 6y^2$ 是整式乘法;

② $x^2 - 6xy + 5y^2 = x(x - 6y) + 5y^2$ 结果是和的形式, 不是因式分解;

③ $(-2x + 3y)(2x + y) = -4x^2 + 9y^2$ 是整式乘法;

④ $3x - 6y = 3(x - 2y)$ 是因式分解;

⑤ $3x^2y - xy = xy(3x - 1)$ 是因式分解;

⑥ $1 + x + \frac{1}{4x^2} = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^2$ 中含有不是整式的式子, 不是因式分解;

故是因式分解的有④⑤, ①②③⑥不符合定义,

故选: B.

三、简答题 (本大题共 7 题, 每题 5 分, 满分 35 分)

19. 计算: $a + 2a + 3a + a \cdot a^2 \cdot a^3 + (a^3)^2$;

【答案】 $6a + 2a^6$

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂乘法计算, 幂的乘方计算和合并同类项, 先计算同底数幂乘法和幂的乘方, 再合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $a + 2a + 3a + a \cdot a^2 \cdot a^3 + (a^3)^2$

$$= 6a + a^6 + a^6$$

$$= 6a + 2a^6.$$

20. 计算: $\frac{1}{3}xy^2 \cdot (-3xy + 9y + 1) + \frac{1}{2}xy \cdot 4xy^2$.

【答案】 $x^2y^3 + 3xy^3 + \frac{1}{3}xy^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式乘以多项式, 单项式乘以单项式, 先计算单项式乘以多项式, 单项式乘以单项式, 再合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{1}{3}xy^2 \cdot (-3xy + 9y + 1) + \frac{1}{2}xy \cdot 4xy^2$

$$= -x^2y^3 + 3xy^3 + \frac{1}{3}xy^2 + 2x^2y^3$$

$$= x^2y^3 + 3xy^3 + \frac{1}{3}xy^2.$$

21. 计算: $(x + y - 3)(x - y + 3) + (y + 3)^2$;

【答案】 $x^2 + 12y$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式和完全平方公式，先把原式变形为 $[x+(y-3)][x-(y-3)]+(y+3)^2$ ，再利用完全平方公式和平方差公式进行求解即可.

【详解】 解: $(x+y-3)(x-y+3)+(y+3)^2$
 $=[x+(y-3)][x-(y-3)]+(y+3)^2$
 $=x^2-(y-3)^2+y^2+6y+9$
 $=x^2-y^2+6y-9+y^2+6y+9$
 $=x^2+12y.$

22. 计算: $(12x^3y^3-8x^2y^4)\div 4x^2y^2+y\cdot(2y-3x)$

【答案】 0

【解析】

【分析】 此题考查了多项式除以单项式和单项式乘以多项式，合并同类项运算，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先计算多项式除以单项式和单项式乘以多项式，然后计算加减即可.

【详解】 $(12x^3y^3-8x^2y^4)\div 4x^2y^2+y\cdot(2y-3x)$
 $=3xy-2y^2+2y^2-3xy$
 $=0.$

23. 简便计算: $22^2+44\times 18+18^2+19\frac{3}{4}\times 20\frac{1}{4};$

【答案】 $1999\frac{15}{16}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式和平方差公式，把前三项用完全平方公式计算，后两项先变形为 $(20-\frac{1}{4})\times(20+\frac{1}{4})$ ，再利用平方差公式计算，最后计算加减法即可得到答案.

【详解】 解: $22^2+44\times 18+18^2+19\frac{3}{4}\times 20\frac{1}{4}$
 $=22^2+2\times 22\times 18+18^2+(20-\frac{1}{4})\times(20+\frac{1}{4})$

$$\begin{aligned}
&= (22+18)^2 + 20^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\
&= 40^2 + 400 - \frac{1}{16} \\
&= 1600 + 400 - \frac{1}{16} \\
&= 2000 - \frac{1}{16} \\
&= 1999\frac{15}{16}.
\end{aligned}$$

24. 因式分解: $(3a+2b)^2 - 2(a+b)(3a+2b) + (a+b)^2$;

【答案】 $(2a+b)^2$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等.

利用完全平方公式因式分解即可.

$$\begin{aligned}
&\text{【详解】 } (3a+2b)^2 - 2(a+b)(3a+2b) + (a+b)^2 \\
&= [3a+2b-(a+b)]^2 \\
&= (3a+2b-a-b)^2 \\
&= (2a+b)^2.
\end{aligned}$$

25. 因式分解 $(m^2+1)^2 - 4m^2$.

【答案】 $(m-1)^2(m+1)^2$

【解析】

【分析】 先用平方差公式，然后再利用公式法分解因式即可.

$$\begin{aligned}
&\text{【详解】 解: } (m^2+1)^2 - 4m^2 \\
&= (m^2+1)^2 - (2m)^2 \\
&= (m^2+1+2m)(m^2+1-2m) \\
&= (m-1)^2(m+1)^2.
\end{aligned}$$

【点睛】本题主要考查了公式法分解因式，解题的关键是熟练掌握平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 和完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

四、解答题（本大题共 4 题，第 29 题 7 分，其余每题 6 分，满分 25 分.）

26. 先化简后求值： $(2x^{n+2} - 4x^{n+1} + 2x^n) \div (-6x^n)$ ，其中 $x = \frac{8}{5}$ （ n 是正整数）.

【答案】 $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$, $-\frac{3}{25}$

【解析】

【分析】此题考查了多项式除以单项式的化简求值，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先计算多项式除以单项式，然后将 $x = \frac{8}{5}$ 代入求解即可.

【详解】 $(2x^{n+2} - 4x^{n+1} + 2x^n) \div (-6x^n)$
 $= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$
 $\because x = \frac{8}{5}$
 $\therefore \text{原式} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \times \left(\frac{8}{5}\right)^2 + \frac{2}{3} \times \frac{8}{5} - \frac{1}{3} = -\frac{3}{25}.$

27. 已知整式 $(3a^4x + 2) - (6x + 3)$ 的值与 x 的大小无关，求代数式 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$ 的值.

【答案】 3

【解析】

【分析】此题考查了整式加减的无关性问题，平方差公式，解题的关键是掌握以上运算法则.

首先化简 $(3a^4x + 2) - (6x + 3)$ 为 $(3a^4 - 6)x - 1$ ，然后根据题意得到 $3a^4 - 6 = 0$ ，求出 $a^4 = 2$ ，然后利用平方差公式化简 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$ 为 $(a^4-1)(a^4+1)$ ，然后代入求解即可.

【详解】 $(3a^4x + 2) - (6x + 3)$
 $= 3a^4x + 2 - 6x - 3$
 $= (3a^4 - 6)x - 1$
 $\because \text{整式 } (3a^4x + 2) - (6x + 3) \text{ 的值与 } x \text{ 的大小无关,}$
 $\therefore 3a^4 - 6 = 0$
 $\therefore a^4 = 2$

$$\begin{aligned}
&\therefore (a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1) \\
&= (a^2-1)(a^2+1)(a^4+1) \\
&= (a^4-1)(a^4+1) \\
&= (2-1)(2+1) \\
&= 3.
\end{aligned}$$

28. 我们知道: $(x+1) \cdot (x-1) = x^2 - 1$.

类似的有: ① $(x+1) \cdot (x^2 - x + 1) = x^3 + 1$; ② $(x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) = x^4 - 1$;

(1) 验证上述②式成立;

(2) 再写出一个类似的等式;

(3) 计算: $3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \cdots + 3 - 1$ (结果用含 3 的幂表示).

【答案】 (1) 验证过程见解析部分

$$(2) (x+1) \cdot (x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) = x^6 - 1$$

$$(3) \frac{3^{10} - 1}{4}$$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘多项式, 读懂题意, 找出规律是解答本题的关键.

(1) 按多项式乘多项式展开, 即可得到结果;

$$(2) \text{ 对照示例写出 } (x+1) \cdot (x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) = x^6 - 1;$$

(3) 参照示例, 看作是当 $x = 3$ 时, 所得到的等式, 即可得到结果.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}
&\text{解: } (x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) \\
&= x(x^3 - x^2 + x - 1) + 1 \times (x^3 - x^2 + x - 1) \\
&= x^4 - x^3 + x^2 - x + x^3 - x^2 + x - 1 \\
&= x^4 - 1, \\
&\therefore (x+1) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1) = x^4 - 1 \text{ 成立.}
\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

解: $(x+1) \cdot (x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) = x^6 - 1$;

【小问 3 详解】

解: $\because (3+1)(3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \dots + 3 - 1) = 3^{10} - 1$,

$\therefore 3^9 - 3^8 + 3^7 - 3^6 + \dots + 3 - 1 = \frac{3^{10} - 1}{4}$.

29. 现有 A、B、C 三种不同型号的卡片若干张 (如图 (1)), 其中 A 型卡片是边长为 a 的正方形. B 型卡片是长为 a 、宽为 b 的长方形, C 型卡片是边长为 b 的正方形, 且 $a > b$. 我们可以选取一些卡片, 无重叠、无缝隙地拼成不同形状的长方形

(1) 用 A 型卡片 1 张, B 型卡片 2 张, C 型卡片 1 张可以拼成一个正方形如图 (2), 该正方形的边长为_____, 试根据该图形写出一个表示 a 、 b 数量关系的等式: _____.

(2) 现有 A 型卡片 2 张, B 型卡片 2 张, C 型卡片 2 张, 从这 6 张卡片中去掉 2 张. 用余下的 4 张卡片, 拼出一个长方形, 请画出大致的拼图, 并写出拼成的长方形的边长 (请给出所有可能的方案).

(3) 如果要拼一个长为 $2a+b$ 、宽为 $a+2b$ 的长方形, 设需要 A 型卡片 x 张, B 型卡片 y 张, C 型卡片 z 张, 那么 $x+y+z =$ _____.

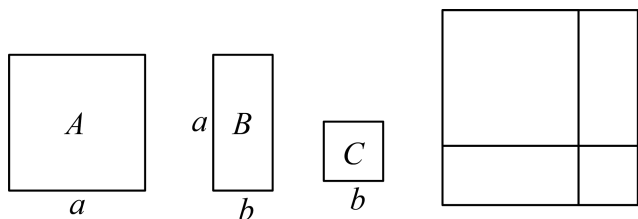


图 (1)

图 (2)

【答案】(1) $a+b$; $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(2) 图见解析, 长方形的长和宽分别为 $2a+2b$, a 或 $2a$, $a+b$ 或 $2a+2b$, b 或 $a+b$, $2b$ 或 $a+b$, $a+b$

(3) 9

【解析】

【分析】本题主要考查了多项式乘法在几何图形中的应用, 完全平方公式在几何图形中的应用:

(1) 根据图形之间的关系, 结合图形面积之间的关系进行求解即可;

(2) 当 2 张 A, 2 张 B 时, 当 2 张 B, 2 张 C 时, 当 1 张 A, 2 张 B, 1 张 C 时, 三种情况画出示意图求解即可;

(3) 根据多项式乘以多项式的计算法则求出 $(2a+b)(a+2b)$ 的结果即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：由题意得，该正方形的边长为 $a+b$ ，则该正方形的面积为 $(a+b)^2$ ，

$\therefore$ 该正方形是由 A 型卡片 1 张，B 型卡片 2 张，C 型卡片 1 张拼成的，

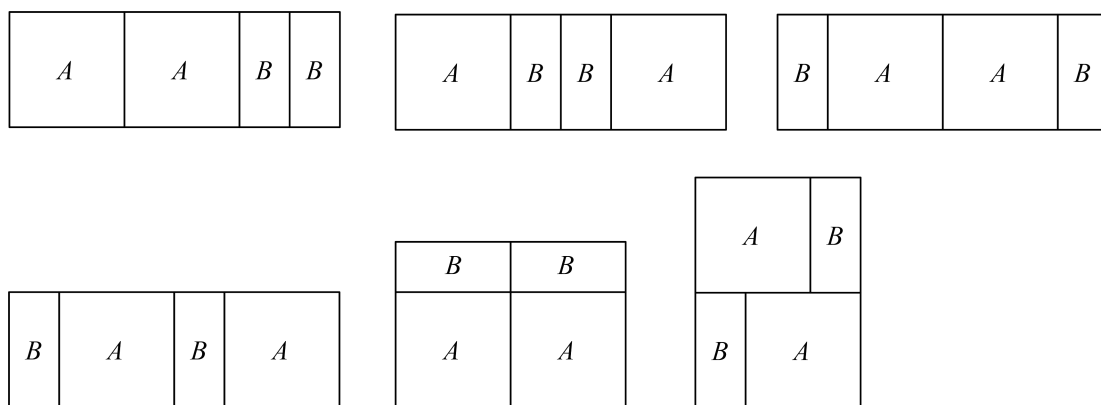
$\therefore$ 该正方形的面积为 $a^2 + 2ab + b^2$ ，

$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，

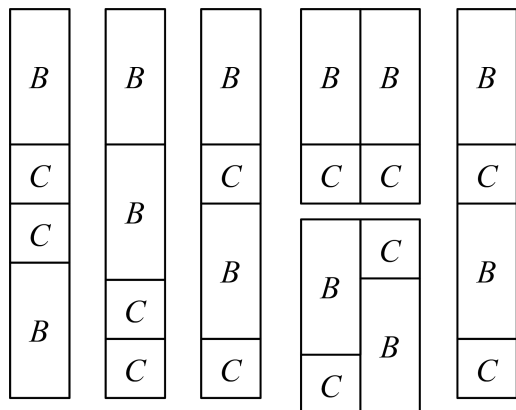
故答案为： $a+b$ ； $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ；

【小问 2 详解】

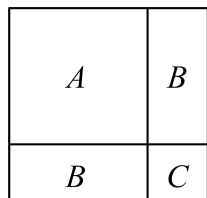
解：当 2 张 A，2 张 B 时，此时长方形的长和宽分别为 $2a+2b$ ， a 或 $2a$ ， $a+b$



当 2 张 B，2 张 C 时，此时长方形的长和宽分别为 $2a+2b$ ， b 或 $a+b$ ， $2b$



当 1 张 A，2 张 B，1 张 C 时，此时长方形的长和宽分别为 $a+b$ ， $a+b$ ；



综上所述，长方形的长和宽分别为 $2a+2b$ ， a 或 $2a$ ， $a+b$ 或 $2a+2b$ ， b 或 $a+b$ ， $2b$ 或 $a+b$ ， $a+b$ ；

【小问 3 详解】

解： $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + ab + 4ab + 2b^2 = 2a^2 + 5ab + 2b^2$ ，

$\therefore$ 需要 A 卡片 2 张, B 卡片 5 张, C 卡片 2 张,

$\therefore x = 2, y = 5, z = 2,$

$\therefore x + y + z = 9.$