

2024 学年第一学期七年级期中质量监测

数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、单选题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 在 $a-1$, 0.3 , $\frac{1}{x}$, $\frac{-2}{m+n}$, $\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$, $-\frac{2}{3}x^3y^2$ 这些代数式中, 单项式的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查整式的知识, 解题的关键是掌握单项式的定义, 根据定义, 进行解答, 即可.

【详解】单项式的定义: 由数或者字母的积组成的式子叫做单项式,

$\therefore 0.3$, $-\frac{2}{3}x^3y^2$ 是单项式; $a-1$, $\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$ 是多项式; $\frac{1}{x}$, $\frac{-2}{m+n}$ 是分式;

$\therefore$ 单项式的个数为: 2 个,

故选: B.

2. 在下列运算中, 计算正确的是 ()

- A. $(-x^3y)^2 = x^6y^2$ B. $x^3 \cdot x^3 = x^9$
C. $x^2 + x^2 = x^4$ D. $2x^6 \div x^2 = 2x^3$

【答案】A

【解析】

【分析】按照幂的乘方、积的乘方、合并同类项、同底数幂相乘、同底数幂相除的运算法则.

【详解】解: $(-x^3y)^2 = x^6y^2$, 故 A 正确, 符合题意;

$x^3 \cdot x^3 = x^6$, 故 B 错误, 不符合题意;

$x^2 + x^2 = 2x^2$, 故 C 错误, 不符合题意;

$2x^6 \div x^2 = 2x^4$, 故 D 错误, 不符合题意;

故选: A.

【点睛】本题考查了幂的乘方、积的乘方、合并同类项、同底数幂相乘、同底数幂相除等运算, 熟练掌握相关运算法则是解题关键.

3. 下列各式中，去括号或添括号正确的是（ ）

A. $a^2 - (2a - b + c) = a^2 - 2a - b + c$

B. $a - 3x + 2y - 1 = a + (-3x + 2y - 1)$

C. $3x - [5x - (2x - 1)] = 3x - 5x - 2x + 1$

D. $-2x - y - a + 1 = -(2x - y) + (a - 1)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据整式的去括号、添括号法则逐项判断即可得.

【详解】解：A、 $a^2 - (2a - b + c) = a^2 - 2a + b - c$ ，则此项错误；

B、 $a - 3x + 2y - 1 = a + (-3x + 2y - 1)$ ，则此项正确；

C、 $3x - [5x - (2x - 1)] = 3x - 5x + (2x - 1) = 3x - 5x + 2x - 1$ ，则此项错误；

D、 $-2x - y - a + 1 = -(2x + y) - (a - 1)$ ，则此项错误；

故选：B.

【点睛】本题考查了整式的去括号、添括号，熟练掌握整式的去括号、添括号法则是解题关键.

4. 下列多项式乘以多项式能用平方差公式计算的是（ ）

A. $(x - 3y)(-x + 3y)$

B. $(x + 3y)(-x - 3y)$

C. $(-x + 3y)(-x - 3y)$

D. $(-x - 3y)(-x - 3y)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平方差公式的特点要找相同项和相反项，其结果是相同项的平方减去相反项的平方，只有具备以上特点才能进行运算

【详解】解：A. 没有相同项，不能用平方差公式进行计算，故此选项错误；

B. 没有相同项，不能用平方差公式进行计算，故此选项错误；

C. 符合平方差公式的结构特点，能用平方差公式进行计算，故此选项正确；

D. 没有相反项，不能用平方差公式进行计算，故此选项错误.

故选：C.

【点睛】此题主要考查了平方差公式，运用平方差公式计算时，关键要找相同项和相反项，其结果是相同

项的平方减去相反项的平方.

5. 若 $a = 2023 \times 2024 + 1$, $b = 2023^2 - 2023 \times 2024 + 2024^2$, 在下列判断结果正确的是 ()

- A. $a < b$ B. $a = b$ C. $a > b$ D. 无法判断

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式, 先把 b 变形为 $2023^2 - 2 \times 2023 \times 2024 + 2024^2 + 2023 \times 2024$, 再利用完全平方公式计算 b , 即可得出比较结果.

【详解】解: $\because b = 2023^2 - 2023 \times 2024 + 2024^2$,

$$\therefore b = 2023^2 - 2 \times 2023 \times 2024 + 2024^2 + 2023 \times 2024$$

$$= (2023 - 2024)^2 + 2023 \times 2024$$

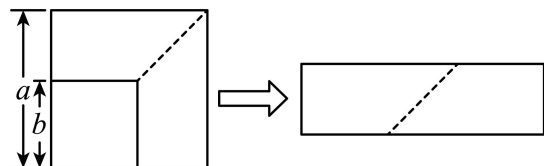
$$= 1 + 2023 \times 2024,$$

$$\because a = 2023 \times 2024 + 1,$$

$$\therefore a = b,$$

故选: B.

6. 我们可以通过拼图、推演得到了整式的乘法法则和公式, 通过逆向思考得到了多项式因式分解的方法. 如图, 将边长为 a 的正方形剪去一个边长为 b 的正方形, 再将剩余图形沿虚线剪开, 拼成一个长方形, 依据这一过程可得到的公式是 ()



A. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

B. $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了平方差公式在几何图形中的应用, 左边一幅图剩下的图形面积等于边长为 a 的正方形面积剪去一个边长为 b 的正方形面积, 右边一幅图的面积为一个长为 $(a+b)$, 宽为 $(a-b)$ 的长方形面积, 再根据左边一幅图剩下的图形面积与右边一幅图的面积相等即可得到结论.

【详解】解: 左边一幅图剩下的图形面积为 $a^2 - b^2$,

右边一幅图的面积为 $(a+b)(a-b)$,

∴ 左边一幅图剩下的图形面积与右边一幅图的面积相等,

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$$

故选: D.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 用代数式表示 “ x 减去 y 的平方的差”: _____.

【答案】 $x - y^2$

【解析】

【分析】 根据“ x 减去 y 的平方的差”可列出代数式.

【详解】 解: 根据题意得: $x - y^2$.

故答案为: $x - y^2$.

【点睛】 本题考查列代数式, 关键根据语句的描述理解代数式中的运算顺序, 从而得到代数式.

8. 如果单项式 $\frac{3}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项, 那么 $mn =$ _____.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义: 所含字母相同, 且相同字母的指数也相同的两个单项式是同类项, 求出 m, n 的值, 代入计算即可.

【详解】 解: $\because \frac{3}{5}x^{m-1}y^{2n}$ 与 $-\frac{5}{4}x^3y^{n+3}$ 是同类项,

$$\therefore m-1=3, 2n=n+3,$$

解得: $m=4, n=3$

$$\therefore mn=12,$$

故答案为: 12.

9. 把多项式 $6x^2y - 2xy - 5x^3y^2 + 3y^4 - 4x^4$ 按字母 x 的升幂排列是_____.

【答案】 $3y^4 - 2xy + 6x^2y - 5x^3y^2 - 4x^4$

【解析】

【分析】 本题考查了将多项式按每个字母升幂 (降幂) 排列.

根据升幂排列的定义, 我们把多项式的各项按照 x 的指数从小到大的顺序排列起来即可.

【详解】把多项式 $6x^2y - 2xy - 5x^3y^2 + 3y^4 - 4x^4$ 按字母 x 的升幂排列是 $3y^4 - 2xy + 6x^2y - 5x^3y^2 - 4x^4$

故答案为: $3y^4 - 2xy + 6x^2y - 5x^3y^2 - 4x^4$.

10. 计算: $\left(-\frac{1}{3}a^2b\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{1}{27}a^6b^3$

【解析】

【分析】根据整式的积的乘方运算解答.

【详解】 $\left(-\frac{1}{3}a^2b\right)^3 = -\frac{1}{27}a^6b^3$,

故答案为: $-\frac{1}{27}a^6b^3$.

【点睛】此题考查整式的积的乘方运算法则: 积的乘方等于积中每个因式分别乘方的积, 熟记法则是解题的关键.

11. 多项式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$, 则这个多项式是_____.

【答案】 $x^2 - 6xy - y^2$

【解析】

【分析】根据题意, 由多项式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$ 可得这个多项式为 $(-8xy + x^2) + (2xy - y^2)$, 去括号、合并同类项即可得到答案.

【详解】解: $\because$ 多项式减去 $-8xy + x^2$ 的差是 $2xy - y^2$,

$$\therefore \text{这个多项式为 } (-8xy + x^2) + (2xy - y^2)$$

$$= -8xy + x^2 + 2xy - y^2$$

$$= (-8xy + 2xy) + x^2 - y^2$$

$$= x^2 - 6xy - y^2,$$

故答案为: $x^2 - 6xy - y^2$.

【点睛】本题考查整式加减运算, 熟练掌握整式加减互化是解决问题的关键.

12. 若关于 x 的整式 $x^2 - (2-m)x + 64$ 是某个关于 x 的整式的平方, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -14或18

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方式，根据题意可知两平方项为 $x^2, 8^2$ ，则一次项为 $\pm 2 \cdot x \cdot 8$ ，据此求解即可.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的整式 $x^2 - (2-m)x + 64$ 是某个关于 x 的整式的平方，

$$x^2 - (2-m)x + 64 = x^2 - (2-m)x + 8^2,$$

$$\therefore -(2-m)x = \pm 2 \cdot x \cdot 8,$$

$$\therefore m-2 = \pm 16,$$

$$\therefore m = 18 \text{ 或 } m = -14,$$

故答案为： -14或18.

13. 若 $3^x = 2$ ， $3^y = 7$ ， 则 $3^{2x+y} =$ _____.

【答案】 28

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂乘法的逆运算，幂的乘方计算，先求出 3^{2x} 的值，再根据 $3^{2x+y} = 3^{2x} \cdot 3^y$ 进行计算求解即可得到答案.

【详解】 解： $\because 3^x = 2$ ，

$$\therefore (3^x)^2 = 2^2,$$

$$\therefore 3^{2x} = 4,$$

$$\therefore 3^{2x+y} = 3^{2x} \cdot 3^y = 4 \times 7 = 28,$$

故答案为： 28.

14. 因式分解： $x^2 - 8x + 12 =$ _____.

【答案】 $(x-2)(x-6)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，利用十字相乘法进行因式分解即可.

【详解】 $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$ ，

故答案为： $(x-2)(x-6)$.

15. 因式分解: $5a^3 - 20a =$ _____

【答案】 $5a(a+2)(a-2)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解, 先提公因式, 再利用平方差公式法进行因式分解, 熟练掌握因式分解的方法, 是解题的关键.

【详解】 解: $5a^3 - 20a = 5a(a^2 - 4) = 5a(a+2)(a-2)$;

故答案为: $5a(a+2)(a-2)$.

16. 若 $a = (-1)^{2024}$, $b = 2023 \times 2025 - 2024^2$, $c = 8^{2023} \times (-0.125)^{2024}$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系是 _____ (用“>”连接).

【答案】 $a > c > b$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式, 积的乘方的逆运算和同底数幂乘法的逆运算, 根据有理数的乘方法则求出 a 的值, 根据平方差公式即可求出 b 的值, 根据同底数幂乘法的逆运算法则与积的乘方的逆运算法则即可求出 c 的值, 从而得出比较结果.

【详解】 解: $a = (-1)^{2024} = 1$,

$b = 2023 \times 2025 - 2024^2 = (2024 - 1) \times (2024 + 1) - 2024^2 = 2024^2 - 1 - 2024^2 = -1$,

$c = 8^{2023} \times (-0.125)^{2024}$

$= 8^{2023} \times (-0.125)^{2023} \times (-0.125)$

$= (-0.125 \times 8)^{2023} \times (-0.125)$

$= (-1)^{2023} \times (-0.125)$

$= (-1) \times (-0.125)$

$= 0.125$,

$\therefore a > c > b$,

故答案为: $a > c > b$.

17. 因式分解 $x^2 + mx - 18 = (x + p)(x + q)$, 其中 m 、 p 、 q 都为整数, 则这样的 m 的最小值是 _____.

【答案】 -17

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，将等式右边的式子利用多项式乘以多项式的法则展开，根据恒等式，得到对应项相同，得到 $m = p + q, pq = -18$ ，根据 m 最小，得到 p, q 的绝对值相差最大，且负数大于正数，即可得出结论.

【详解】 解： $\because x^2 + mx - 18 = (x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$,

$$\therefore m = p + q, pq = -18,$$

$\therefore pq$ 异号,

$\because m$ 最小,

$\therefore m$ 为负, p, q 的绝对值差值最大, 且负数大于正数,

$$\therefore -18 = -18 \times 1,$$

$$\therefore m \text{ 的最小值为: } -18 + 1 = -17;$$

故答案为: -17 .

18. 定义: 如果一个正整数能表示为两个正整数 m, n 的平方差, 且 $m - n > 1$, 则称这个正整数为“智慧优数”. 例如, $16 = 5^2 - 3^2$, 16 就是一个“智慧优数”, 可以利用 $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$ 进行研究. 若将“智慧优数”从小到大排列, 第 4 个“智慧优数”是_____.

【答案】 16

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用, 根据 $m - n > 1$, m, n 均为正整数, 得出 $m - n = 2, m - n = 3, m - n = 4, m - n = 5, \dots$, 从而得出 $m = n + 2, m = n + 3, m = n + 4, m = n + 5, \dots$, 把平方差公式中的换成和 n 相关的式子, 得到新的式子, 然后将 $n = 1, 2, 3, \dots$ 一次代入计算即可, 理解题意, 熟练掌握平方差公式是解此题的关键.

【详解】 解: $\because$ 两个正整数 m, n 满足 $m - n > 1$,

$$\therefore m - n = 2 \text{ 或 } m - n = 3 \text{ 或 } m - n = 4 \text{ 或 } m - n = 5 \text{ 或 } m - n = 6, \dots,$$

当 $m - n = 2$ 时, 则 $m = n + 2$,

$$\therefore m^2 - n^2 = (n + 2 + n)(n + 2 - n) = 4(n + 1),$$

得到的“智慧优数”为 8, 12, 16, $\dots$;

当 $m - n = 3$ 时, 则 $m = n + 3$,

$$\therefore m^2 - n^2 = (n + 3 + n)(n + 3 - n) = 3(2n + 3),$$

得到的“智慧优数”为 15, 21, 27, …;

当 $m - n = 4$ 时, 则 $m = n + 4$,

$$\therefore m^2 - n^2 = (n + 4 + n)(n + 4 - n) = 8(n + 2),$$

得到的“智慧优数”为 24, 32, …;

当 $m - n = 5$ 时, 则 $m = n + 5$,

$$\therefore m^2 - n^2 = (n + 5 + n)(n + 5 - n) = 5(2n + 5),$$

得到的“智慧优数”为 35, 45, …;

当 $m - n = 6$ 时, 则 $m = n + 6$,

$$\therefore m^2 - n^2 = (n + 6 + n)(n + 6 - n) = 12(n + 3),$$

得到的“智慧优数”为 48, 60, …;

…,

把这些“智慧优数”从小到大排列为 8, 12, 15, 16, 21, 24, 27, 32, 35, 45, 48, 60, …,

故第 4 个“智慧优数”是 16,

故答案为: 16.

三、解答题 (19 题 10 分, 20 题 20 分, 21 题 6 分, 22 题 7 分, 23 题 7 分, 24 题 8 分)

19. 计算

$$(1) \quad 2x^5 \cdot (-x)^2 - (-2x^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right).$$

$$(2) \quad (x + 2y - 3z)(x - 2y + 3z).$$

【答案】 (1) $-2x^7$

$$(2) \quad x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式和完全平方公式, 积的乘方和幂的乘方计算, 单项式乘以单项式:

(1) 先计算积的乘方和幂的乘方, 再计算单项式乘以单项式, 最后合并同类项即可得到答案;

(2) 利用乘法公式计算求解即可得到答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 2x^5 \cdot (-x)^2 - (-2x^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)$$

$$= 2x^5 \cdot x^2 - (-8x^6) \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)$$

$$= 2x^7 - 4x^7$$

$$= -2x^7;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } (x+2y-3z)(x-2y+3z)$$

$$= [x + (2y-3z)][x - (2y-3z)]$$

$$= x^2 - (2y-3z)^2$$

$$= x^2 - (4y^2 - 12yz + 9z^2)$$

$$= x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2.$$

20. 因式分解

$$(1) \quad 9(m+n)^2 - 3(m-n)(m+n).$$

$$(2) \quad -4x^3 + 16x^2 - 16x.$$

$$(3) \quad x^2 - 9y^2 + 9 - 6x.$$

$$(4) \quad (x^2 - 4x)^2 - 8(x^2 - 4x) - 48.$$

【答案】 (1) $6(m+n)(m+2n)$

$$(2) \quad -4x(x-2)^2$$

$$(3) \quad (x-3+3y)(x-3-3y)$$

$$(4) \quad (x-6)(x+2)(x-2)^2$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式:

(1) 先提取公因式 $3(m+n)$, 再合并同类项后提取公因数 2 分解因式即可;

(2) 先提取公因式 $-4x$, 再利用平方差公式分解因式即可;

(3) 利用平方差公式和完全平方公式分解因式即可;

(4) 先把 $(x^2 - 4x)$ 看做一个整体利用十字相乘法分解因式, 再利用完全平方公式和十字相乘法进一步分

解因式即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 9(m+n)^2 - 3(m-n)(m+n) \\ &= 3(m+n)[3(m+n) - (m-n)] \\ &= 3(m+n)(3m+3n-m+n) \\ &= 3(m+n)(2m+4n) \\ &= 6(m+n)(m+2n); \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & -4x^3 + 16x^2 - 16x \\ &= -4x(x^2 - 4x + 4) \\ &= -4x(x-2)^2; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & x^2 - 9y^2 + 9 - 6x \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 9y^2 \\ &= (x-3)^2 - 9y^2 \\ &= (x-3+3y)(x-3-3y); \end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & (x^2 - 4x)^2 - 8(x^2 - 4x) - 48 \\ &= (x^2 - 4x - 12)(x^2 - 4x + 4) \\ &= (x-6)(x+2)(x-2)^2. \end{aligned}$$

21. 已知: $A = 3x^2 + 2xy + 3y - 1$, $B = x^2 - xy$.

(1) 计算: $A - 3B$;

(2) 当 $x = 2, y = -1$ 时, 求 $A - 3B$ 的值.

【答案】 (1) $5xy + 3y - 1$

(2) -14

【解析】

【分析】(1) 直接代入，去括号再合并同类项即可；

(2) 把两个值代入化简后的式子中求值即可.

【小问 1 详解】

解: $A - 3B$

$$= 3x^2 + 2xy + 3y - 1 - 3(x^2 - xy)$$

$$= 3x^2 + 2xy + 3y - 1 - 3x^2 + 3xy$$

$$= 5xy + 3y - 1;$$

【小问 2 详解】

解: 当 $x = 2, y = -1$ 时, $A - 3B = 5 \times 2 \times (-1) + 3 \times (-1) - 1 = -14$.

【点睛】 本题考查了整式的加减及求代数式的值, 进行运算时注意符号与数字不要出错.

22. 先化简再求值 $[2x^2 - (x + y)(x - y)][(-x - y)(-x + y) + 2y^2]$, 其中 $x = \frac{1}{3}, y = 1$

【答案】 $(x^2 + y^2)^2, \frac{100}{81}$

【解析】

【分析】 运用平方差公式, 将原式化简为 $(x^2 + y^2)^2$, 再代入已知值可计算.

【详解】 解: $[2x^2 - (x + y)(x - y)][(-x - y)(-x + y) + 2y^2]$

$$= [2x^2 - (x^2 - y^2)][(x^2 - y^2) + 2y^2]$$

$$= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2)$$

$$= (x^2 + y^2)^2$$

将 $x = \frac{1}{3}, y = 1$ 代入,

$$\text{原式} = \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 + 1^2 \right]^2 = \frac{100}{81}$$

【点睛】 考核知识点: 整式化简求值. 掌握整式运算法则, 熟记乘法公式是关键.

23. 已知 $x + 2y = 6$, $xy = 4$, 求 $2x^2y + 4xy^2 + x^2 - 4y^2$ 的值.

【答案】 36 或 60

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方公式的变形求值, 因式分解的应用, 先根据完全平方公式求出 $x-2y=\pm 2$, 再把所求式子因式分解为 $2xy(x+2y)+(x+2y)(x-2y)$, 据此代值计算即可得到答案.

【详解】解: $\because x+2y=6, xy=4,$

$$\therefore (x-2y)^2 = (x+2y)^2 - 8xy = 36 - 32 = 4,$$

$$\therefore x-2y = \pm 2,$$

$$\therefore \text{当 } x-2y=2 \text{ 时, } 2x^2y+4xy^2+x^2-4y^2$$

$$= 2xy(x+2y) + (x+2y)(x-2y)$$

$$= 2 \times 4 \times 6 + 2 \times 6$$

$$= 48 + 12$$

$$= 60;$$

当 $x-2y=-2$ 时,

$$2x^2y+4xy^2+x^2-4y^2$$

$$= 2xy(x+2y) + (x+2y)(x-2y)$$

$$= 2 \times 4 \times 6 + (-2) \times 6$$

$$= 48 - 12$$

$$= 36;$$

$\therefore 2x^2y+4xy^2+x^2-4y^2$ 的值为 36 或 60.

24. 阅读下列材料, 然后回答问题:

问题: 因式分解: x^3-5x^2+4

解答: 对于任意一元整式 $f(x)$, 其奇次项系数之和为 m , 偶次项系数之和为 n , 若 $m=n$, 则 $f(-1)=0$,

若 $m=-n$, 则 $f(1)=0$, 在 x^3-5x^2+4 中, 因为 $m=1, n=-5+4=-1$, 所以把 $x=1$ 代入整式

x^3-5x^2+4 , 得其值为 0, 由此确定整式 x^3-5x^2+4 中有因式 $(x-1)$. 于是可设

$x^3-5x^2+4=(x-1)(x^2+px+q)$, 分别求出 p, q 值, 再代入 $x^3-5x^2+4=(x-1)(x^2+px+q)$, 就

可以把整式 $x^3 - 5x^2 + 4$ 因式分解，这种因式分解的方法叫做“试根法”。

(1) 上述式子中 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $q = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 对于一元整式 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ ，必定有 $f(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$ ；

(3) 请你用“试根法”分解因式： $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ 。

【答案】 (1) -4 ， -4

(2) -1

(3) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = (x+1)(x+2)(x+3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解与多项式乘法之间的关系：

(1) 利用多项式乘多项式的法则，展开后，利用恒等得到对应项的系数相同，进行求解即可；

(2) 求出其奇次项系数之和，偶次项系数之和，进行判断即可；

(3) 根据 (2) 所求得到 $(x+1)$ 是多项式 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ 的一个因式，再仿照题意利用试根法，进行因式分解。

【小问 1 详解】

解： $x^3 - 5x^2 + 4$

$$= (x-1)(x^2 + px + q)$$

$$= x^3 + px^2 + qx - x^2 - px - q$$

$$= x^3 + (p-1)x^2 + (q-p)x - q,$$

$$\therefore p-1 = -5, q = -4,$$

$$\therefore p = -4, q = -4,$$

故答案为： -4 ， -4 ；

【小问 2 详解】

解： 多项式 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ 中，奇次项系数之和为 $m = 1 + 11 = 12$ ，偶次项系数之和为 $n = 6 + 6 = 12$ 。

$$\therefore m = n,$$

$$\therefore f(-1) = 0,$$

故答案为： -1 ；

【小问 3 详解】

解：由 (2) 可得 $(x+1)$ 是多项式 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ 的一个因式，

$$\therefore \text{可设 } x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = (x+1)(x^2 + px + q),$$

$$\therefore x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$= x^3 + px^2 + qx + x^2 + px + q$$

$$= x^3 + (p+1)x^2 + (q+p)x + q,$$

$$\therefore \begin{cases} p+1=6 \\ q+p=11 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} p=5 \\ q=6 \end{cases},$$

$$\therefore x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = (x+1)(x^2 + 5x + 6) = (x+1)(x+2)(x+3).$$