

2024-2025 学年上海市浦东新区建平实验中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1.（3 分）下列各式中，整式的个数有（ ）

① $x+6$ ；② $3-2x=1$ ；③ $\frac{x+y}{2}$ ；④ 0 ；⑤ $\frac{2}{x}$ ；⑥ $\frac{3x^2y}{2}$

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

2.（3 分）计算 $(-\frac{3}{2})^{2021} \cdot (-\frac{2}{3})^{2022}$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $(-\frac{3}{2})^{2022}$ D. $(-\frac{2}{3})^{2022}$

3.（3 分）下列各式从左到右的变形，是因式分解的是（ ）

- A. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
B. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)+1$
C. $a^2-a-1=a(a-1)-1$
D. $a^3+2a^2+3a=a(a^2+2a+3)$

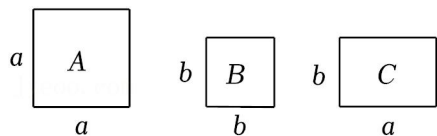
4.（3 分）下列整式的乘法中，不能用平方差公式进行计算的是（ ）

- A. $(x+y)(x-y)$ B. $(-x-y)(-x+y)$
C. $(-x-y)(x+y)$ D. $(-x+y)(x+y)$

5.（3 分）如果多项式 A 、 B 的次数都是八次，那么 $A-B$ 的次数（ ）

- A. 低于八次 B. 等于八次
C. 不低于八次 D. 不高于八次

6.（3 分）如图，正方形卡片 A 类、 B 类和长方形卡片 C 类各若干张，如果要拼一个长为 $(a+3b)$ ，宽为 $(2a+b)$ 的大长方形，则需要 A 类、 B 类和 C 类卡片的张数分别为（ ）



- A. 2, 5, 3 B. 3, 7, 2 C. 2, 3, 7 D. 2, 5, 7

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7.（2 分）练习本每本 a 元，铅笔每支 b 元，买 3 本练习本和 10 支笔，共付 _____ 元.

8.（2 分）多项式 $2y^3-9y^2+7xy+1$ 是 _____ 次 _____ 项式.

9. (2分) 把整式 $32x^3y - \frac{4}{5}y^2 + \frac{1}{3}xy - 12x^2$ 按照字母 x 降幂排列为_____.

10. (2分) 已知单项式 $3x^{m+1}y^4$ 与 $\frac{1}{2}x^3y^{n-2}$ 是同类项, 则 $m+n =$ _____.

11. (2分) 计算: $(-3a^2b)^3 =$ _____.

12. (2分) 已知整式 $(x+3)(x-a)$ 中无一次项, 求 $a =$ _____.

13. (2分) 计算: $(2a^3x^2 - a^2x^3) \div (-\frac{3}{2}ax^2) =$ _____.

14. (2分) 若 $2x+5y-3=0$, 则 $4^x \cdot 32^y$ 的值为_____.

15. (2分) 因式分解: $15a^2b - 3ab =$ _____.

16. (2分) 因式分解: $ax - ay + 2x - 2y =$ _____.

17. (2分) 如果 $4x^2 + (m-1)x + 25$ 是一个完全平方式, 那么常数 $m =$ _____.

18. (2分) 我们学习了幂的意义, 知道 a^n 表示 n 个 a 相乘, 并且由 $a^n = m$, 知道 a 和 n 可以求 m . 我们不妨思考, 如果知道 a, m , 能否求 n 呢? 对于 $a^n = m$, 规定 $[a, m] = n$, 例如: $6^2 = 36$, 所以 $[6, 36] = 2$. 如果 $[3, x] = m$, $[3, y] = m+2$, 那么 $y =$ _____ (用含 x 的代数式表示 y)

三、简答题: (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. (5分) 计算: $(-2a^3)^2 + (-a^2)^3 - a \cdot a^2 \cdot a^3$.

20. (5分) 计算: $-8x^2 - [6 - 2x(x - 3y)] + 6(x+1)(x+y)$.

21. (5分) 计算: $(3a-2)^2 - (3a+2)(-3a+2)$.

22. (5分) 计算: $(2x+y-3)(2x-y+3)$.

23. (5分) 运用整式乘法公式进行计算: $2024^2 - 2023 \times 2025$.

24. (5分) 因式分解: $2x^2(a+b)^2 - 2xy(a+b)^2 - 12y^2(-a-b)^2$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 25 题 7 分, 26, 27 题每题 8 分, 28 题 5 分, 满分 28 分)

25. (7分) 先化简, 再求值: $(9a^{n+2} + 6a^{3n-1} - a^n) \div (-6a^{n-1}) + (-a^{n+1})^2 \div (-a)^2$ (n 为正整数), 其中 $a = -2$.

26. (8分) 已知 $A = b^2 - a^2 + 5ab$, $B = 3ab + 2b^2 - a^2$.

(1) 化简: $3A - B$;

(2) 已知 a, b 满足 $(a+1)^2 + |b+2| = 0$, 求 $3A - B$ 的值.

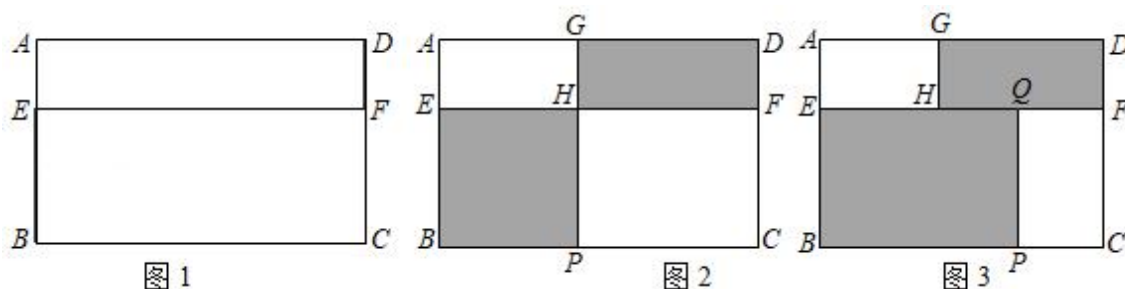
27. (8分) 图 1 是一个长方形窗户 $ABCD$, 它是由上下两个长方形 (长方形 $AEFD$ 和长方形 $EBCF$) 的小窗户组成, 在这两个小窗户上各安装了一个可以朝一个方向水平方向拉伸的遮阳帘, 这两个遮阳帘的高度分别是 a 和 $2b$ (即 $DF = a$, $BE = 2b$), 且 $b > a > 0$. 当遮阳帘没有拉伸时 (如图 1), 窗户的透光面积就是整个长方形窗户 (长方形 $ABCD$) 的面积.

如图 2, 上面窗户的遮阳帘水平方向向左拉伸 $2a$ 至 GH . 当下面窗户的遮阳帘水平方向向右拉伸 $2b$ 时, 恰好与 GH 在同一直线上 (即点 G 、 H 、 P 在同一直线上).

(1) 求长方形窗户 $ABCD$ 的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 如图 3, 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 将下面窗户的遮阳帘继续水平方向向右拉伸 b 至 PQ 时, 求此时窗户透光的面积 (即图中空白部分的面积) 为多少? (用含 a 、 b 的代数式表示)

附加题: (3) 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 当下面窗户的遮阳帘拉伸至 BC 的中点处时, 请通过计算比较窗户的透光的面积与被遮阳帘遮住的面积的大小.



28. (5 分) 在 3×3 的方格中, 每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都相等, 我们把这样的方格图叫做“等和格”, 如图 1 的“等和格”中, 每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都等于 15.

(1) 在图 2 的“等和格”方格图中, 可得 $a =$ _____ (用含 b 的代数式表示):

(2) 在图 3 的“等和格”方格图中, 可得 $a =$ _____, $b =$ _____;

(3) 在图 4 的“等和格”方格图中, 可得 $b =$ _____.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图1

$-2a$	a	
		$3b$
		$2a$

图2

$-2a$	a	
$b-8$		$3b$
		$2a$

图3

$2a^2+a$	$a-2a^2$	
$b+3a^2+2a$		a^2+2a
		$a-3$

图4

2024-2025 学年上海市浦东新区建平实验中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. （3 分）下列各式中，整式的个数有（ ）

① $x+6$ ；② $3-2x=1$ ；③ $\frac{x+y}{2}$ ；④ 0 ；⑤ $\frac{2}{x}$ ；⑥ $\frac{3x^2y}{2}$

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【答案】B

【分析】直接利用单项式和多项式统称为整式，进而分析得出答案．

【解答】解：整式有：① $x+6$ ；③ $\frac{x+y}{2}$ ；④ 0 ；⑥ $-\frac{3x^2y}{2}$ ，共有 4 个．

故选：B．

2. （3 分）计算 $(-\frac{3}{2})^{2021} \cdot (-\frac{2}{3})^{2022}$ 的结果是（ ）

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$
C. $(-\frac{3}{2})^{2022}$ D. $(-\frac{2}{3})^{2022}$

【答案】B

【分析】根据幂的乘方运算以及积的乘方运算即可求出答案．

【解答】解：原式 $= [(-\frac{3}{2}) \times (-\frac{2}{3})]^{2021} \times (-\frac{2}{3})$
 $= 1^{2021} \times (-\frac{2}{3})$
 $= -\frac{2}{3},$

故选：B．

3. （3 分）下列各式从左到右的变形，是因式分解的是（ ）

A. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
B. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) + 1$
C. $a^2 - a - 1 = a(a-1) - 1$
D. $a^3 + 2a^2 + 3a = a(a^2 + 2a + 3)$

【答案】D

【分析】根据因式分解的定义对各选项进行逐一分析即可．

【解答】解： A 、 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，从左到右是整式的乘法，不是因式分解；

B 、 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) + 1$ ，等式的右边不是几个整式的积，不是因式分解；

C 、 $a^2 - a - 1 = a(a-1) - 1$ ，等式的右边不是几个整式的积，不是因式分解；

D 、 $a^3 + 2a^2 + 3a = a(a^2 + 2a + 3)$ ，等式的右边是几个因式积的形式，故是因式分解；

故选： D 。

4. (3分) 下列整式的乘法中，不能用平方差公式进行计算的是 ()

A. $(x+y)(x-y)$

B. $(-x-y)(-x+y)$

C. $(-x-y)(x+y)$

D. $(-x+y)(x+y)$

【答案】C

【分析】利用平方差公式的结构特征判断即可。

【解答】解： A 、原式 $= x^2 - y^2$ ，不符合题意；

B 、原式 $= (-x)^2 - y^2 = x^2 - y^2$ ，不符合题意；

C 、原式 $= -(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$ ，符合题意；

D 、原式 $= y^2 - x^2$ ，不符合题意。

故选： C 。

5. (3分) 如果多项式 A 、 B 的次数都是八次，那么 $A - B$ 的次数 ()

A. 低于八次

B. 等于八次

C. 不低于八次

D. 不高于八次

【答案】D

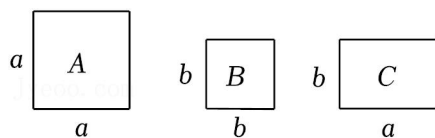
【分析】根据多项式减多项式的方法可知，两式作差后的最后次数不高于原来两个多项式的最高次数。

【解答】解： $\because$ 多项式 A 、 B 的次数都是八次，

$\therefore A - B$ 的次数不高于八次，

故选： D 。

6. (3分) 如图，正方形卡片 A 类、 B 类和长方形卡片 C 类各若干张，如果要拼一个长为 $(a+3b)$ ，宽为 $(2a+b)$ 的大长方形，则需要 A 类、 B 类和 C 类卡片的张数分别为 ()



A. 2, 5, 3

B. 3, 7, 2

C. 2, 3, 7

D. 2, 5, 7

【答案】C

【分析】根据多项式乘多项式的运算法则可求出长方形的面积.

【解答】解: 长方形的面积为 $(a+3b)(2a+b) = 2a^2+7ab+3b^2$,

$\therefore A$ 类卡片的面积为 a^2 , B 类卡片的面积为 b^2 , C 类卡片的面积为 ab ,

$\therefore$ 需要 A 类卡片 2 张, B 类卡片 3 张, C 类卡片 7 张.

故选: C .

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. (2 分) 练习本每本 a 元, 铅笔每支 b 元, 买 3 本练习本和 10 支笔, 共付 $(3a+10b)$ 元.

【答案】 $(3a+10b)$.

【分析】根据练习本每本 a 元, 铅笔每支 b 元, 可以用含 a 、 b 的代数式表示出买 3 本练习本和 10 支笔共付的钱数.

【解答】解: $\because$ 练习本每本 a 元, 铅笔每支 b 元,

$\therefore$ 买 3 本练习本和 10 支笔, 共付 $(3a+10b)$ 元,

故答案为: $(3a+10b)$.

8. (2 分) 多项式 $2y^3 - 9y^2 + 7xy + 1$ 是 三 次 四 项式.

【答案】 三, 四.

【分析】根据多项式的性质进行解答. 多项式的次数是多项式中最高次项的次数, 多项式的项数为组成多项式的单项式的个数.

【解答】解: 多项式 $2y^3 - 9y^2 + 7xy + 1$ 中最高次项是 $2y^3$, 次数是 3, 由四个单项式组成.

故答案为: 三, 四.

9. (2 分) 把整式 $32x^3y - \frac{4}{5}y^2 + \frac{1}{3}xy - 12x^2$ 按照字母 x 降幂排列为 $32x^3y - 12x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{4}{5}y^2$.

【答案】 $32x^3y - 12x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{4}{5}y^2$.

【分析】先分清各项, 再根据多项式幂的排列的定义解答.

【解答】解: $32x^3y - \frac{4}{5}y^2 + \frac{1}{3}xy - 12x^2$ 按照字母 x 降幂排列: $32x^3y - 12x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{4}{5}y^2$.

故答案为: $32x^3y - 12x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{4}{5}y^2$.

10. (2 分) 已知单项式 $3x^{m+1}y^4$ 与 $\frac{1}{2}x^3y^{n-2}$ 是同类项, 则 $m+n =$ 8.

【答案】 8.

【分析】根据同类项的定义 (所含字母相同, 相同字母的指数相同) 列出方程, 求出 n , m 的值, 再代入代数式计算即可.

【解答】解：由题意得， $m+1=3$ ， $n-2=4$ ，

解得 $m=2$ ， $n=6$ ，

所以 $m+n=8$ ．

故答案为：8．

11. (2分) 计算： $(-3a^2b)^3 = \underline{-27a^6b^3}$ ．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据积的乘方与幂的乘方运算法则进行计算．

【解答】解：原式 $= (-3)^3 \cdot (a^2)^3 \cdot b^3$
 $= -27a^6b^3$ ，

故答案为： $-27a^6b^3$ ．

12. (2分) 已知整式 $(x+3)(x-a)$ 中无一次项，求 $a = \underline{3}$ ．

【答案】3．

【分析】先根据多项式乘多项式法则计算，再根据结果中无一次项得出 $3-a=0$ ，即可求出 a 的值．

【解答】解： $(x+3)(x-a)$

$$= x^2 - ax + 3x - 3a$$

$$= x^2 + (3-a)x - 3a,$$

$\because$ 整式 $(x+3)(x-a)$ 中无一次项，

$$\therefore 3-a=0,$$

$$\therefore a=3,$$

故答案为：3．

13. (2分) 计算： $(2a^3x^2 - a^2x^3) \div (-\frac{3}{2}ax^2) = \underline{-\frac{4}{3}a^2 + \frac{2}{3}ax}$ ．

【答案】 $-\frac{4}{3}a^2 + \frac{2}{3}ax$ ．

【分析】根据多项式除以单项式的运算法则计算即可．

【解答】解： $(2a^3x^2 - a^2x^3) \div (-\frac{3}{2}ax^2)$

$$= 2a^3x^2 \div (-\frac{3}{2}ax^2) - a^2x^3 \div (-\frac{3}{2}ax^2)$$

$$= -\frac{4}{3}a^2 + \frac{2}{3}ax.$$

14. (2分) 若 $2x+5y-3=0$ ，则 $4^x \cdot 32^y$ 的值为 $\underline{8}$ ．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据同底数的乘法和幂的乘方的性质，先都化成以 2 为底数的幂相乘的形式，再代入已知条件计算即可.

【解答】解： $\because 2x+5y-3=0$,

$$\therefore 2x+5y=3,$$

$$\therefore 4^x \cdot 32^y = 2^{2x} \cdot 2^{5y} = 2^{2x+5y} = 2^3 = 8.$$

故答案为：8.

15. (2 分) 因式分解： $15a^2b - 3ab = \underline{3ab(5a-1)}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先确定公因式为 $3ab$ ，然后提取公因式后整理即可.

【解答】解： $15a^2b - 3ab = 3ab(5a-1)$.

故答案为： $3ab(5a-1)$.

16. (2 分) 因式分解： $ax - ay + 2x - 2y = \underline{(x-y)(a+2)}$.

【答案】 $(x-y)(a+2)$.

【分析】根据题意，先把 $ax - ay + 2x - 2y$ ，分组得 $(ax - ay) + (2x - 2y)$ ，然后再提取公因式，得出 $a(x-y) + 2(x-y)$ ，最后再提取公因式即可得出答案.

【解答】解： $ax - ay + 2x - 2y$

$$= (ax - ay) + (2x - 2y)$$

$$= a(x-y) + 2(x-y)$$

$$= (x-y)(a+2).$$

故答案为： $(x-y)(a+2)$.

17. (2 分) 如果 $4x^2 + (m-1)x + 25$ 是一个完全平方式，那么常数 $m = \underline{21 \text{ 或 } -19}$.

【答案】21 或 -19.

【分析】利用完全平方公式的结构特征判断，即可得出 m 的值.

【解答】解： $\because 4x^2 + (m-1)x + 25$ 是一个完全平方式，

$$\therefore (m-1)x = \pm 2 \times 2x \times 5, \text{ 即 } (m-1)x = \pm 20x,$$

$$\therefore m-1 = \pm 20,$$

解得： $m = 21 \text{ 或 } -19$.

故答案为：21 或 -19.

18. (2 分) 我们学习了幂的意义，知道 a^n 表示 n 个 a 相乘，并且由 $a^n = m$ ，知道 a 和 n 可以求 m . 我们不妨思考，如果知道 a, m ，能否求 n 呢？对于 $a^n = m$ ，规定 $[a, m] = n$ ，例如： $6^2 = 36$ ，所以 $[6, 36] = 2$. 如

果 $[3, x] = m$, $[3, y] = m+2$, 那么 $y = \underline{9x}$. (用含 x 的代数式表示 y)

【答案】 $9x$.

【分析】 根据新定义运算法则得到: $3^m = x$, $3^{m+2} = y$, 据此解答.

【解答】 解: 根据题意知: $3^m = x$, $3^{m+2} = y$.

所以 $y = 3^m \times 3^2 = 9x$, 即 $y = 9x$.

故答案为: $9x$.

三、简答题: (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. (5 分) 计算: $(-2a^3)^2 + (-a^2)^3 - a \cdot a^2 \cdot a^3$.

【答案】 $2a^6$.

【分析】 先根据积的乘方、幂的乘方法则计算乘方, 再根据同底数幂相乘法则计算乘法, 最后利用合并同类项法则计算加减即可.

【解答】 解: 原式 $= 4a^6 + (-a^6) - a^6$
 $= 4a^6 - a^6 - a^6$
 $= 2a^6$.

20. (5 分) 计算: $-8x^2 - [6 - 2x(x - 3y)] + 6(x+1)(x+y)$.

【答案】 $6x+6y-6$.

【分析】 根据整式的混合运算法则, 利用单项式乘多项式的运算法则, 多项式乘多项式的运算法则进行计算, 最后合并同类项即可.

【解答】 解: $-8x^2 - [6 - 2x(x - 3y)] + 6(x+1)(x+y)$
 $= -8x^2 - (6 - 2x^2 + 6xy) + 6(x^2 + xy + x + y)$
 $= -8x^2 - 6 + 2x^2 - 6xy + 6x^2 + 6xy + 6x + 6y$
 $= 6x + 6y - 6$.

21. (5 分) 计算: $(3a-2)^2 - (3a+2)(-3a+2)$.

【答案】 $18a^2 - 12a$.

【分析】 先根据平方差公式、完全平方公式计算, 再合并同类项即可.

【解答】 解: $(3a-2)^2 - (3a+2)(-3a+2)$
 $= (3a-2)^2 - (2+3a)(2-3a)$
 $= 9a^2 - 12a + 4 - (4 - 9a^2)$
 $= 9a^2 - 12a + 4 - 4 + 9a^2$
 $= 18a^2 - 12a$.

22. (5分) 计算: $(2x+y-3)(2x-y+3)$.

【答案】见试题解答内容

【分析】利用平方差公式和完全平方公式解答.

【解答】解: 原式 $= [2x+(y-3)][2x-(y-3)]$

$$= 4x^2 - (y-3)^2$$

$$= 4x^2 - (y^2 - 6y + 9)$$

$$= 4x^2 - y^2 + 6y - 9.$$

23. (5分) 运用整式乘法公式进行计算: $2024^2 - 2023 \times 2025$.

【答案】1.

【分析】利用平方差公式进行简便运算即可.

【解答】解: 原式 $= 2024^2 - (2024-1) \times (2024+1)$

$$= 2024^2 - 2024^2 + 1$$

$$= 1.$$

24. (5分) 因式分解: $2x^2(a+b)^2 - 2xy(a+b)^2 - 12y^2(-a-b)^2$.

【答案】 $2(a+b)^2(x+2y)(x-3y)$.

【分析】先提取公因式, 再利用十字相乘法分解即可.

【解答】解: 原式 $= 2x^2(a+b)^2 - 2xy(a+b)^2 - 12y^2(a+b)^2$

$$= 2(a+b)^2(x^2 - xy - 6y^2)$$

$$= 2(a+b)^2(x+2y)(x-3y).$$

四、解答题(本大题共4题, 25题7分, 26, 27题每题8分, 28题5分, 满分28分)

25. (7分) 先化简, 再求值: $(9a^{n+2} + 6a^{3n-1} - a^n) \div (-6a^{n-1}) + (-a^{n+1})^2 \div (-a)^2$ (n 为正整数),

其中 $a = -2$.

【答案】 $-\frac{3}{2}a^3 + \frac{1}{6}a$, $11\frac{2}{3}$.

【分析】先根据多项式除单项式和单项式除单项式法则算除法, 再合并同类项, 化简后将 $a = -2$ 代入计算即可.

【解答】解: $(9a^{n+2} + 6a^{3n-1} - a^n) \div (-6a^{n-1}) + (-a^{n+1})^2 \div (-a)^2$

$$= -\frac{3}{2}a^3 - a^{2n} + \frac{1}{6}a + a^{2n}$$

$$= -\frac{3}{2}a^3 + \frac{1}{6}a,$$

当 $a = -2$ 时,

$$\begin{aligned}
\text{原式} &= -\frac{3}{2} \times (-2)^3 + \frac{1}{6} \times (-2) \\
&= -\frac{3}{2} \times (-8) - \frac{1}{3} \\
&= 12 - \frac{1}{3} \\
&= 11\frac{2}{3}.
\end{aligned}$$

26. (8分) 已知 $A = b^2 - a^2 + 5ab$, $B = 3ab + 2b^2 - a^2$.

(1) 化简: $3A - B$;

(2) 已知 a 、 b 满足 $(a+1)^2 + |b+2| = 0$, 求 $3A - B$ 的值.

【答案】 (1) $-2a^2 + 12ab + b^2$;

(2) 26.

【分析】 (1) 把 A 与 B 代入原式, 去括号合并即可得到结果;

(2) 利用非负数的性质求出 a 与 b 的值, 代入原式计算即可求出值.

【解答】 解: (1) $\because A = b^2 - a^2 + 5ab$, $B = 3ab + 2b^2 - a^2$,

$$\therefore 3A - B = 3(b^2 - a^2 + 5ab) - (3ab + 2b^2 - a^2) = 3b^2 - 3a^2 + 15ab - 3ab - 2b^2 + a^2 = -2a^2 + 12ab + b^2;$$

(2) $\because (a+1)^2 + |b+2| = 0$,

$$\therefore a = -1, b = -2,$$

$$\text{则原式} = -2 \times 1 + 12 \times (-1) \times (-2) + 4$$

$$= -2 + 24 + 4$$

$$= 26.$$

27. (8分) 图1是一个长方形窗户 $ABCD$, 它是由上下两个长方形 (长方形 $AEFD$ 和长方形 $EBCF$) 的小窗户组成, 在这两个小窗户上各安装了一个可以朝一个方向水平方向拉伸的遮阳帘, 这两个遮阳帘的高度分别是 a 和 $2b$ (即 $DF = a$, $BE = 2b$), 且 $b > a > 0$. 当遮阳帘没有拉伸时 (如图1), 窗户的透光面积就是整个长方形窗户 (长方形 $ABCD$) 的面积.

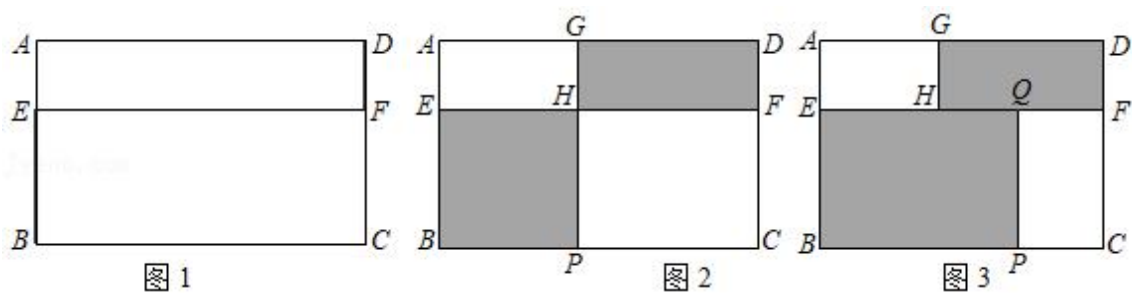
如图2, 上面窗户的遮阳帘水平方向向左拉伸 $2a$ 至 GH . 当下面窗户的遮阳帘水平方向向右拉伸 $2b$ 时, 恰好与 GH 在同一直线上 (即点 G 、 H 、 P 在同一直线上).

(1) 求长方形窗户 $ABCD$ 的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 如图3, 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 将下面窗户的遮阳帘继续水平方向向右拉伸 b 至 PQ 时, 求此时窗户透光的面积 (即图中空白部分的面积) 为多少? (用含 a 、 b 的代数式表示)

附加题: (3) 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 当下面窗户的遮阳帘拉伸至 BC 的中点处时, 请通过计

算比较窗户的透光的面积与被遮窗帘遮住的面积的大小.



【答案】见试题解答内容

【分析】(1) 根据题意, 可以用 a 、 b 的代数式表示出 AB 、 AD , 然后即可计算出长方形窗户 $ABCD$ 的总面积;

(2) 根据题意, 可以计算出 AE 、 AG 、 CF 、 CP , 然后即可计算出窗户透光的面积;

(3) 根据题意和图形, 可以分别计算出窗户的透光的面积与被遮窗帘遮住的面积, 然后作差比较即可.

【解答】解: (1) 由题意可得,

$$AD = 2a + 2b, AB = a + 2b,$$

$$\therefore \text{长方形窗户 } ABCD \text{ 的总面积是 } AD \cdot AB = (2a + 2b)(a + 2b) = 2a^2 + 6ab + 4b^2,$$

$$\text{即长方形窗户 } ABCD \text{ 的总面积是 } 2a^2 + 6ab + 4b^2;$$

(2) 由图 3 可得,

$$AG = 2b, AE = a, CF = 2b, CP = (2a + 2b) - (2b + b) = 2a - b,$$

$$\text{则窗户透光的面积是: } AG \cdot AE + CF \cdot CP$$

$$= 2b \cdot a + 2b(2a - b)$$

$$= 2ab + 4ab - 2b^2$$

$$= 6ab - 2b^2;$$

(3) 当上面窗户的遮窗帘保持不动, 下面窗户的遮窗帘拉伸至 BC 的中点处时, 窗户透光的面积是:

$$2b \cdot a + 2b(a + b) = 2ab + 2ab + 2b^2 = 4ab + 2b^2,$$

$$\text{被遮窗帘遮住的面积是: } (2a^2 + 6ab + 4b^2) - (4ab + 2b^2)$$

$$= 2a^2 + 6ab + 4b^2 - 4ab - 2b^2$$

$$= 2a^2 + 2ab + 2b^2,$$

$$(4ab + 2b^2) - (2a^2 + 2ab + 2b^2)$$

$$= 4ab + 2b^2 - 2a^2 - 2ab - 2b^2$$

$$= -2a^2 + 2ab$$

$$= 2a(b - a),$$

$$\because b > a > 0,$$

$$\therefore b - a > 0,$$

$$\therefore 2a(b - a) > 0,$$

即窗户的透光的面积大于被遮阳帘遮住的面积.

28. (5分) 在 3×3 的方格中, 每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都相等, 我们把这样的方格图叫做“等和格”, 如图 1 的“等和格”中, 每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都等于 15.

(1) 在图 2 的“等和格”方格图中, 可得 $a = \underline{\quad - b \quad}$ (用含 b 的代数式表示):

(2) 在图 3 的“等和格”方格图中, 可得 $a = \underline{\quad - 2 \quad}$, $b = \underline{\quad 2 \quad}$;

(3) 在图 4 的“等和格”方格图中, 可得 $b = \underline{\quad - 9 \quad}$.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图1

$-2a$	a	
		$3b$
		$2a$

图2

$-2a$	a	
$b-8$		$3b$
		$2a$

图3

$2a^2+a$	$a-2a^2$	
$b+3a^2+2a$		a^2+2a
		$a-3$

图4

【答案】 (1) $-b$;

(2) -2 ; 2 ;

(3) -9 .

【分析】 (1) 根据“等和格”的定义, 即可得出 $-2a+a=3b+2a$, 变形后即可用含 b 的代数式表示出 a ;

(2) 根据“等和格”的定义, 即可得出关于 a, b 的二元一次方程组, 解之即可求出 a, b 的值;

(3) 根据“等和格”的定义, 即可得出关于 a, b 的二元二次方程组, 方程①变形后可得出方程③, 方程②变形后可得出方程④, 再将③代入④中即可求出 b 的值.

【解答】 解: (1) 依题意得: $-2a+a=3b+2a$,

$$\therefore a = -b.$$

故答案为: $-b$.

$$(2) \text{ 依题意得: } \begin{cases} -2a+a=3b+2a \\ -2a+2a=b-8+3b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}.$$

故答案为： - 2； 2.

$$(3) \text{ 依题意得: } \begin{cases} 2a^2+a+a-2a^2=a^2+2a+a-3 \text{ ①} \\ 2a^2+a+a-3=b+3a^2+2a+a^2+2a \text{ ②} \end{cases},$$

由①可得： $a^2+a=3$ ③,

由②可得： $b=-2a^2-2a-3$ ④,

将③代入④中得： $b=-2(a^2+a)-3=-2\times 3-3=-9.$

故答案为： - 9.