

2024 学年第一学期七年级数学学科期中练习卷

完卷时间：90 分钟 总分：100 分

一. 选择题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 已知 $7a^3b^m \div 14a^n b^2 = \frac{1}{2}b^2$ 那么 m 、 n 的取值依次为 ()

A. 2, 3

B. 4, 3

C. 1, 3

D. 4, 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了整式的除法. 依据整式的除法法则得到 $3-n=0$, $m-2=2$, 即可求出 m , n .

【详解】解: $\because 7a^3b^m \div 14a^n b^2 = \frac{1}{2}b^2$,

$$\therefore 7a^3b^m \div 14a^n b^2 = \frac{1}{2}a^{3-n}b^{m+2} = \frac{1}{2}b^2,$$

$$\therefore 3-n=0, \quad m-2=2,$$

解方程组得 $m=4$, $n=3$.

故选: B.

2. $(-a-2b)^2$ 的运算结果是 ()

A. $a^2-4ab+4b^2$

B. $-a^2+4ab-4b^2$

C. $-a^2-4ab-4b^2$

D. $a^2+4ab+4b^2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式. 变形后根据完全平方公式计算即可.

【详解】解: $(-a-2b)^2$

$$=(a+2b)^2$$

$$=a^2+4ab+4b^2,$$

故选: D.

3. 下列各式从左到右的变形属于因式分解的是 ()

A. $x^2-4x+3x=(x+2)(x-2)+3x$

B. $(a+3)(a-3)=a^2-9$

C. $a^2-2a-3=(a-1)^2-4$

D. $a^2-1=(a+1)(a-1)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据因式分解的定义逐个判断即可.

【详解】解：A、从左到右的变形不是把多项式变成几个整式的乘积形式，不是因式分解，故本选项不符合题意；

B、从左到右的变形是整式乘法，不是因式分解，故本选项不符合题意；

C、从左到右的变形不是把多项式变成几个整式的乘积形式，不是因式分解，故本选项不符合题意；

D、从左到右的变形是因式分解，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了因式分解的定义，能熟记因式分解的定义是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解.

4. 下列整式的乘法中，不能用平方差公式计算的是（ ）

- A. $(x+y)(x-y)$ B. $(x+y)(-x+y)$ C. $(-x+y)(x-y)$ D. $(-x+y)(-x-y)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了平方差公式，熟知平方差公式是解题的关键： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

【详解】解：A、 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ ，可以用平方差公式计算，不符合题意；

B、 $(x+y)(-x+y)=-x^2+y^2$ ，可以用平方差公式计算，不符合题意；

C、 $(-x+y)(x-y)=-(x-y)(x-y)$ ，不可以用平方差公式计算，符合题意；

D、 $(-x+y)(-x-y)=x^2-y^2$ ，可以用平方差公式计算，不符合题意；

故选：C.

5. 若 $x^2+kx+16$ 能分解成两个一次因式的积，且 k 为整数，那么 k 不可能是（ ）

- A. 10 B. 17 C. 15 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了十字相乘法分解因式. 把 16 分解为两个整数的积的形式， k 等于这两个整数的和.

【详解】解： $16=1\times 16=2\times 8=4\times 4=(-1)\times (-16)=(-2)\times (-8)=(-4)\times (-4)$,

所以 $k=1+16=17$ 或 $2+8=10$ 或 $4+4=8$ 或 $(-1)+(-16)=-17$ 或 $(-2)+(-8)=-10$ 或

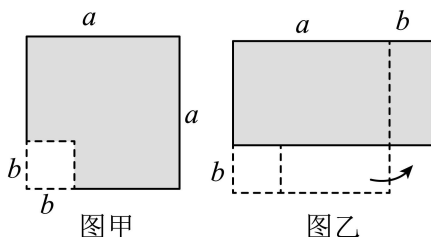
$$(-4) + (-4) = -8.$$

∴ 整数 k 的值是 ± 8 或 ± 10 或 ± 17 ,

观察四个选项, C 选项符合题意.

故选: C.

6. 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图甲), 把余下的部分拼成一个矩形 (如图乙), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证等式 ()



A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

D. $(a+b)(a-2b) = a^2 - ab - 2b^2$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式在几何图形中的应用, 分别表示出图甲和图乙中的阴影部分面积, 再根据图甲和图乙中阴影部分面积相等, 即可得到答案.

【详解】 解: 图甲中阴影部分面积等于大正方形面积减去小正方形面积, 即为 $a^2 - b^2$;

图乙中阴影部分面积为一个长为 $a+b$, 宽为 $a-b$ 的长方形面积, 即为 $(a+b)(a-b)$;

∵ 图甲和图乙中阴影部分面积相等,

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$$

故选: C.

二. 填空题 (共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 整式 $5xy + xy^2 + 9x^2y^3 - 5xy - 4$ 是 _____ 次 _____ 项式.

【答案】 ①. 五 ②. 三

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的概念, 几个单项式的和 (或者差), 叫做多项式, 多项式中的每个单项式叫做多项式的项, 这些单项式中的最高项次数, 就是这个多项式的次数, 其中多项式中不含字母的项叫做常数项, 根据多项式的概念即可得解, 熟练掌握多项式的概念是解此题的关键.

【详解】解：整式 $5xy + xy^2 + 9x^2y^3 - 5xy - 4 = xy^2 + 9x^2y^3 - 4$ 是五次三项式，

故答案为：五，三.

8. 把多项式 $3xy^2 - 2x^2y + 4y^3 - x^3$ 按 x 的降幂排列_____.

【答案】 $-x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + 4y^3$

【解析】

【分析】根据多项式降幂排列法则，即可求解.

【详解】解：把多项式 $3xy^2 - 2x^2y + 4y^3 - x^3$ 按 x 的降幂排列为 $-x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + 4y^3$.

故答案为： $-x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + 4y^3$

【点睛】本题主要考查了多项式升幂排列或降幂排列，熟练掌握按照某个字母的升幂（或降幂）排列是指按照该字母从低次幂到高次幂（从高次幂到低次幂）排列，不含该字母则是该字母的 0 次幂是解题的关键.

9. 若 $-2x^3y^m$ 与 $3x^n y^2$ 是同类项，则 $m+n$ _____.

【答案】 5

【解析】

【详解】试题解析： $\because -2x^3y^m$ 与 $3x^n y^2$ 是同类项，

$\therefore n=3, m=2,$

$\therefore m+n=5.$

10. 计算： $(a-b)^5 \cdot (b-a)^4 =$ _____. (结果用幂的形式表示)

【答案】 $(a-b)^9$

【解析】

【详解】试题解析： $(a-b)^5 \cdot (b-a)^4 = (a-b)^5 \cdot (a-b)^4 = (a-b)^9.$

11. 计算： $-2x \cdot (x^2 - x + 1) =$ ____.

【答案】 $-2x^3 + 2x^2 - 2x$

【解析】

【分析】本题考查了整式的乘法运算. 根据单项式乘多项式的运算法则进行计算即可.

【详解】解： $-2x \cdot (x^2 - x + 1)$

$= -2x \cdot x^2 + 2x \cdot x - 2x$

$$= -2x^3 + 2x^2 - 2x,$$

故答案为: $-2x^3 + 2x^2 - 2x$.

12. 计算: $4^{2022} \times (-0.25)^{2023} =$ _____.

【答案】 $-0.25 - \frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 逆用同底数幂的乘法法则变形, 再利用积的乘方的法则进行运算即可.

【详解】 解: $4^{2022} \times (-0.25)^{2023}$
 $= 4^{2022} \times (-0.25)^{2022} \times (-0.25)$
 $= (-4 \times 0.25)^{2022} \times (-0.25)$
 $= (-1)^{2022} \times (-0.25)$
 $= -0.25.$

故答案为: -0.25 .

【点睛】 本题主要考查同底数幂的乘法, 积的乘方, 解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

13. 在有理数范围内因式分解: $x^2 - 17x + 52 =$ _____.

【答案】 $(x-13)(x-4)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 根据十字相乘法因式分解即可求解.

【详解】 解: $x^2 - 17x + 52 = x^2 - (13+4)x + 13 \times 4 = (x-13)(x-4),$
 故答案为: $(x-13)(x-4).$

14. 分解因式: $2a^3 - 4a^2b + 2ab^2 =$ ____.

【答案】 $2a(a-b)^2$

【解析】

【分析】 先提取公因式, 然后利用完全平方公式因式分解即可.

【详解】 解: 原式 $= 2a(a^2 - 2ab + b^2) = 2a(a-b)^2$
 故答案为: $2a(a-b)^2$

【点睛】此题考查的是因式分解，掌握用提公因式法和完全平方公式因式分解是解决此题的关键.

15. 如果 $|2x+4|+(y-3)^2=0$ ，则 $x^2-4y=$ _____.

【答案】 -8

【解析】

【分析】 本题考查了绝对值的非负性，偶次幂的非负性，求得 x,y 的值代入代数式，即可求解.

【详解】 解： $\because |2x+4|+(y-3)^2=0$

$$\therefore 2x+4=0, \quad y-3=0$$

$$\therefore x=-2, \quad y=3$$

$$\therefore x^2-4y=4-12=-8,$$

故答案为： -8.

16. 计算： $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=$ _____ (结果用幂的形式表示).

【答案】 $2^{16}-1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式，把原式前面乘以 $(2-1)$ ，然后利用平方差公式求解即可.

【详解】 解： $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^8-1)(2^8+1)$$

$$=2^{16}-1,$$

故答案为： $2^{16}-1$.

17. 定义 $a-b=0$ ，则称 a 、 b 互容，若 $2x^2-2$ 与 $x+4$ 互容，则 $6x^2-3x-9=$ _____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 依题意，可得 $2x^2-2-(x+4)=0$ ，得出 $2x^2-x=6$ ，代入代数式即可求解.

【详解】 解： $\because 2x^2-2$ 与 $x+4$ 互容，

$$\therefore 2x^2 - 2 - (x + 4) = 0,$$

$$\text{即 } 2x^2 - 2 - x - 4 = 0,$$

$$\therefore 2x^2 - x = 6,$$

$$\therefore 6x^2 - 3x - 9 = 3(2x^2 - x) - 9 = 3 \times 6 - 9 = 9,$$

故答案为：9.

【点睛】本题考查了代数式求值，得出 $2x^2 - x = 6$ 是解题的关键.

18. 如图是我国古代数学家杨辉最早发现的，称为“杨辉三角”它的发现比西方要早五百年左右，由此可见我国古代数学的成就是非常值得中华民族自豪的！“杨辉三角”中有许多规律，如它的每一行的数字正好对应了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式中 a 按次数从大到小排列的项的系数.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array}$$

$$(a+b)^0 = 1;$$

$$(a+b)^1 = a+b;$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

根据上述规律， $(a-b)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$

【解析】

【分析】本题考查的是有关探究规律的题目. 根据“杨辉三角”的特点可得 $(a \pm b)^n$ 的各项展开式的系数除首尾两项都是 1 外，其余各项系数都等于 $(a \pm b)^{n-1}$ 的相邻两个系数的和；依据规律可得 $(a-b)^4$ 的各项系数依次为 1、-4、6、-4、1，据此即可完成本题.

【详解】解：根据题意可知图中第五行的数字依次为 1，4，6，4，1，
由此可得 $(a \pm b)^n$ 的各项展开式的系数除首尾两项外都是 1 外，其余各项系数都等于 $(a \pm b)^{n-1}$ 的相邻两个系数的和，

依规律可得 $(a-b)^4$ 的各项系数依次为：1、-4、6、-4、1，

因为它的每一行的数字正好对应了 $(a-b)^n$ (n 为非负整数)的展开式中 a 按次数从大到小排列的项的系数，

所以 $(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$ 。

故答案为： $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$ 。

三. 简答题 (共5小题, 每小题5分, 共25分)

19. 计算： $3x^3y^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^3 \cdot 9xy$ 。

【答案】 x^7y^4

【解析】

【分析】 此题考查了整式的加法，幂的乘方与积的乘方，以及单项式乘单项式。原式先计算乘方运算，再计算乘法和加法运算即可得到结果。

【详解】 解： $3x^3y^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^3 \cdot 9xy$

$$= 3x^3y^2 \cdot \left(\frac{4}{9}x^4y^2\right) + \left(-\frac{1}{27}x^6y^3\right) \cdot 9xy$$
$$= \frac{4}{3}x^7y^4 - \frac{1}{3}x^7y^4$$
$$= x^7y^4.$$

20. 计算： $(2m-7)(2m-5) - (4-3m)^2$ 。

【答案】 $-5m^2 + 19$

【解析】

【分析】 此题主要考查整式的运算。根据整式的乘法运算法则即可求解。

【详解】 解： $(2m-7)(2m-5) - (4-3m)^2$

$$= 4m^2 - 14m - 10m + 35 - 16 + 24m - 9m^2$$
$$= -5m^2 + 19.$$

21. 用乘法公式计算： $100\frac{1}{4} \times 99\frac{3}{4}$

【答案】 $9999\frac{15}{16}$

【解析】

【分析】 利用平方差公式进行计算，即可得到答案.

【详解】 解： $100\frac{1}{4}\times 99\frac{3}{4}$

$$= \left(100 + \frac{1}{4}\right) \times \left(100 - \frac{1}{4}\right)$$
$$= 100^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$$
$$= 10000 - \frac{1}{16}$$
$$= 9999\frac{15}{16}.$$

【点睛】 本题考查了平方差公式，解题的关键是掌握平方差公式的运算法则进行解题.

22. 分解因式： $2x^2y - 6xy + 2x^2 - 6x$.

【答案】 $2x(x-3)(y+1)$.

【解析】

【分析】 本题考查了分解因式. 先分组，提取公因式即可求解.

【详解】 解： $2x^2y - 6xy + 2x^2 - 6x$

$$= 2xy(x-3) + 2x(x-3)$$
$$= 2x(x-3)(y+1).$$

23. 分解因式： $(x^2 - 5x)^2 - 12(x^2 - 5x) + 36$.

【答案】 $(x+1)^2(x-6)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解. 把 $(x^2 - 5x)$ 看作整体，利用完全平方公式分解，再利用十字相乘法继续分解即可.

【详解】 解： $(x^2 - 5x)^2 - 12(x^2 - 5x) + 36$

$$= \left[(x^2 - 5x) - 6\right]^2$$

$$\begin{aligned}
&= (x^2 - 5x - 6)^2 \\
&= [(x+1)(x-6)]^2 \\
&= (x+1)^2 (x-6)^2.
\end{aligned}$$

四. 解答题 (共 5 小题, 第 24、25、26、27 题 6 分, 第 28 题 9 分, 共 33 分)

24. 先化简, 再求值: $2a^2 - 2[3a - 2(-a^2 + 2a - 1) - 2]$, 其中 $a = \frac{1}{2}$.

【答案】 $-2a^2 + 2a$, $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 原式去括号合并得到最简结果, 将 a 的值代入计算即可求出值.

【详解】 解: 原式 $= 2a^2 - 6a + 4(-a^2 + 2a - 1) + 4$
 $= 2a^2 - 6a - 4a^2 + 8a - 4 + 4$
 $= -2a^2 + 2a,$

当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题主要考查了整式的化简求值, 解题的关键在于能够熟练掌握相关计算法则进行求解.

25. 求值:

(1) 已知 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 求 a^{m+n} 的值.

(2) 已知: $x + 2y + 1 = 3$, 求 $3^x \times 9^y \times 3$ 的值.

【答案】 (1) 6 (2) 27

【解析】

【分析】 (1) 逆用同底数幂的乘法进行计算即可得到答案;

(2) 利用幂的乘方和同底数幂的乘法进行计算即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: $\because a^m = 2, a^n = 3,$

$\therefore a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 2 \times 3 = 6;$

【小问 2 详解】

解: $\because x + 2y + 1 = 3,$

$$\therefore 3^x \times 9^y \times 3 = 3^x \times (3^2)^y \times 3^1 = 3^{x+2y+1} = 3^3 = 27.$$

【点睛】 本题考查了幂的乘方，同底数幂的乘法及其逆运算，熟练掌握相关运算法则是解题关键.

26. 已知 $x+y=5$, $xy=4$.

(1) 求 x^2+y^2 的值;

(2) 求 $\frac{1}{3}(x-y)$ 的值.

【答案】 (1) 17

(2) ± 1

【解析】

【分析】 (1) 根据完全平方公式解决此题.

(2) 根据完全平方公式解决此题.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 5^2 - 2 \times 4 = 17.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 17 - 2 \times 4 = 9,$$

$$\therefore x-y = \pm 3,$$

$$\therefore \frac{1}{3}(x-y) = \pm 1.$$

【点睛】 本题考查了完全平方公式的应用，灵活运用完全平方公式是解决本题的关键.

27 阅读: 分解因式 $x^2 + 2x - 3$

$$\text{解: 原式} = x^2 + 2x + 1 - 1 - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 4$$

$$= (x+1)^2 - 4$$

$$= (x+1+2)(x+1-2)$$

$$= (x+3)(x-1)$$

此方法是抓住二次项和一次项的特点，然后加一项，使这三项为完全平方式，我们称这种方法为“配方法”，此题为用配方法分解因式.

请体会配方法的特点，然后用配方法解决下列问题：

在有理数范围内分解因式： $4a^2 + 4a - 15$.

【答案】 $(2a+5)(2a-3)$

【解析】

【分析】 根据配方法，可得平方差公式，根据平方差公式，可得答案.

【详解】 解： $4a^2 + 4a - 15$

$$= 4a^2 + 4a + 1 - 1 - 15$$

$$= (2a+1)^2 - 16$$

$$= (2a+1)^2 - 4^2$$

$$= (2a+1+4)(2a+1-4)$$

$$= (2a+5)(2a-3)$$

【点睛】 本题考查了因式分解，利用配方法得出平方差公式是解题关键，分解要彻底.

28. 问题发现：若 x 满足 $(9-x)(x-4)=2$ ，求 $(9-x)^2 + (x-4)^2$ 的值.

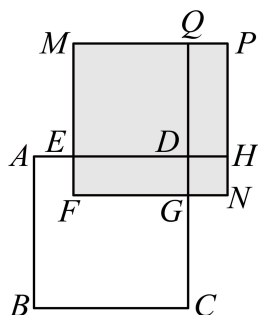
小明在解决该问题中，采用了以下解法：

解：设 $(9-x)=a$ ， $(x-4)=b$

则 $ab=(9-x)(x-4)=2$ ， $a+b=(9-x)+(x-4)=5$

所以 $(9-x)^2 + (x-4)^2 = a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \times 2 = 21$

请根据小明的解法解决下列问题.



(1) 若 x 满足 $(30-x)(x-20)=-10$ ，求 $(30-x)^2 + (x-20)^2$ 的值；

(2) 若 x 满足 $(2023-x)^2 + (x-2021)^2 = 2022$ ，求 $(2023-x)(x-2021)$ 的值；

(3) 拓展延伸：如上图，正方形 $ABCD$ 边长为 x ， $AE = 1$ ， $CG = 3$ ，分别以 DE 、 DG 为边长作正方形 $MEDQ$ 和 $NGDH$ ，四边形 $EFGD$ 和 $PQDH$ 是长方形，且长方形 $EFGD$ 的面积是 10，求图中阴影部分的面积。（结果必须是一个具体数值）

【答案】(1) 120

(2) -1009

(3) 44

【解析】

【分析】本题主要考查了完全平方公式在几何图形中的应用，完全平方公式的变形求值：

(1) 根据例题的解题思路，进行计算即可解答；

(2) 根据例题的解题思路，进行计算即可解答；

(3) 根据题意可得：四边形 $MFNP$ 是正方形，然后设 $DE = a$ ， $DG = b$ ，则 $a = x - 1$ ， $b = x - 3$ ，从而可得 $a - b = 2$ ， $ab = 10$ ，最后根据完全平方公式进行计算，即可解答。

【小问 1 详解】

解：设 $30 - x = a$ ， $x - 20 = b$ ，

$$\therefore a + b = 10, \quad ab = -10,$$

$$\therefore (30 - x)^2 + (x - 20)^2$$

$$= a^2 + b^2$$

$$= (a + b)^2 - 2ab$$

$$= 10^2 - 2 \times (-10)$$

$$= 120;$$

【小问 2 详解】

解：设 $2023 - x = m$ ， $x - 2021 = n$ ，

$$\therefore m + n = 2, \quad m^2 + n^2 = 2022,$$

$$\therefore (2023 - x)(x - 2021)$$

$$= mn$$

$$= \frac{1}{2} \left[(m + n)^2 - (m^2 + n^2) \right]$$

$$= \frac{1}{2} (2^2 - 2022)$$

$$= -1009;$$

【小问 3 详解】

解：设 $DE = a$ ， $DG = b$ ，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 x ， $AE = 1$ ， $CG = 3$ ，

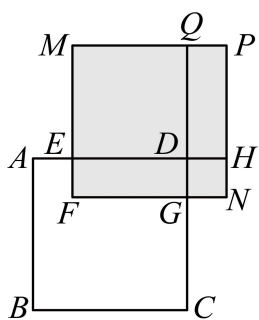
$$\therefore DE = a = AD - AE = x - 1, \quad DG = b = DC - CG = x - 3,$$

$$\therefore a - b = x - 1 - (x - 3) = x - 1 - x + 3 = 2,$$

$\because$ 长方形 $EFGD$ 的面积为 10，

$$\therefore DE \cdot DG = 10,$$

$$\therefore ab = 10,$$



$$\therefore \text{正方形 } MFNP \text{ 的面积} = FN^2$$

$$= (DE + DH)^2$$

$$= (DE + DG)^2$$

$$= (a + b)^2$$

$$= (a - b)^2 + 4ab$$

$$= 2^2 + 4 \times 10$$

$$= 44,$$

$\therefore$ 四边形 $MFNP$ (阴影部分) 的面积为 44.