

七宝鑫都 2024 学年第一学期七年级数学期中试卷

满分：100 分 时间：90 分钟

一. 选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $3a - a = 3$

B. $x^2 + x^3 = x^5$

C. $5xy - 2xy = 3xy$

D. $4a^2b - 2a^2 = 2b$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同类项的判断及合并同类项的法则依次计算判断即可.

【详解】解: A、 $3a - a = 2a$, 选项计算错误, 不符合题意,

B、 x^2 与 x^3 不是同类项, 不能合并, 不符合题意,

C、 $5xy - 2xy = 3xy$, 计算正确, 符合题意;

D、 $4a^2b$ 与 $2a^2$, 不是同类项, 不能合并, 不符合题意,

故选: C.

【点睛】题目主要考查同类项的判断及合并同类项, 熟练掌握合并同类项的法则是解题关键.

2. 下列运算正确的是 ()

A. $x \cdot x^6 = x^6$

B. $(x^2)^3 = x^5$

C. $(x+2)^2 = x^2 + 4$

D. $(2x)^3 = 8x^3$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了幂的乘方和积的乘方计算, 同底数幂乘法计算和完全平方公式, 熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】解: A、 $x \cdot x^6 = x^7$, 原式计算错误, 不符合题意;

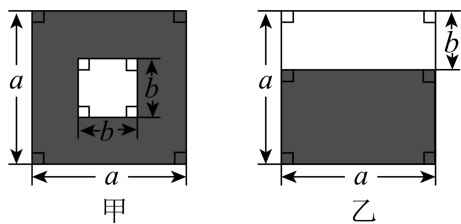
B、 $(x^2)^3 = x^6$, 原式计算错误, 不符合题意;

C、 $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ 原式计算错误, 不符合题意;

D、 $(2x)^3 = 8x^3$, 原式计算正确, 符合题意;

故选: D.

3. 如图, 设 $k = \frac{\text{甲图中阴影部分面积}}{\text{乙图中阴影部分面积}} (a > b > 0)$, 则有 ()



- A. $k > 2$ B. $1 < k < 2$ C. $\frac{1}{2} < k < 1$ D. $0 < k < \frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了分式的乘除法的应用, 不等式的运算. 分别计算出甲图中阴影部分面积及乙图中阴影部分面积, 然后计算比值即可.

【详解】 解: 甲图中阴影部分面积为 $a^2 - b^2$,

乙图中阴影部分面积为 $a(a - b)$,

$$\text{则 } k = \frac{a^2 - b^2}{a(a - b)} = \frac{(a - b)(a + b)}{a(a - b)} = \frac{a + b}{a} = 1 + \frac{b}{a},$$

$$\because a > b > 0,$$

$$\therefore 0 < \frac{b}{a} < 1,$$

$$\therefore 1 < \frac{b}{a} + 1 < 2,$$

$$\therefore 1 < k < 2,$$

故选: B.

4. 观察下列数字:

第 1 层 1 2

第 2 层 4 5 6

第 3 层 9 10 11 12

第 4 层 16 17 18 19 20

... ..

在上述数字宝塔中, 第 4 层的第 2 个数是 17, 则 2510 为第()层第()个数.

- A. 49、10 B. 49、11 C. 50、10 D. 50、11

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，观察题目中的数字，从中找出规律，得到第 n 层的第一个数为 n^2 ，该层有 $n+1$ 个数，进行得到答案.

【详解】解：根据题意可知，

第 1 层为：1、2；

第 2 层为：4、5、6；

第 3 层为：9、10、11、12；

第 4 层为：16、17、18、19、20；

.....

第 n 层为： n^2 、 n^2+1 、 n^2+2 、.....、 n^2+n+1 ；

$\because 50^2=2500$ ，

$\therefore 2510$ 为第 50 层第 11 个数；

故选：D.

【点睛】本题考查了找规律问题的应用，解答此题的关键是要明确：第 n 层的第一个数为 n^2 ，该层有 $n+1$ 个数，进行得到答案.

二. 填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

5. 单项式 $\frac{2x^3y^3}{3}$ 的次数是_____.

【答案】6

【解析】

【分析】本题主要考查了单项式的次数，解题的关键是熟练掌握单项式中所有字母的指数和叫做单项式的次数.

根据单项式的次数定义进行解答即可.

【详解】解：单项式 $\frac{2x^3y^3}{3}$ 的次数是： $3+3=6$.

故答案为：6.

6. 把多项式 $2x^2-x^3y-y^3+xy^2$ 按字母 y 降幂排列：_____.

【答案】 $-y^3+xy^2-x^3y+2x^2$

【解析】

【分析】把一个多项式按某一个字母的升幂排列是指按此字母的指数从小到大依次排列，常数项应放在最前面。如果是降幂排列应按此字母的指数从大到小依次排列

【详解】解：∵ 第一项 $2x^2$ 为 y 的 0 次幂；

第二项 $-x^3y$ 为 y 的 1 次幂；

第三项 $-y^3$ 为 y 的 3 次幂；

第四项 xy^2 为 y 的 2 次幂；

$$\therefore -y^3 + xy^2 - x^3y + 2x^2.$$

故答案是： $-y^3 + xy^2 - x^3y + 2x^2$.

【点睛】本题考查降幂排列，要注意按什么字母降幂排列，常数项以 0 次幂排列.

7. 计算： $3x^2 \cdot (-2xy^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $-6x^3y^3$

【解析】

【分析】本题主要考查了单项式乘以单项式，熟知单项式乘以单项式的计算法则是解题的关键.

【详解】解： $3x^2 \cdot (-2xy^3) = -6x^3y^3$,

故答案为： $-6x^3y^3$.

8. 若要使 $(x^2 + ax + 5) \cdot (-6x^3) + 6x^4$ 的展开式中不含 x^4 的项，则常数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】

【分析】本题主要考查了单项式乘多项式，合并同类项，以及整式不含某项，正确掌握相关运算法则是解题关键. 利用相关运算法则计算得到 $-6x^5 + (6 - 6a)x^4 - 30x^3$ ，根据展开式中不含 x^4 的项，即 x^4 的系数为零，据此建立等式求解，即可解题.

【详解】解： $(x^2 + ax + 5) \cdot (-6x^3) + 6x^4$,

$$= -6x^5 - 6ax^4 - 30x^3 + 6x^4$$

$$= -6x^5 + (6 - 6a)x^4 - 30x^3,$$

∵ 展开式中不含 x^4 的项，

$$\therefore 6 - 6a = 0,$$

解得 $a = 1$,

故答案为: 1.

9. 计算: $(3x-1)(2x+1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $6x^2 + x - 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式乘以多项式, 熟知多项式乘以多项式的计算法则是解题的关键.

【详解】 解: $(3x-1)(2x+1)$

$$= 6x^2 - 2x + 3x - 1$$

$$= 6x^2 + x - 1,$$

故答案为: $6x^2 + x - 1$.

10. 若代数式 $-2020x^3y^{a+7}$ 与 $mx^{b+2}y^5$ 的和为零, 则 $(a+b)^m$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 1

【解析】

【分析】 由 $-2020x^3y^{a+7} + mx^{b+2}y^5 = 0$ 解出 m, b, a 的值, 即可得出答案.

【详解】 由题意得 $-2020x^3y^{a+7} + mx^{b+2}y^5 = 0$,

$$\therefore m = 2020, b + 2 = 3, a + 7 = 5,$$

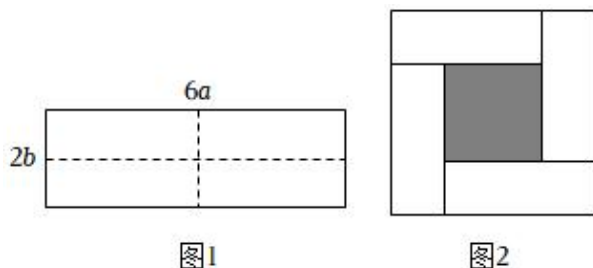
$$\therefore m = 2020, b = 1, a = -2,$$

$$\therefore (a+b)^m = (-2+1)^{2020} = 1,$$

故答案为: 1.

【点睛】 本题考查了代数式求值, 同类项, 解出 m, b, a 的值是解题关键.

11. 已知一个长为 $6a$, 宽为 $2b$ 的长方形如图 1 所示, 沿图中虚线裁剪成四个相同的小长方形, 按图 2 的方式拼接, 则阴影部分正方形的周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 a, b 的代数式表示)



【答案】 $12a - 4b$

【解析】

【分析】根据题意和题目中的图形，可以得到图 2 中小长方形的长和宽，从而可以得到阴影部分正方形的边长，进一步得到阴影部分正方形的周长.

【详解】解：由图可得，

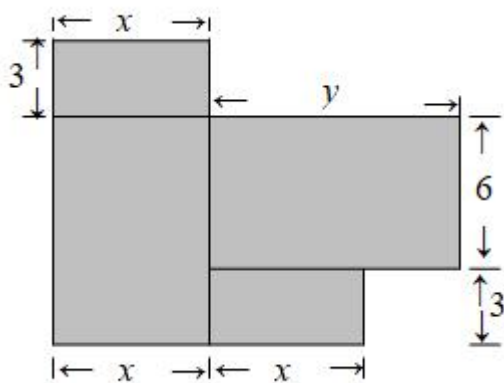
图 2 中每个小长方形的长为 $3a$ ，宽为 b ，

则阴影部分正方形的边长是 $3a - b$ ，阴影部分正方形的周长是 $4(3a - b) = 12a - 4b$.

故答案为： $12a - 4b$.

【点睛】本题考查列代数式，解答本题的关键是明确题意，得到小长方形的长和宽，利用数形结合的思想解答.

12. 小明家最近刚购置了一套商品房，如图是这套商品房的平面图（阴影部分）（单位：m）. 若 $x = 5$ ， $y = 8$ ，并且房价为每平方米 0.9 万元，则购买这套房子共需要_____万元？



【答案】 110.7

【解析】

【分析】先根据题意表示出这套房子的总面积，再将 $x = 5$ ， $y = 8$ ，房价为每平方米 0.9 万元代入进行计算即可得.

【详解】解：这套房子的总面积为： $3x + (6 + 3)x + 6y + 3x = 3x + 9x + 6y + 3x = 15x + 6y$ （平方米），

$\because x = 5$ ， $y = 8$ ，房价为每平方米 0.9 万元，

$$\therefore 0.9 \times (15x + 6y)$$

$$= 0.9 \times (15 \times 5 + 6 \times 8)$$

$$= 0.9 \times 123$$

$$= 110.7 \text{（万元）,}$$

故答案为：110.7.

【点睛】本题考查了列代数式，代数式求值，解题的关键是理解题意，能够列出代数式，并正确计算.

13. 某地对居民用电收费采用阶梯电价，具体收费的标准为：每月如果不超过90度，那么每度电价按 a 元收费，如果超过90度，超出部分电价按 b 元收费，某户居民一个月用电120度，该户居民这个月应交纳电费是_____元（用含 a, b 的代数式表示）.

【答案】 $90a + 30b$

【解析】

【分析】根据题意列出代数式解答即可.

【详解】该户居民这个月应交纳电费是 $90a + (120 - 90)b = 90a + 30b$;

故答案为： $90a + 30b$.

【点睛】此题考查列代数式，解题关键是读懂题意，找出题目中的数量关系，列出代数式.

14. 如果多项式 $9x^2 + 1$ 加上一个单项式 M 后能成为一个完全平方公式的展开式，试写出这个单项式 M （所有可能）_____.

【答案】 $-9x^2, \pm 6x, -1, \frac{81}{4}x^4$

【解析】

【分析】本题是完全平方公式的应用，两数的平方和，再加上或减去它们积的2倍，就构成了一个完全平方方式，此题解题的关键是要分情况讨论求解.

先分完全平方方式是单项式还是多项式，再分 $9x^2$ 是平方项与乘积二倍项分情况讨论，根据完全平方公式解答即可.

【详解】解： $\because$ 多项式 $9x^2 + 1$ 加上一个单项式后能成为一个完全平方方式，

$\therefore$ 此单项式可能是二次项，可能是常数项，可能是一次项，还可能是4次项，

① $\because 9x^2 + 1 - 9x^2 = 1^2$ ，故此单项式是 $-9x^2$ ；

② $\because 9x^2 + 1 \pm 6x = (3x \pm 1)^2$ ，故此单项式是 $\pm 6x$ ；

③ $\because 9x^2 + 1 - 1 = (3x)^2$ ，故此单项式是 -1 ；

④ $\because \frac{81}{4}x^4 + 9x^2 + 1 = \left(\frac{9}{2}x^2 + 1\right)^2$ ，故此单项式是 $\frac{81}{4}x^4$.

综上，这个单项式 M 可能是 $-9x^2, \pm 6x, -1, \frac{81}{4}x^4$.

故答案为: $-9x^2, \pm 6x, -1, \frac{81}{4}x^4$.

15. 当 $x=1$ 时, 代数式 ax^3+bx+1 的值为 2019, 当 $x=-1$ 时, 代数式 ax^3+bx+1 的值为_____.

【答案】 -2017

【解析】

【分析】 把 $x=1$ 代入 ax^3+bx+1 得到 $a+b+1=2019$, 把 $x=-1$ 和 $a+b=2018$ 代入 ax^3+bx+1 即可得到结论.

【详解】 解: $\because$ 当 $x=1$ 时, 代数式 ax^3+bx+1 的值是 2019,

$$\therefore a+b+1=2019,$$

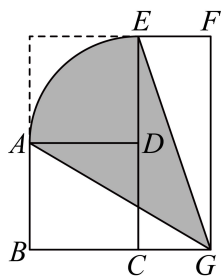
$$\therefore a+b=2018,$$

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时, } ax^3+bx+1=-a-b+1=-(a+b)+1=-2018+1=-2017,$$

故答案: -2017.

【点睛】 此题考查了代数式求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

16. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 长方形 $CEFG$ 的边 CE 长为 $2a$, 边 CG 长为 b . 则以 D 为圆心, AD 为半径的弧与 GA 、 GE 所围成的阴影部分的面积是_____. (用含有 a 、 b 和 π 的代数式表示)



【答案】 $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}\pi a^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式乘以多项式的应用, 阴影部分的面积等于一个扇形面积加上 $\triangle CEG$ 的面积加上正方形 $ABCD$ 的面积再减去 $\triangle ABG$ 的面积, 据此列式求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: 由题意得, } S_{\text{阴影}} &= \frac{1}{2} \times 2ab + a^2 - \frac{1}{2}a(a+b) + \frac{1}{4}\pi a^2 \\ &= ab + a^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}\pi a^2 \\ &= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}\pi a^2, \end{aligned}$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}\pi a^2.$$

三. 计算题: (每题 5 分, 共 30 分)

17. 计算: $2(x^2)^3 - x(2x^3 - x)$

【答案】 $2x^6 - 2x^4 + x^2$

【解析】

【分析】 本题考查幂的乘方，单项式乘多项式，解题的关键在于熟练掌握相关运算法则；根据相关运算法则计算，即可解题.

【详解】 解: $2(x^2)^3 - x(2x^3 - x)$
 $= 2x^6 - 2x^4 + x^2.$

18. 计算: $2(x-y)^2 - (2x+y)(x-3y)$

【答案】 $xy + 5y^2$

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算，完全平方公式，多项式乘多项式，解题的关键在于熟练掌握相关运算法则；根据相关运算法则计算各项，再合并同类项，即可解题.

【详解】 解: $2(x-y)^2 - (2x+y)(x-3y)$
 $= 2(x^2 - 2xy + y^2) - (2x^2 - 6xy + xy - 3y^2)$
 $= 2x^2 - 4xy + 2y^2 - 2x^2 + 5xy + 3y^2$
 $= xy + 5y^2.$

19. 计算: $(2a-3b)^2(2a+3b)^2$

【答案】 $16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方的逆运算，平方差公式，完全平方公式，解题的关键在于熟练掌握相关运算法则；根据相关运算法则进行计算，即可解题.

【详解】 解: $(2a-3b)^2(2a+3b)^2$
 $= [(2a-3b)(2a+3b)]^2$
 $= (4a^2 - 9b^2)^2$
 $= 16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4.$

20. 计算: $\frac{1}{2}a^3b \cdot \left(\frac{2}{3}ab\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}a\right)^2 \cdot (ab)^4$

【答案】 $\frac{1}{27}a^6b^4$

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方，单项式乘单项式，解题的关键在于熟练掌握相关运算法则；根据相关运算法则计算各项，再合并同类项，即可解题.

【详解】 解: $\frac{1}{2}a^3b \cdot \left(\frac{2}{3}ab\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}a\right)^2 \cdot (ab)^4$

$$= \frac{1}{2}a^3b \cdot \frac{8}{27}a^3b^3 - \frac{1}{9}a^2 \cdot a^4b^4$$

$$= \frac{4}{27}a^6b^4 - \frac{1}{9}a^6b^4$$

$$= \frac{1}{27}a^6b^4.$$

21. 计算: $(2x+y-3)(2x-y+3)$.

【答案】 $4x^2 - y^2 + 6y - 9$

【解析】

【详解】 解: 原式 $= [2x + (y-3)] \cdot [2x - (y-3)]$

$$= (2x)^2 - (y-3)^2$$

$$= 4x^2 - (y^2 - 6y + 9)$$

$$= 4x^2 - y^2 + 6y - 9$$

22. 解方程: $(1-3x)^2 + (2x-1)^2 = 13(x-1)(x+1)$.

【答案】 $x = \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程，乘法公式，先根据乘法公式去括号，然后按照移项，合并同类项，系数化为1的步骤解方程即可.

【详解】 解: $\because (1-3x)^2 + (2x-1)^2 = 13(x-1)(x+1)$,

$$\therefore 9x^2 - 6x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 13(x^2 - 1)$$

$$13x^2 - 10x + 2 = 13x^2 - 13,$$

$$\therefore -10x = -15,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2}.$$

四. 解答题 (第 23 题 6 分, 24 题 5 分, 25 题 7 分, 26、27 题, 每题 8 分, 共 34 分)

23. 先化简 $x(5x+3y)\left(2x-\frac{1}{3}y\right) - (4x^3y-8xy^3) + 2xy$, 再求值, 其中 $x=1$, $y=-3$.

【答案】 $10x^3 + \frac{13}{3}x^2y - xy^2 - 4x^3y + 8xy^3 + 2xy$, -222

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算化简求值, 先根据多项式乘以多项式进行计算, 再合并同类项, 最后将 $x=1$, $y=-3$ 代入即可.

【详解】 解: 原式 $= x\left(10x^2 - \frac{5}{3}xy + 6xy - y^2\right) - (4x^3y - 8xy^3) + 2xy$

$$= 10x^3 - \frac{5}{3}x^2y + 6x^2y - xy^2 - 4x^3y + 8xy^3 + 2xy$$

$$= 10x^3 + \frac{13}{3}x^2y - xy^2 - 4x^3y + 8xy^3 + 2xy$$

当 $x=1$, $y=-3$ 时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 10 + \frac{13}{3} \times (-3) - 9 - 4 \times (-3) + 8 \times (-27) + 2 \times (-3) \\ &= -222. \end{aligned}$$

24. 十一黄金周期间, 泗县运河人家风景区门票价格为: 成人票每张 80 元, 学生票每张 40 元, 泗县某中学七年级有 x 名学生和 y 名老师; 八年级学生人数是七年级学生人数的 $\frac{3}{2}$ 倍, 八年级老师人数是七年级老师人数的 $\frac{6}{5}$ 倍; 若他们一起去风景区.

(1) 两个年级在该景点的门票费用分别为: 七年级_____元; 八年级_____元; (用含 x , y 的代数式表示)

(2) 若他们一起去风景区, 则门票费用共需多少元? (用含 x , y 的代数式表示) 若 $x=200$, $y=10$, 求两个年级门票费用的总和.

【答案】 (1) $(40x+80y)$; $(60x+96y)$ (2) $100x+176y$, 21760 元.

【解析】

【详解】 试题分析: (1) 根据题意表示出两个年级的费用即可;

(2) 求出两个年级费用之和, 化简后将 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

试题解析：(1) 七年级 $(40x+80y)$ 元；八年级 $(60x+96)$ 元；

(2) 根据题意得： $(40x+80y) + (60x+96y) = 100x+176y$,

当 $x=200$, $y=10$ 时, 原式 $=21760$ 元.

25. (1) 已知 $a+b=3$, $ab=2$, 可得: $a^2+b^2=$ _____, $(a-b)^2=$ _____

(2) 已知 $a+b+c=6$, $ab+bc+ac=11$, 求 $a^2+b^2+c^2$ 的值.

【答案】(1) 5, 1; (2) 14

【解析】

【分析】本题考查代数式求值, 完全平方公式, 解题的关键在于利用完全平方公式进行变形.

(1) 利用完全平方公式进行变形得到 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$, $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$ 进行求解, 即可解题;

(2) 利用完全平方公式进行变形得到 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$, 结合 $a+b+c=6$, $ab+bc+ac=11$ 进行求解, 即可解题.

【详解】解: (1) $\because a+b=3$, $ab=2$,

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times 2=9-4=5,$$

$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=5-2\times 2=1,$$

故答案为: 5, 1.

(2) $\because a+b+c=6$,

$$\therefore (a+b+c)^2=36,$$

$$(a+b)^2+2(a+b)c+c^2=36$$

$$a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2=36$$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=36,$$

$$\because ab+bc+ac=11,$$

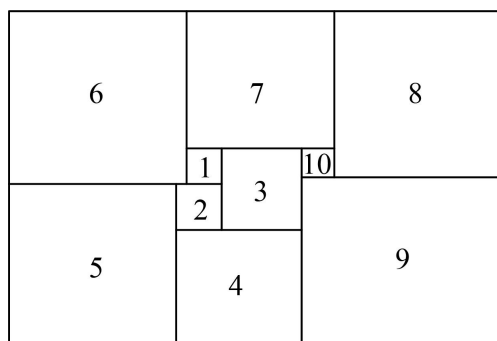
$$\therefore 2ab+2bc+2ac=22,$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2+22=36,$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2=14.$$

26. 数学家莫伦在 1925 年发现了世界上第一个完美长方形. 如图, 是一个完美长方形, 它恰能被分割成

10 个大小不同的正方形. 其中, 标注 (1)、(2) 的正方形边长分别为 x 、 y , 请你计算:



(1) 用含 x 、 y 的代数式表示: 第 (4) 个正方形边长_____; 第 (7) 个正方形边长_____;
第 (10) 个正方形边长_____

(2) 如果 $x = 3$, 求出第 (9) 个正方形的边长.

【答案】 (1) $x + 2y$, $4y - x$, $3y - 3x$

(2) $10y - 21$

【解析】

【分析】 本题考查代数式表示式, 以及代数式求值, 解题的关键在于根据图形写出边长的代数式.

(1) 根据图形找出各正方形边长关系, 写出第 (4) 个正方形, 第 (7) 个正方形, 第 (10) 个正方形的边长, 即可解题;

(2) 由 (1) 同理写出第 (9) 个正方形的边长, 再将 $x = 3$ 代入式子计算, 即可解题.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 标注 (1)、(2) 的正方形边长分别为 x 、 y ,

$\therefore$ 标注 (3) 的正方形边长为 $x + y$,

则第 (4) 个正方形边长为 $y + x + y = x + 2y$,

第 (5) 个正方形边长为 $x + 2y + y = x + 3y$,

第 (6) 个正方形边长为 $x + 3y + y - x = 4y$,

第 (7) 个正方形边长为 $4y - x$,

第 (10) 个正方形边长为 $4y - x - x - (x + y) = 3y - 3x$,

故答案为: $x + 2y$, $4y - x$, $3y - 3x$.

【小问 2 详解】

解：由题知，

第 (8) 个正方形边长为 $4y - x + 3y - 3x = 7y - 4x$ ，

第 (9) 个正方形边长为 $7y - 4x + 3y - 3x = 10y - 7x$ 。

当 $x = 3$ 时，第 (9) 个正方形边长为 $10y - 7 \times 3 = 10y - 21$ 。

27. 阅读理解：

条件①：无论代数式 A 中的字母取什么值， A 都不小于常数 M ；条件②：代数式 A 中的字母存在某个取值，使得 A 等于常数 M ；我们把同时满足上述两个条件的常数 M 叫做代数式 A 的下确界。

例如： $x^2 + 2x + 5 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 + 5 = (x + 1)^2 + 4$ ，

$$\therefore (x + 1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x^2 + 2x + 5 \geq 4 \quad (\text{满足条件①})$$

当 $x = -1$ 时， $x^2 + 2x + 5 = 4$ (满足条件②)

$\therefore 4$ 是 $x^2 + 2x + 5$ 的下确界。

请根据上述材料，解答下列问题：

(1) 求 $x^2 - 4x + 1$ 的下确界。

(2) 若代数式 $2x^2 + mx + 3$ 的下确界是 1，求 m 的值。

(3) 求代数式 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10$ 的下确界。

【答案】 (1) -3

(2) $m = \pm 4$

(3) 8

【解析】

【分析】 本题主要考查了求代数式的值，完全平方公式的应用，本题是新定义型，正确理解新定义的规定并熟练应用是解题的关键。

(1) 根据代数式的下确界的规定，模仿示例，利用完全平方公式把代数式变形为完全平方和一个常数和的形式即可解答；

(2) 根据代数式的下确界的规定，利用完全平方公式把代数式变形为完全平方和一个代数式和的形式，这个代数式的值即是下确界，由此即可解答；

(3) 利用完全平方公式把代数式变形为两个完全平方方式与常数和的形式，即可解答.

【小问 1 详解】

$$\text{解: (1) } x^2 - 4x + 1 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 - 2^2 + 1 = (x-2)^2 - 3,$$

$$\because (x-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (x-2)^2 - 3 \geq -3, \text{ 即 } x^2 - 4x + 1 \geq -3 \text{ (满足条件①),}$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } x^2 - 4x + 1 = -3 \text{ (满足条件②),}$$

$\therefore -3$ 是 $x^2 - 4x + 1$ 的下确界;

【小问 2 详解】

$$\because 2x^2 + mx + 3 = 2\left(x + \frac{m}{4}\right)^2 + 3 - \frac{m^2}{8}, \text{ 代数式 } 2x^2 + mx + 3 \text{ 的下确界是 } 1,$$

$$\therefore 3 - \frac{m^2}{8} = 1,$$

$$\therefore m^2 = 16,$$

$$\therefore m = \pm 4.$$

【小问 3 详解】

$$x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y + y^2 - 2y + 1 + 9$$

$$= (x+y)^2 - 2(x+y) + (y-1)^2 + 9$$

$$= (x+y)^2 - 2(x+y) + 1 + (y-1)^2 + 8$$

$$= (x+y-1)^2 + (y-1)^2 + 8$$

$$\because (x+y-1)^2 \geq 0, (y-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (x+y-1)^2 + (y-1)^2 + 8 \geq 8, \text{ 即 } x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10 \geq 8,$$

$$\text{当 } y = 1, x = 0 \text{ 时, } x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10 = 8,$$

$\therefore x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 4y + 10$ 的下确界为 8.

【点评】 本题主要考查了求代数式的值，配方法，本题是新定义型，正确理解新定义的规定并熟练应用是解题的关键.