

2024-2025 学年嘉定区五校联考第一学期

七年级期中考试数学试题

(考试时间 90 分钟, 总分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 代数式①2, ② $3+x$, ③ $-\frac{1}{2}a^2$, ④ x^3y^4 , ⑤ a^2+b^2 , ⑥ $\frac{2}{a}$ 中, 单项式的个数 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了单项式的定义, 解题的关键在于熟知表示数或字母的积的式子叫做单项式, 单独的一个数或一个字母也是单项式. 根据单项式的定义判断即可.

【详解】解: 单项式有 2, $-\frac{1}{2}a^2$, x^3y^4 , 因此有 3 个,

故选: B.

2. 下列各对单项式中, 不是同类项的是()

A. 1 与 2

B. ab 与 $-ba$

C. $\frac{1}{2}a$ 与 $\frac{1}{2}b$

D. x^2y 与 $\frac{1}{2}yx^2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同类项: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 结合选项进行判断即可.

【详解】解: A、所有常数项都是同类项, 1 与 2 是同类项, 故本选项错误;

B、符合同类项的定义, 故本选项错误;

C、所含字母不同, 不是同类项, 故本选项正确;

D、符合同类项的定义, 故本选项错误;

故选: C.

【点睛】本题考查了同类项的知识, 解答本题的关键是掌握同类项中的两个相同, ①所含字母相同, ②相同字母的指数相同.

3. 下列各式计算正确的是 ()

A. $2x^2 - x^2 = 1$

B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

C. $(2x^2)^3 = 6x^6$

D. $x^3 \div x^2 = x$

【答案】D

【解析】

【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、积的乘方运算法则分别计算，进而得出答案.

【详解】A. $2x^2 - x^2 = x^2$ ，故此选项不合题意；

B. $x^2 \times x^3 = x^5$ ，故此选项不合题意；

C. $(2x^2)^3 = 8x^6$ ，故此选项不合题意；

D. $x^3 \div x^2 = x$ ，故此选项符合题意.

故选：D.

【点睛】此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算、积的乘方运算，正确掌握相关运算是解题关键.

4. 式子 $(a-1)x^3 + x(b-1)$ 是关于 x 的一次式，则 a 、 b 的值可能为 ()

A. 0, 1

B. 1, 2

C. 0, 3

D. 1, 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次式的定义，解题的关键是掌握含未知数的项的最高次数为 1 的整式是一次式. 根据题意得出 $a-1=0, b-1 \neq 0$ ，求出 a 和 b 的值，再结合给出的选项即可得出答案

【详解】解：∵ 多项式 $(a-1)x^3 + x(b-1)$ 是关于 x 的一次式，

∴ $a-1=0, b-1 \neq 0$,

∴ $a=1, b \neq 1$,

∴ a 、 b 的值可能为 1, 2;

故选：B.

5. 下列多项式乘以多项式中，能用平方差公式计算的是 ()

A. $(-x-y)(-x+y)$

B. $(x-y)(-x+y)$

C. $(-x-y)(x+y)$

D. $(-x-y)(-x-y)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 对各选项分别进行判断.

【详解】解: A. $(-x-y)(-x+y)=(-x)^2-y^2$, 是平方差公式计算, 符合题意;

B. $(x-y)(-x+y)=-(x-y)(x-y)=-(x-y)^2$, 不是平方差公式计算, 不符合题意;

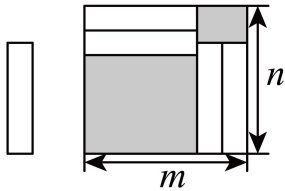
C. $(-x-y)(x+y)=-(x+y)(x+y)=-(x+y)^2$, 不是平方差公式计算, 不符合题意;

D. $(-x-y)(-x-y)=(-x-y)^2$, 不是平方差公式计算, 不符合题意;

故选: A.

【点睛】本题考查了平方差公式. 运用平方差公式计算时, 关键要找相同项和相反项, 其结果是相同项的平方减去相反项的平方.

6. 把四张形状大小完全相同的小长方形卡片(如图①)不重叠地放在一个底面为长方形(长为 m , 宽为 n)的盒子底部(如图②), 盒子底部未被卡片覆盖的部分用阴影表示. 则图②中两块阴影部分的周长和是()



图①

图②

A. $4n$

B. $4m$

C. $2(m+n)$

D. $4(m-n)$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算, 根据题意, 设长方形的长为 a , 宽为 b , 用含 a , b 的式子表示下半部分阴影的长为 a , 宽为 $(n-2b)$, 上半部分阴影的长为 $2b$, 宽为 $n-a$, 由此列式即可求解.

【详解】解: 设长方形的长为 a , 宽为 b ,

$\therefore$ 下半部分阴影的长为 a , 宽为 $(n-2b)$,

上半部分阴影的长为 $2b$, 宽为 $n-a$,

$\therefore$ 阴影部分的周长为: $2a+2(n-2b)+2\times 2b+2(n-a)=4n$,

故选: A.

二、填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

7. “ x 的 5 倍减去 7 的差”用代数式表示为_____.

【答案】 $5x-7$

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式， x 的 5 倍即 $5x$ ，减去 7 即 “ -7 ”，据此可得答案.

【详解】 解：用代数式表示 “ x 的 5 倍减去 7” 为 $5x-7$ ，

故答案为： $5x-7$.

8. 单项式 $-3a^2b$ 的次数是_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据单项式的次数是单项式中所有字母的指数和进行求解作答即可.

【详解】 解：由题意知， $-3a^2b$ 的次数为 $2+1=3$ ，

故答案为： 3.

【点睛】 本题考查了单项式的次数. 解题的关键在于熟练掌握：单项式的次数是单项式中所有字母的指数和.

9. 当 $a=3$ 时，代数式 $-2a^2+a$ 的值是_____.

【答案】 -15

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解. 先提出公因式，再把 $a=3$ 代入因式分解后的结果，即可求解.

【详解】 解： $-2a^2+a=a(-2a+1)$

当 $a=3$ 时，原式 $=3\times(-2\times3+1)=-15$.

故答案为： -15

10. 将多项式 $-3xy^4+x^3y+5x^2y^2-2$ 按 x 的降幂排列是_____.

【答案】 $x^3y+5x^2y^2-3xy^4-2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的重新排列，我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小或从小到大的顺序排列，称为按这个字母的降幂或升幂排列. 要注意，在排列多项式各项时，要保持其原有的符号. 此题还要注意分清按照哪个字母的降幂或升幂排列.

【详解】 解： $-3xy^4+x^3y+5x^2y^2-2$ 按 x 的降幂排列是 $x^3y+5x^2y^2-3xy^4-2$.

故答案为： $x^3y+5x^2y^2-3xy^4-2$.

11. 已知 $a+2b-3=0$ ，则 $3^a \cdot 3^{2b} =$ _____.

【答案】 27

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法，熟练掌握运算是解题的关键.

根据同底数幂的乘法法则计算即可.

【详解】 解： $\because a+2b-3=0$,

$$\therefore a+2b=3,$$

$$\therefore 3^a \cdot 3^{2b} = 3^{a+2b} = 3^3 = 27,$$

故答案为： 27.

12. $-x^3y^5 \div \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)^2 =$ _____.

【答案】 $-9xy$ ## $-9yx$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的除法，熟练掌握运算是解题的关键.

先计算积的乘方，再利用单项式除以单项式法则计算即可得到答案.

【详解】 解： 原式 $= -x^3y^5 \div \left(\frac{1}{9}x^2y^4\right) = -9xy$,

故答案为： $-9xy$.

13. $\left(-x^3\right)^2 - x^4(2x^2 - x + 1) =$ _____.

【答案】 $-x^6 + x^5 - x^4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的混合计算，先计算积的乘方，单项式乘以多项式，再合并同类项即可得到答案.

【详解】 解： $\left(-x^3\right)^2 - x^4(2x^2 - x + 1)$

$$= x^6 - 2x^6 + x^5 - x^4$$
$$= -x^6 + x^5 - x^4,$$

故答案为： $-x^6 + x^5 - x^4$.

14. 分解因式: $4x^2 - 4xy + y^2 =$ _____.

【答案】 $(2x - y)^2$

【解析】

【分析】 根据完全平方公式进行因式分解.

【详解】 $4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2$

故答案为 $(2x - y)^2$

【点睛】 考核知识点: 用公式法分解因式.掌握完全平方公式.

15. 分解因式: $5a(m - n) + 2b(m - n) =$ _____.

【答案】 $(m - n)(5a + 2b)$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解, 把一个多项式化成几个整式的乘积的形式, 叫做因式分解. 因式分解常用的方法有: ①提公因式法; ②公式法; ③十字相乘法; ④分组分解法. 因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止. 用提取公因式法分解即可.

【详解】 解: $5a(m - n) + 2b(m - n) = (m - n)(5a + 2b)$.

故答案为: $(m - n)(5a + 2b)$.

16. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$, 则 $-4x^2 + 4x + 9 =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值, 添括号, 先求出 $x^2 - x$ 的值, 再根据 $-4x^2 + 4x + 9 = -4(x^2 - x) + 9$ 利用整体代入法求解即可.

【详解】 解: $\because x^2 - x - 1 = 0$,

$\therefore x^2 - x = 1$,

$\therefore -4x^2 + 4x + 9 = -4(x^2 - x) + 9 = -4 \times 1 + 9 = -4 + 9 = 5$,

故答案为: 5.

17. 若 $x^2 + (2k - 1)x + 9$ 是一个完全平方式, 则 k 的值为_____.

【答案】 $\frac{7}{2}$ 或 $-\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 利用完全平方式的结构特征判断即可确定出 k 的值.

【详解】 $\because x^2 + (2k-1)x + 9$ 是一个完全平方公式,

$$\therefore (2k-1) = \pm 6,$$

$$\therefore 2k-1 = \pm 6,$$

$$\text{解得: } k = \frac{7}{2} \text{ 或 } k = -\frac{5}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{2} \text{ 或 } -\frac{5}{2}.$$

【点睛】 本题考查了完全平方式, 熟练掌握完全平方公式是解题的关键.

18. 定义: 如果一个正整数能表示为两个正整数 m, n 的平方差, 且 $m-n=2$, 则称这个正整数为“智慧优数”. 例如, 当 $m=3, n=1$ 时, $8=3^2-1^2$, 8 是一个智慧优数, 若将智慧优数从小到大排列, 第 2024 个智慧优数是_____.

【答案】 8100

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解的应用, 数字类的规律探索, 利用平方差公式求出 $m^2 - n^2 = 4(n+1)$, 据此得到 $4(n+1)$ 是从 8 开始且能被 4 整除的正整数, 再把 $n=2024$ 代入 $4(n+1)$ 中, 计算出对应的结果即可得到答案.

【详解】 解: $\because m-n=2$,

$$\therefore m = n+2,$$

$$\therefore m^2 - n^2 = (n+2+n)(n+2-n) = 4(n+1),$$

$\because m, n$ 都是正整数,

$\therefore n+1$ 是大于等于 2 的正整数,

$\therefore 4(n+1)$ 是从 8 开始且能被 4 整除的正整数,

$\therefore$ 第 2024 个智慧优数是 $4 \times (2024+1) = 8100$,

故答案为: 8100.

三、简单题 (第 19、20 题每题 4 分, 第 21-25 题每题 5 分, 共 33 分)

19. 计算: $\left(4x^3y^2 - 3x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^5\right) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right).$

【答案】 $-8x^2y + 6xy + xy^4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式除以单项式, 直接根据多项式除以单项式的计算法则求解即可.

【详解】 解: $\left(4x^3y^2 - 3x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^5\right) \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)$

$$= -8x^2y + 6xy + xy^4.$$

20. 化简: $\left[(3x-2y)^2\right]^3 \cdot \left[(2y-3x)^3\right]^5.$

【答案】 $(2y-3x)^{21}$

【解析】

【分析】 本题考查幂的运算, 利用幂的运算法则进行化简是解题的关键;
根据幂的运算化简即可求解;

【详解】 解: $\left[(3x-2y)^2\right]^3 \cdot \left[(2y-3x)^3\right]^5$

$$= \left[(2y-3x)^2\right]^3 \cdot \left[(2y-3x)^3\right]^5$$

$$= \left[(2y-3x)^6\right] \cdot \left[(2y-3x)^{15}\right]$$

$$= (2y-3x)^{6+15}$$

$$= (2y-3x)^{21}$$

21. 计算: $(3a-b+2)(3a+b-2).$

【答案】 $9a^2 - b^2 + 4b - 4$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式和平方差公式, 先把原式变形为 $[3a-(b-2)][3a+(b-2)]$, 再利用乘法公式求解即可.

【详解】 解: 原式 $= [3a-(b-2)][3a+(b-2)]$

$$\begin{aligned}
 &= (3a)^2 - (b-2)^2 \\
 &= 9a^2 - (b^2 - 4b + 4) \\
 &= 9a^2 - b^2 + 4b - 4.
 \end{aligned}$$

22. 利用乘法公式计算 $2025^2 - 2024 \times 2026$.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了运用平方差公式进行简便计算. 根据算式中数字的特点把 2024×2026 写成 $(2025+1)(2025-1)$ 的形式, 然后运用平方差公式展开, 得到: 原式 $= 2025^2 - (2025^2 - 1)$, 去括号合并同类项可得结果.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: } &2025^2 - 2024 \times 2026 \\
 &= 2025^2 - (2025+1)(2025-1) \\
 &= 2025^2 - (2025^2 - 1) \\
 &= 2025^2 - 2025^2 + 1 \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

23. 因式分解: $-3a^3b + 6a^2b^2 - 3ab^3$.

【答案】 $-3ab(a-b)^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.
先提公因式 $-3ab$, 再用完全平方公式分解因式即可.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解: } &\text{原式} = -3ab(a^2 - 2ab + b^2) \\
 &= -3ab(a-b)^2.
 \end{aligned}$$

24. 因式分解: $(x^2+9)^2 - 36x^2$.

【答案】 $(x+3)^2(x-3)^2$

【解析】

【分析】 利用平方差公式和完全平方公式分解因式即可.

【详解】解： $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$
 $= (x^2 + 9 + 6x)(x^2 + 9 - 6x)$
 $= (x + 3)^2 (x - 3)^2.$

【点睛】 本题主要考查了解因式，解题的关键在于能够熟练掌握完全平方公式和平方差公式.

25. 分解因式： $16a^4(x - 3y) + (3y - x).$

【答案】 $(x - 3y)(4a^2 + 1)(2a - 1)(2a + 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解因式，先提取公因式 $(x - 3y)$ ，再利用平方差公式分解因式即可.

【详解】解： $16a^4(x - 3y) + (3y - x)$
 $= 16a^4(x - 3y) - (x - 3y)$
 $= (x - 3y)(16a^4 - 1)$
 $= (x - 3y)(4a^2 - 1)(4a^2 + 1)$
 $= (x - 3y)(4a^2 + 1)(2a - 1)(2a + 1).$

四、解答题（第 26、27 题每题 7 分，第 28 题 11 分，共 25 分）

26. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{2}x + y\right)\left(\frac{1}{2}x - y\right) - (2x - y)(x + 2y) + (x - 3y)^2$ ，其中 $x = -\frac{2}{3}$ ， $y = -1$.

【答案】 $-\frac{3}{4}x^2 - 9xy + 10y^2, \frac{11}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式的化简求值，先根据乘法公式和多项式乘以多项式的计算法则去括号，然后合并同类项化简，最后代值计算即可得到答案.

【详解】解： $\left(\frac{1}{2}x + y\right)\left(\frac{1}{2}x - y\right) - (2x - y)(x + 2y) + (x - 3y)^2$
 $= \frac{1}{4}x^2 - y^2 - (2x^2 + 4xy - xy - 2y^2) + x^2 - 6xy + 9y^2$
 $= \frac{1}{4}x^2 - y^2 - 2x^2 - 3xy + 2y^2 + x^2 - 6xy + 9y^2$
 $= -\frac{3}{4}x^2 - 9xy + 10y^2,$

$$\begin{aligned}
 \text{当 } x = -\frac{2}{3}, y = -1 \text{ 时, 原式} &= -\frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-1) + 10 \times (-1)^2 \\
 &= -\frac{1}{3} - 6 + 10 \\
 &= \frac{11}{3}.
 \end{aligned}$$

27. 已知 $(x+y)^2 = \frac{7}{2}$, $(x-y)^2 = \frac{5}{2}$, 求代数式 $(x^2+1)(y^2+1)$ 的值.

【答案】 $4\frac{1}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的变形求值, 多形式与多项式的乘法计算, 先根据完全平方公式求出 $x^2 + y^2 = 3$, $xy = \frac{1}{4}$, 然后根据多项式的乘法法则把 $(x^2+1)(y^2+1)$ 化简后代入计算即可.

【详解】 解: 当 $(x+y)^2 = \frac{7}{2}$, $(x-y)^2 = \frac{5}{2}$ 时

$$x^2 + y^2 = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2} = \frac{\frac{7}{2} + \frac{5}{2}}{2} = 3$$

$$xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4} = \frac{\frac{7}{2} - \frac{5}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{原式} = x^2 y^2 + x^2 + y^2 + 1$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3 + 1$$

$$= 4\frac{1}{16}.$$

28. 图 1 是一个长方形窗户 $ABCD$, 它是由上下两个长方形 (长方形 $AEFD$ 和长方形 $EBCF$) 的小窗户组成, 在这两个小窗户上各安装了一个可以朝一个方向水平方向拉伸的遮阳帘, 这两个遮阳帘的高度分别是 a 和 $2b$ (即 $DF = a$, $BE = 2b$), 且 $b > a > 0$. 当遮阳帘没有拉伸时 (如图 1), 窗户的透光面积就是整个长方形窗户 (长方形 $ABCD$) 的面积.

如图 2, 上面窗户的遮阳帘水平方向向左拉伸 $2a$ 至 GH . 当下面窗户的遮阳帘水平方向向右拉伸 $2b$ 时, 恰好与 GH 在同一直线上 (即点 G 、 H 、 P 在同一直线上).

(1) 求长方形窗户 $ABCD$ 的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 如图 3, 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 将下面窗户的遮阳帘继续水平方向向右拉伸 b 至 PQ 时, 求此时窗户透光的面积 (即图中空白部分的面积) 为多少? (用含 a 、 b 的代数式表示)

(3) 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 当下面窗户的遮阳帘拉伸至 BC 的中点处时, 请通过计算比较窗户的透光的面积与被遮阳帘遮住的面积的大小.

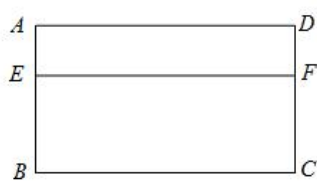


图1

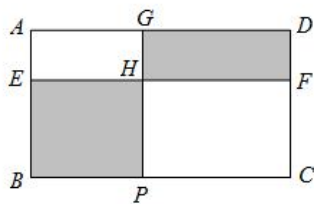


图2

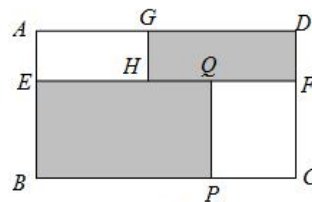


图3

【答案】(1) $2a^2 + 6ab + 4b^2$; (2) $6ab - 2b^2$ (3) 窗户的透光的面积大于遮阳帘遮住的面积

【解析】

【分析】(1) 根据题意求得长方形窗户的长为 $FH + EH = 2a + 2b$, 高为 $a + 2b$, 即可求得面积;

(2) 窗户透光的面积等于总面积减去遮阳帘的面积即可;

(3) 先求得下窗户的遮阳帘的长, 进而求得遮阳帘遮住的面积, 根据 (1) 的总面积减去遮阳帘遮住的面积即可得到窗户的透光的面积, 进而根据整式的加减作出比较即可求解.

【详解】(1) $\because$ 长方形窗户的长为 $FH + EH = 2a + 2b$, 高为 $a + 2b$,

$\therefore$ 长方形窗户 $ABCD$ 的总面积为:

$$(2a + 2b)(a + 2b)$$

$$= 2a^2 + 4ab + 2ab + 4b^2$$

$$= 2a^2 + 6ab + 4b^2$$

(2) 上面窗户遮阳帘的面积为 $a \times 2a = 2a^2$

下面窗户的遮阳帘的面积为 $2b \times (2b + b) = 6b^2$

$\therefore$ 窗户透光的面积为 $2a^2 + 6ab + 4b^2 - (2a^2 + 6b^2)$

$$= 2a^2 + 6ab + 4b^2 - 2a^2 - 6b^2$$

$$= 6ab - 2b^2$$

(3) $\because BC = 2a + 2b$

如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 当下面窗户的遮阳帘拉伸至 BC 的中点处时, 则下面遮阳帘的长为

$$\frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times (2a + 2b) = a + b$$

$\therefore$ 上面窗户遮阳帘的面积为 $a \times 2a = 2a^2$

下面窗户的遮阳帘的面积为 $2b \times (a+b) = 2ab + 2b^2$

$\therefore$ 遮阳帘遮住的面积为 $2a^2 + 2ab + 2b^2$

窗户的透光的面积为 $2a^2 + 6ab + 4b^2 - (2a^2 + 2ab + 2b^2) = 4ab + 2b^2$

$\therefore 2a^2 + 2ab + 2b^2 - (4ab + 2b^2)$

$= 2a^2 - 2ab$

$= 2a(a-b)$

$\because b > a > 0$

$\therefore a - b < 0$

$\therefore$ 窗户的透光的面积大于遮阳帘遮住的面积

【点睛】 本题考查了列代数式，多项式的乘法，整式的加减的应用，根据题意列出代数式是解题的关键.