

2024 学年第一学期期中考试七年级数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列代数式 $\frac{x+a}{2}$ 、 $2x^3y$ 、 $\frac{1}{n}$ 、 $\frac{4a}{3-b}$ 、 -1 、 a 、 $3x^2+4x-1$ 中, 单项式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了单项式的定义, 理解定义“只含有数与字母的积的式子叫做单项式. 单独的一个数或一个字母也是单项式.”是解题的关键. 根据单项式定义判断即可.

【详解】解: 单项式有 $2x^3y$ 、 -1 、 a , 共 3 个;

故选: C.

2. 已知: $-2x^m y^3$ 与 $5xy^n$ 是同类项, 则代数式 $m-2n$ 的值是()

- A. -6 B. -5 C. -2 D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】同类项是指所含字母相同, 且相同字母的指数也相同的单项式.

【详解】根据同类项的定义可得: $m=1$, $n=3$, 则 $m-2n=1-2\times 3=-5$,

故选 B.

3. 下列计算中, 正确的是 ()

- A. $x^2+x^3=x^5$ B. $(-x^2)^5+(-x^5)^2=0$
C. $(x^2y^3)^2=x^4y^5$ D. $x^2\cdot x^3=x^6$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了合并同类项、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的乘法, 熟练掌握各运算法则是解题关键. 根据合并同类项、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的乘法法则逐项判断即可得.

【详解】解: A、 x^2 与 x^3 不是同类项, 不可合并, 则此项错误, 不符合题意;

B、 $(-x^2)^5 + (-x^5)^2 = -x^{10} + x^{10} = 0$ ，则此项正确，符合题意；

C、 $(x^2y^3)^2 = x^4y^6$ ，则此项错误，不符合题意；

D、 $x^2 \times x^3 = x^5$ ，则此项错误，不符合题意；

故选：B.

4. $(3a-y)(3a+y)$ 是下列哪一个多项式因式分解的结果 ()

A. $9a^2 + y^2$

B. $-9a^2 + y^2$

C. $9a^2 - y^2$

D. $-9a^2 - y^2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据因式分解和乘法运算是互逆运算，直接计算可得.

【详解】 $(3a-y)(3a+y)=9a^2-y^2$.

故选：C.

【点睛】本题考查了用平方差公式分解因式. 此题的关键是掌握平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反. 还要知道因式分解和乘法运算是互逆运算.

5. 下列各式从左到右的变形，是因式分解的是 ()

A. $x^2-9+6x=(x+3)(x-3)+6x$

B. $6ab=2a \cdot 3b$

C. $(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$

D. $x^2-8x+16=(x-4)^2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据因式分解的定义,把多项式分解为几个整式的积的形式,判断即可.

【详解】A 项不符合定义,故错误;

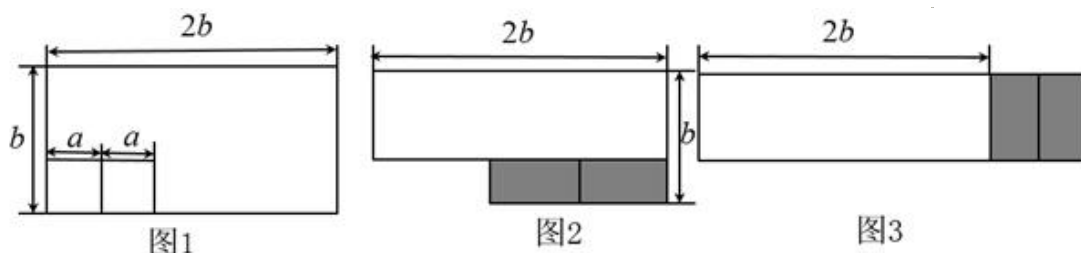
B 项不符合定义,故错误;

C 项不符合定义,故错误;

D 项符合定义,故正确.

【点睛】本题考查因式分解的定义,理解掌握其定义是解答关键.

6. 如图 1, 在长为 $2b$, 宽为 b 的长方形中去掉两个边长为 a 的小正方形得到图 2. 然后将图 2 中的阴影部分剪下, 并将剪下的阴影部分从中间剪开, 得到两个形状, 大小完全相同的小长方形, 将这两个小长方形与剩下的图形拼成如图 3 中的长方形, 上述操作能够验证的等式是 ()



A. $(a+2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$

B. $(b-a)(2b+2a) = 2b^2 - 2a^2$

C. $(2b-a)^2 = 4b^2 - 4ab + a^2$

D. $a(2b-a) = 2ab - a^2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据图1易得去掉两个边长为 a 的小正方形的面积为 $2b^2 - 2a^2$ ，然后根据图3可得新的长方形的面积为 $(b-a)(2b+2a)$ ，进而问题可求解。

【详解】解：由图1得：去掉两个边长为 a 的小正方形的面积为 $2b^2 - 2a^2$ ，

由图3得：新的长方形的面积为 $(b-a)(2b+2a)$ ，

∴能够验证的等式为 $(b-a)(2b+2a) = 2b^2 - 2a^2$ ；

故选B.

【点睛】本题主要考查乘法公式与图形的关系，熟练掌握乘法公式是解题的关键。

二、填空题（共12小题，每题2分，共24分）

7. 用代数式表示“ a 的平方与 b 的和的2倍”为_____.

【答案】 $2(a^2 + b)$

【解析】

【分析】先求 a 的平方，再求 a 的平方与 b 的和，最后求它们的2倍即可。

【详解】 a 的平方为： a^2 ，

则 a 的平方与 b 的和为： $a^2 + b$ ，

所以 a 的平方与 b 的和的2倍为： $2(a^2 + b)$

故填： $2(a^2 + b)$ 。

【点睛】本题考查列代数式，读懂题意正确列出代数式是关键。

8. 将多项式 $5x^2y - 4y^2 + x^3 + xy^3$ 按字母 x 降幂排列是_____.

【答案】 $x^3 + 5x^2y + xy^3 - 4y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式按某个字母降幂排列，将含有 x 的项，按 x 的指数从高到低排列，包含项的符号，即可求解；理解降幂是解题的关键.

【详解】 解： $5x^2y - 4y^2 + x^3 + xy^3$

$$= x^3 + 5x^2y + xy^3 - 4y^2;$$

故答案为： $x^3 + 5x^2y + xy^3 - 4y^2$.

9. 计算： $(-3a)^2 + 2a^2 =$ _____.

【答案】 $11a^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算，根据积的乘方运算化简 $(-3a)^2$ ，再合并同类项，即可解题.

【详解】 解： $(-3a)^2 + 2a^2 = 9a^2 + 2a^2 = 11a^2$,

故答案为： $11a^2$.

10. 计算： $(a-b)^3 \cdot (b-a)^4 =$ _____. (结果用幂的形式表示)

【答案】 $(a-b)^7$

【解析】

【分析】 本题首先转化为同底数，然后根据同底数幂的乘法计算法则即可得出答案.

【详解】 $(a-b)^3 \cdot (b-a)^4 = (a-b)^3 \cdot (a-b)^4 = (a-b)^7$

故答案为： $(a-b)^7$

【点睛】 本题主要考查的就是同底数幂的乘法计算法则，属于基础题型. 互为相反数的两个数的偶数次幂相等是解决这个问题的关键.

11. 计算： $(x-2)(3x+1) =$ _____.

【答案】 $3x^2 - 5x - 2$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式，按多项式乘以多项式展开，再进行加减运算，即可求解；掌握多项式乘以多项式法则是解题的关键.

【详解】 解：原式 $= 3x^2 + x - 6x - 2$

$$= 3x^2 - 5x - 2,$$

故答案为： $3x^2 - 5x - 2$.

12. 计算： $(6xy^2 - 4x^2y) \div 2xy =$ _____.

【答案】 $3y - 2x$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式除以单项式，用多项式的每一项除以单项式，即可求解；掌握多项式除以单项式法则是解题的关键.

【详解】 解：原式 $= 3y - 2x$;

故答案为： $3y - 2x$.

13. 已知一个多项式与 $-x^2 + x - 3$ 的和等于 $3x^2 - 2x$ ，则这个多项式是_____.

【答案】 $4x^2 - 3x + 3$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算，根据这个多项式 $= 3x^2 - 2x$ 与 $-x^2 + x - 3$ 的差，进行列式求解，即可解题.

【详解】 解：这个多项式是 $3x^2 - 2x - (-x^2 + x - 3) = 3x^2 - 2x + x^2 - x + 3 = 4x^2 - 3x + 3$,

故答案为： $4x^2 - 3x + 3$.

14. 多项式 $2x^2 - 4xy + 2x$ 提取公因式 $2x$ 后，另一个因式为_____.

【答案】 $x - 2y + 1$

【解析】

【分析】 明确各单项式的公因式，逆向运用单项式乘法，将各单项式写成公因式与另一个因式的积的形式，提出公因式即可.

【详解】解： $2x^2 - 4xy + 2x = 2x \cdot x - 2x \cdot 2y + 2x \cdot 1 = 2x(x - 2y + 1)$ ；

故答案为： $x - 2y + 1$

【点睛】 本题考查因式分解提公因式法，理解相应的法则是解题的关键.

15. 分解因式： $1 - 9y^2 =$ _____.

【答案】 $(1 + 3y)(1 - 3y)$

【解析】

【分析】 此题主要考查了平方公式分解因式，关键是熟练掌握平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. 直接利用平方差公式进行分解即可.

【详解】解： 原式 $= 1^2 - (3y)^2$
 $= (1 + 3y)(1 - 3y)$.

故答案为： $(1 + 3y)(1 - 3y)$

16. 计算： $2023^2 - 2022 \times 2024 =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查的是利用平方差公式进行简便运算，把原式化为 $2023^2 - (2023 - 1) \times (2023 + 1)$ ，再进一步计算即可.

【详解】解： $2023^2 - 2022 \times 2024$
 $= 2023^2 - (2023 - 1) \times (2023 + 1)$
 $= 2023^2 - 2023^2 + 1$
 $= 1$,

故答案为： 1

17. 已知 $P = 2xy - 5x + 3$ ， $Q = x - 3xy - 2$ 且 $3P + 2Q = 5$ 恒成立，则 $x =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查整式的运算，以及解一元一次方程，解题的关键在于熟练掌握相关知识. 根据整式的加减进行整理，得出关于 x 的方程，解方程可得 x 的值.

【详解】解：因为 $P = 2xy - 5x + 3$ ， $Q = x - 3xy - 2$ 且 $3P + 2Q = 5$ 恒成立，

$$\text{所以 } 3(2xy - 5x + 3) + 2(x - 3xy - 2) = 5$$

$$6xy - 15x + 9 + 2x - 6xy - 4 = 5$$

$$-13x + 5 = 5$$

$$-13x = 0$$

$$x = 0,$$

故答案为：0.

18. 已知 $2a + 4b + 6c + 8d = 60$ ， $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$. 则 $ab + bc + cd + da$ 的值是_____.

【答案】 24

【解析】

【分析】 本题考查了求整式的值，完全平方公式的应用，非负数的和为零；将两个式子相减得

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2a - 4b - 6c - 8d = -30, \text{ 化为 } (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 + (d-4)^2 = 0, \text{ 即可求解；}$$

理解非负数的和为零的特征，能将式子化为完全平方和的形式是解题的关键.

【详解】解： $2a + 4b + 6c + 8d = 60$ ①，

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30 \text{ ②}$$

②-①得：

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2a - 4b - 6c - 8d = -30,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2a - 4b - 6c - 8d + 30 = 0,$$

$$\therefore (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 + (d-4)^2 = 0,$$

$$\therefore a-1=0, \quad b-2=0, \quad c-3=0, \quad d-4=0,$$

$$\therefore a=1, \quad b=2, \quad c=3, \quad d=4,$$

$$ab + bc + cd + da$$

$$= 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 1 \times 4$$

$$= 24;$$

故答案为：24.

三、简答题（共5题，每题5分，共25分）

19. 计算: $2x(-x^2 + 3x - 4) - (x + 1)(3x - 1)$

【答案】 $-2x^3 + 3x^2 - 10x + 1$

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算，解题的关键在于正确掌握整式的混合运算法则，根据整式混合运算步骤计算求解，即可解题.

【详解】 解: $2x(-x^2 + 3x - 4) - (x + 1)(3x - 1)$

$$= -2x^3 + 6x^2 - 8x - (3x^2 + 2x - 1)$$

$$= -2x^3 + 6x^2 - 8x - 3x^2 - 2x + 1$$

$$= -2x^3 + 3x^2 - 10x + 1.$$

20. 计算: $\left(\frac{5}{9}x^3y\right) \cdot (-3xy^2)^3 \div \left(\frac{1}{2}x^2\right)$

【答案】 $-30x^4y^7$

【解析】

【分析】 本题考查了积的乘方与幂的乘方、单项式乘以单项式、单项式除以单项式，熟练掌握运算是解题关键. 先计算积的乘方与幂的乘方，再单项式乘以单项式，然后计算单项式除以单项式即可得.

【详解】 解: 原式 $= \frac{5}{9}x^3y \cdot (-27x^3y^6) \div \left(\frac{1}{2}x^2\right)$

$$= -15x^6y^7 \div \left(\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$= -30x^4y^7.$$

21. 计算: $(a - 2b + 3c)(a + 2b - 3c)$

【答案】 $a^2 - 4b^2 + 12bc - 9c^2$

【解析】

【分析】 本题考查了运用平方差公式和完全平方公式进行运算，将 $(2b - 3c)$ 看作整体，根据平方差公式、完全平方公式进行计算即可求解.

【详解】 解: 原式 $= a^2 - (2b - 3c)^2$

$$= a^2 - (4b^2 - 12bc + 9c^2)$$

$$= a^2 - 4b^2 + 12bc - 9c^2$$

22. 分解因式: $(4x + y)^2 - 4(x + y)^2$

【答案】 $3(2x + y)(2x - y)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，积的乘方的逆用，解题的关键在于熟练掌握因式分解的方法．利用积的乘方的逆用将 $4(x + y)^2$ 化为 $[2(x + y)]^2$ ，再结合平方差公式进行因式分解，最后提公因式 3，即可解题．

【详解】 解: $(4x + y)^2 - 4(x + y)^2$

$$= (4x + y)^2 - [2(x + y)]^2$$

$$= (4x + y)^2 - (2x + 2y)^2$$

$$= (4x + y + 2x + 2y)(4x + y - 2x - 2y)$$

$$= (6x + 3y)(2x - y)$$

$$= 3(2x + y)(2x - y).$$

23. 分解因式: $2ax^4 - 16ax^2 + 32a$.

【答案】 $2a(x + 2)^2(x - 2)^2$

【解析】

【分析】 根据分解因式的方法，先提公因式 $2a$ ，然后利用完全平方公式法分解因式，最后利用平方差公式法分解因式求解即可．

【详解】 解: $2ax^4 - 16ax^2 + 32a$

$$= 2a(x^4 - 8x^2 + 16)$$

$$= 2a(x^2 - 4)^2$$

$$= 2a(x + 2)^2(x - 2)^2$$

【点睛】 此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法．因式分解的方法有：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等．

四、解答题 (共 5 题, 25 题 5 分, 24、26 题 6 分, 27、28 题 8 分, 共 33 分)

24. 先化简，再求值：已知 $x^2 - 2x = 2$ ，求代数式 $(x-1)^2 + (x+3)(x-3) + (x-3)(x-1)$ 的值.

【答案】 $3x^2 - 6x - 5$ ，1

【解析】

【分析】 本题考查整式的混合运算，原式利用完全平方公式，平方差公式以及多项式乘以多项式法则计算得到最简结果，再把已知等式代入计算即可求出值. 掌握相应的运算法则、公式和运算顺序是解题的关键. 也考查了求代数式的值.

【详解】 解： $(x-1)^2 + (x+3)(x-3) + (x-3)(x-1)$

$$= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 9 + x^2 - x - 3x + 3$$

$$= 3x^2 - 6x - 5,$$

$$\because x^2 - 2x = 2,$$

$$\therefore \text{原式} = 3x^2 - 6x - 5 = 3(x^2 - 2x) - 5 = 3 \times 2 - 5 = 1.$$

25. 已知 $a + b = 7$ ， $ab = 5$ ，求下列各式的值：

(1) $a^2b + ab^2$

(2) $a^2 + b^2$

【答案】 (1) 35；(2) 39

【解析】

【分析】 (1) 先提取公因式，再代入求解；

(2) 先根据完全平方公式进行配方再求解.

【详解】 (1) $a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 5 \times 7 = 35$

$$(2) a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 7^2 - 2 \times 5 = 39$$

【点睛】 本题主要考查提公因式法和配方法求值，运用整体思想是关键.

26. 求不等式 $x(x-3) < 3x(x+2) - 2x^2 - 3$ 的最小整数解.

【答案】 1

【解析】

【分析】 先把不等式两边都展开，然后移项合并同类项，解得不等式的解集后进行判断即可.

【详解】 原不等式展开得： $x^2 - 3x < 3x^2 + 6x - 2x^2 - 3$

移项合并同类项得： $3 < 9x$

$$\therefore x > \frac{1}{3}$$

$\therefore$ 不等式的最小整数解是1.

【点睛】 本题主要考查解不等式，熟练掌握基本步骤是关键.

27. 小马、小虎两人共同计算一道题： $(x+a)(2x+b)$. 由于小马抄错了 a 的符号，得到的结果是 $2x^2 - 7x + 3$ ，小虎漏抄了第二个多项式中 x 的系数得到的结果是 $x^2 + 2x - 3$.

- (1) 求 a, b 的值；
- (2) 细心的你请计算这道题的正确结果；
- (3) 当 $x = -1$ 时，计算 (2) 中的代数式的值.

【答案】 (1) $a=3, b=-1$ ； (2) $2x^2+5x-3$ ； (3) -6

【解析】

【分析】 (1) 根据题意得出算式，再根据多项式乘以多项式法则进行计算，得出方程组，求出方程组的解即可；

(2) 把 a, b 的值代入，再根据多项式乘以多项式法则求出即可；

(3) 把 $x = -1$ 代入后求出结果即可.

【详解】 (1) 根据题意得：小马抄错得： $(x-a)(2x+b) = 2x^2 + bx - 2ax - ab = 2x^2 + (b-2a)x - ab = 2x^2 - 7x + 3$,

小虎漏抄了第二个多项式中 x 的系数得到 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab = x^2 + 2x - 3$,

$$\text{所以} \begin{cases} b-2a=-7 \text{①} \\ -ab=3 \text{②} \end{cases}, \begin{cases} a+b=2 \\ ab=-3 \end{cases},$$

$$\text{联立} \begin{cases} b-2a=-7 \\ a+b=2 \end{cases} \text{得:} \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases};$$

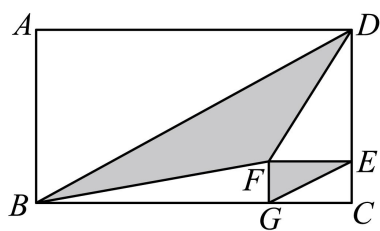
(2) 由 (1) 得：正确的算式是 $(x+3)(2x-1) = 2x^2 - x + 6x - 3 = 2x^2 + 5x - 3$;

(3) 当 $x = -1$ 时， $2x^2 + 5x - 3 = 2 \times 1 + 5 \times (-1) - 3 = -6$.

【点睛】 本题考查了多项式乘以多项式法则和解二元一次方程组，能灵活运用法则进行计算是解此题的关键.

28. 对于任意四个有理数 a, b, c, d ，可以组成两个有理数对 (a, b) 与 (c, d) ，我们规定：

$$(a, b) \square (c, d) = a^2 + d^2 - bc. \text{ 例如: } (1, 2) \square (3, 4) = 1^2 + 4^2 - 2 \times 3 = 11.$$



- (1) 若 $(x, kx) \square (y, -y)$ 是一个完全平方式，求常数 k 的值；
- (2) 若 $2x + y = 10$ ，且 $(3x + y, 2x^2 + 3y^2) \square (3, x - 3y) = 84$ ，求 xy 的值；
- (3) 在 (2) 的条件下，将长方形 $ABCD$ 及长方形 $CEFG$ 按照如图方式放置，其中点 E 、 G 分别在边 CD 、 BC 上，连接 BD 、 BF 、 DF 、 EG ，若 $AB = 2x$ ， $BC = 8x$ ， $CE = y$ ， $CG = 4y$ ，求图中阴影部分的面积。

【答案】(1) ± 2

(2) 4 (3) 136

【解析】

【分析】(1) 由题目中的规定可知 $(x, kx) \square (y, -y) = x^2 - kxy + y^2$ ，根据完全平方公式的特征确定答案即可；

(2) 根据题目中的规定求出 $(3x + y, 2x^2 + 3y^2) \square (3, x - 3y) = 84$ 等号左边部分，可得 $4x^2 + y^2 = 84$ ，再借助完全平方公式，将 $2x + y = 10$ 代入求解即可；

(3) 根据三角形面积公式将阴影部分的面积表示出来，得到含 $2x + y$ ， xy 的整式，再代入求值即可。

【小问 1 详解】

解：根据题意，可得 $(x, kx) \square (y, -y) = x^2 + (-y)^2 - kx \cdot y = x^2 - kxy + y^2$ ，

$\therefore (x, kx) \square (y, -y)$ 是一个完全平方式，

$\therefore -kxy = \pm 2xy$ ，

解得 $k = \pm 2$ ；

【小问 2 详解】

根据题意，可得 $(3x + y, 2x^2 + 3y^2) \square (3, x - 3y)$

$= (3x + y)^2 + (x - 3y)^2 - 3(2x^2 + 3y^2)$

$$= (9x^2 + 6xy + y^2) + (x^2 - 6xy + 9y^2) - (6x^2 + 9y^2)$$

$$= 4x^2 + y^2$$

$$= 84,$$

$$\therefore 2x + y = 10,$$

$$\therefore (2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2 = 100,$$

$$\therefore 4xy = 100 - 84 = 16,$$

$$\therefore xy = 4;$$

【小问 3 详解】

由 (2) 可知, $2x + y = 10$, $xy = 4$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $CEFG$ 均为长方形,

$$\therefore CD = AB = 2x, \quad BC = AD = 8x, \quad CG = EF = 4y, \quad CE = FG = y,$$

$$\therefore DE = 2x - y, \quad BG = 8x - 4y,$$

$\therefore$ 阴影部分的面积为

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle BCD} - S_{\triangle BFG} - S_{\triangle DEF} - S_{\triangle CEG} \\ &= \frac{1}{2}BC \cdot CD - \frac{1}{2}BG \cdot FG - \frac{1}{2}EF \cdot DE - \frac{1}{2}CG \cdot CE \\ &= \frac{1}{2} \times 8x \cdot 2x - \frac{1}{2}(8x - 4y) \cdot y - \frac{1}{2} \times 4y(2x - y) - \frac{1}{2} \times 4y \cdot y \\ &= 8x^2 - 4xy + 2y^2 - 4xy + 2y^2 - 2y^2 \\ &= 8x^2 - 8xy + 2y^2 \\ &= 2(2x + y)^2 - 16xy \\ &= 2 \times 10^2 - 16 \times 4 \\ &= 136. \end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查了整式混合运算、完全平方公式的应用、代数式求值等知识, 熟练掌握完全平方公式并灵活运用是解题关键.

