

2024-2025 学年上海市虹口区民办新北郊中学七年级（上）第一次月考 数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 单项式 $-4a^2b^4$ 的系数和次数分别是（ ）

- A. 2 和 4 B. -4 和 4 C. -4 和 2 D. -4 和 6

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了单项式的概念，解题的关键是正确理解单项式的概念，本题属于基础题型．根据单项式系数、次数的定义来求解．单项式中数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数．

【详解】解：根据单项式系数、次数的定义 $-4a^2b^4$ 的系数与次数分别是 -4 ，6．
故选：D．

2. 如果 $a - 2(b - c) = b + A$ ，那么 $A =$ （ ）

- A. $a - 3b - 2c$ B. $a - 3b + 2c$ C. $a - 3b + c$ D. $a - 3b - c$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查整式的加减，解答的关键是对相应的运算法则的掌握．
利用整式的加减的法则进行求解即可．

【详解】解： $\because a - 2(b - c) = b + A$ ，
 $\therefore A = a - 2(b - c) - b$
 $= a - 2b + 2c - b$
 $= a - 3b + 2c$ ．

故选：B．

3. 代数式 $6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3$ 可表示为（ ）

- A. $6^3 \times 5$ B. 6^{3+5} C. $6^{3 \times 5}$ D. 6^{3^5}

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的乘法法则，掌握同底数幂的乘法法则是解决本题的关键．先利用同底数幂
第 1 页/共 20 页

的乘法法则，再利用求相同加数的和的简便算法得结论.

【详解】解： $6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3$
 $= 6^{3+3+3+3+3}$
 $= 6^{3 \times 5}$.

故选：C

4. 下列算式不正确的是 ()

A. $999 \times 1001 = (1000 - 1) \times (1000 + 1) = 1000^2 - 1$ B. $80^2 - 160 \times 78 + 78^2 = (80 - 78)^2$
 C. $25^7 - 5^{12} = 5^{14} - 5^{12} = 5^{12} (5^2 - 1)$ D. $199^2 = (200 - 1)^2 = 200^2 - 1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了运用平方差公式和完全平方公式进行简便运算，灵活运用平方差公式和完全平方公式是解答本题额关键.

【详解】解：A、 $999 \times 1001 = (1000 - 1) \times (1000 + 1) = 1000^2 - 1$ ，选项正确，不符合题意；
 B、 $80^2 - 160 \times 78 + 78^2 = (80 - 78)^2$ ，选项正确，不符合题意；
 C、 $25^7 - 5^{12} = 5^{14} - 5^{12} = 5^{12} (5^2 - 1)$ ，选项正确，不符合题意；
 D、 $199^2 = (200 - 1)^2 = 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1$ ，选项错误，符合题意.

故选：D.

5. 若 $(x - 100)^2 + (x - 102)^2 = 6$ ，则 $(x - 101)^2$ 的值为 ()

A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式，灵活运用完全平方公式简便计算即可. 利用完全平方公式等式变形，即可计算求值.

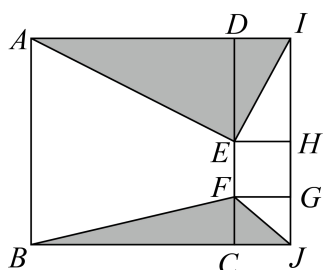
【详解】解： $\because (x - 100)^2 + (x - 102)^2 = 6$ ，
 $\therefore [(x - 101) + 1]^2 + [(x - 101) - 1]^2 = 6$
 $\therefore (x - 101)^2 + 2(x - 101) + 1 + (x - 101)^2 - 2(x - 101) + 1 = 6$ ，

$$\therefore 2(x-101)^2 = 4,$$

$$\therefore (x-101)^2 = 2,$$

故选：B.

6. 如图，点 D 、 C 、 H 、 G 分别在长方形 $ABJI$ 的边上，点 E 、 F 在 CD 上，若正方形 $ABCD$ 的面积等于 20，图中阴影部分的面积总和为 8，则正方形 $EFGH$ 的面积等于 ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平方差公式与图形的面积，解决本题的关键是找准图形间的面积关系.

设大、小正方形边长为 a 、 b ，则 $a^2 = 20$ ，然后利用图中阴影部分的面积总和为 6，进而可得正方形 $EFGH$ 的面积.

【详解】解：设正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 的边长分别为 a 、 b ，

则有 $a^2 = 20$ ，阴影部分面积为： $\frac{1}{2} \times (a+b)(a-b) = 8$ ，

即 $a^2 - b^2 = 16$ ，

可得 $b^2 = 4$ ，

正方形 $EFGH$ 的面积等于 $b^2 = 4$

即所求面积是 4.

故选：B.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 若单项式 $\frac{1}{2}x^{m+2}y^3$ 与 $x^{2m-1}y^3$ 是同类项，则 $m = \underline{\quad}$.

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了同类项的定义，掌握同类项的定义：所含字母相同，相同字母的指数也相同的项叫同类项，根据同类项的定义列出方程，再求解即可。

【详解】解：∵单项式 $\frac{1}{2}x^{m+2}y^3$ 与 $x^{2m-1}y^3$ 是同类项，

$$\therefore m+2=2m-1,$$

解得 $m=3$.

故答案为：3 .

8. 把整式 $x^2y^3 - x^4y^2 - x^3y + x$ 按字母 y 升幂排列得 _____.

【答案】 $x - x^3y - x^4y^2 + x^2y^3$

【解析】

【分析】本题考查了多项式的重新排列，我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小或从小到大的顺序排列，称为按这个字母的降幂或升幂排列. 要注意，在排列多项式各项时，要保持其原有的符号，根据 y 的指数从小到大排列即可.

【详解】解：把整式 $x^2y^3 - x^4y^2 - x^3y + x$ 按字母 y 升幂排列得 $x - x^3y - x^4y^2 + x^2y^3$,

故答案为： $x - x^3y - x^4y^2 + x^2y^3$.

9. 整式 $x^2y^3 - x^4y^2 - x^3y + x + 1$ 是 _____ 次 _____ 项式.

【答案】 ①. 六 ②. 五

【解析】

【分析】本题考查多项式的项数，次数和系数. 根据多项式的性质进行解答. 多项式的次数是多项式中最高次项的次数，多项式的项数为组成多项式的单项式的个数.

【详解】解：多项式 $x^2y^3 - x^4y^2 - x^3y + x + 1$ 中最高次项是 $-x^4y^2$ ，次数是 6，

由 x^2y^3 ， $-x^4y^2$ ， $-x^3y$ ， x 和 1，共五个单项式组成.

故答案为：六，五.

10. 合并同类项： $\frac{1}{3}ab - \frac{1}{2}ab =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{6}ab$

【解析】

【分析】本题考查合并同类项，合并同类项时字母部分不变，系数相加减即可.

【详解】解: $\frac{1}{3}ab - \frac{1}{2}ab = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)ab = -\frac{1}{6}ab$,

故答案为: $-\frac{1}{6}ab$.

11. 若关于 x 的整式 $(m-3)x^{|m|} + x^2$ 是三次二项式, 则 $m =$ _____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】本题考查多项式的项数和次数, 根据多项式的次数是多项式中最高次项的次数, 多项式的项数为组成多项式的单项式的个数求解即可.

【详解】解: $\because$ 多项式 $(m-3)x^{|m|} + x^2$ 是三次二项式,

$$\therefore |m| = 3, \quad m-3 \neq 0,$$

$$\therefore m = -3.$$

故答案为: -3.

12. 已知关于 x 的整式 $x^3 - x^2 + x^a - 2x - 2bx$ 中不含有 x 的一次项和二次项, 则 $a+b =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】本题主要考查了整式加减中的无关型问题, 根据关于 x 的整式 $x^3 - x^2 + x^a - 2x - 2bx$ 中不含有 x 的一次项和二次项, 可得含有 x 的一次项和二次项的系数为 0, 据此可得 $a=2, -2-2b=0$, 则 $b=-1$, 再代值计算即可得到答案.

【详解】解: $\because$ 关于 x 的整式 $x^3 - x^2 + x^a - 2x - 2bx$ 中不含有 x 的一次项和二次项,

$$\therefore a=2, -2-2b=0,$$

$$\therefore b=-1,$$

$$\therefore a+b=1,$$

故答案为: 1.

13. 计算: $\left(-99\frac{7}{8}\right) \times 100\frac{1}{8} =$ _____.

【答案】 $-9999\frac{63}{64}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式，先把原式变形为 $\left(\frac{1}{8}-100\right)\times\left(\frac{1}{8}+100\right)$ ，再利用平方差公式求解即可.

【详解】 解： $\left(-99\frac{7}{8}\right)\times 100\frac{1}{8}$
 $=\left(\frac{1}{8}-100\right)\times\left(\frac{1}{8}+100\right)$
 $=\left(\frac{1}{8}\right)^2-100^2$
 $=\frac{1}{64}-10000$
 $=-9999\frac{63}{64},$
 故答案为： $-9999\frac{63}{64}.$

14. 计算： $(x-2y+1)^2 =$ _____.

【答案】 $x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1$

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式，先把 $x-2y$ 当成一个整体，根据 $(x-2y+1)^2 = [(x-2y)+1]^2$ 计算即可.

【详解】 解： $(x-2y+1)^2$
 $=[(x-2y)+1]^2$
 $=(x-2y)^2+2(x-2y)+1$
 $=x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1,$

故答案为： $x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1.$

15. 当 $x = 1$ 时，整式 $ax^3+bx^2+cx+2024$ 的值为 2023，当 $x = -1$ 时，整式 $ax^3+bx^2+cx+2024$ 的值为 2022，则 $b =$ _____.

【答案】 $-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】此题考查了代数式求值及解一元一次方程；把 $x=1$ 代入代数式 $ax^3 + bx^2 + cx + 2024$ ，使其值为 2023，得到 $a+c=-1-b$ ，再将 $x=-1$ 代入得到 $a+c=b+2$ ，可得 $-1-b=b+2$ ，即可求出值。

【详解】解：把 $x=1$ 代入得： $a+b+c+2024=2023$ ，

$$\therefore a+b+c=-1, \text{ 即 } a+c=-1-b$$

则当 $x=-1$ 时，

$$\text{原式} = -a+b-c+2024=2022,$$

$$\therefore a+c=b+2$$

$$\therefore -1-b=b+2$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{故答案为: } -\frac{3}{2}.$$

$$16. \text{ 若 } 2^n \cdot 2^{3n+6} = 1024, \text{ 则 } n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 1

【解析】

【分析】本题主要考查了同底数幂乘法计算，幂的乘方的逆运算，根据题意可得 $2^{n+3n+6} = 2^{10}$ ，则 $n+3n+6=10$ ，解方程即可得到答案。

【详解】解： $\because 2^n \cdot 2^{3n+6} = 1024$ ，

$$\therefore 2^{n+3n+6} = 2^{10},$$

$$\therefore n+3n+6=10,$$

$$\therefore n=1,$$

故答案为： 1.

$$17. \text{ 若 } x^3 \cdot y^3 = -2, \text{ 则 } (xy)^3 - (x^2y^2)^3 - (-x^4y^4)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 10

【解析】

【分析】本题考查积的乘方与幂的乘方逆用，先化简 $(xy)^3 - (x^2y^2)^3 - (-x^4y^4)^3 = x^3y^3 - (x^3y^3)^2 + (x^3y^3)^4$

再代入 $x^3y^3 = -2$ 求解即可。

【详解】解： $\because x^3 \cdot y^3 = -2$ ，

$$\begin{aligned}
 & \therefore (xy)^3 - (x^2y^2)^3 - (-x^4y^4)^3 \\
 &= x^3y^3 - x^6y^6 + x^{12}y^{12} \\
 &= x^3y^3 - (x^3y^3)^2 + (x^3y^3)^4 \\
 &= -2 - (-2)^2 + (-2)^4 \\
 &= -2 - 4 + 16 \\
 &= 10,
 \end{aligned}$$

故答案为：10.

18. 已知 $ax^2 + bx + c$ 是关于 x 的整式，记为 $P(x)$. 我们规定： $P(x)$ 导出多项式为 $2ax + b$ ，记为 $Q(x)$. 例如：若 $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ，则 $P(x)$ 的导出多项式 $Q(x) = 2 \cdot 3x - 2 = 6x - 2$ ；若 $P(x) = 5x^2 + 4x$ ，则 $P(x)$ 的导出多项式 $Q(x) = 2 \cdot 5x + 4 = 10x + 4$. 若 $P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + 2$ 时， $Q(x) = -|x|$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了新定义，解一元一次方程，根据新定义得到 $Q(x) = -3x + 4$ ，则可得方程 $-3x + 4 = -|x|$ ，解方程即可得到答案.

【详解】 解： $\because P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + 2$ ，
 $\therefore Q(x) = -\frac{3}{2} \times 2x + 4 = -3x + 4$ ，
 $\because P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + 2$ 时， $Q(x) = -|x|$ ，
 $\therefore -3x + 4 = -|x|$ ，
 $\therefore$ 当 $x \geq 0$ 时， $-3x + 4 = -x$ ，解得 $x = 2$ ，
 当 $x < 0$ 时， $-3x + 4 = x$ ，解得 $x = 1$ （舍去）；
 综上所述， $x = 2$ ，
 故答案为： 2.

三、计算题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24）

19. 计算: $\frac{5}{2}(2x^2 - 3x + 1) - \frac{3}{2}(4 - 3x - x^2)$.

【答案】 $\frac{13}{2}x^2 - 3x - \frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减，解答本题的关键是掌握去括号法则和合并同类项法则，根据整式的加减运算法则，先去括号，然后合并同类项，即可作答.

【详解】 解: $\frac{5}{2}(2x^2 - 3x + 1) - \frac{3}{2}(4 - 3x - x^2)$
 $= 5x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{5}{2} - 6 + \frac{9}{2}x + \frac{3}{2}x^2$
 $= \frac{13}{2}x^2 - 3x - \frac{7}{2}.$

20. 计算: $2x \cdot x^2 \cdot x^3 + (-x^3)^2 + (-2x^2)^3$.

【答案】 $-5x^6$

【解析】

【分析】 本题主要考查了同底数幂乘法计算，幂的乘方和积的乘方计算，先计算同底数幂乘法，积的乘方和幂的乘方，再合并同类项即可得到答案.

【详解】 解: $2x \cdot x^2 \cdot x^3 + (-x^3)^2 + (-2x^2)^3$
 $= 2x^6 + x^6 - 8x^6$
 $= -5x^6.$

21. 计算: $\left(-\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y^2\right) \cdot (3y - 2x^2) - 2y \cdot \left(y^2 - x^2y - \frac{9}{4}x\right)$.

【答案】 $3x^3 + \frac{2}{3}x^2y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的乘法运算，根据多项式乘以多项式以及平方差公式进行计算即可求解.

【详解】 解: $\left(-\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y^2\right) \cdot (3y - 2x^2) - 2y \cdot \left(y^2 - x^2y - \frac{9}{4}x\right)$
 $= -\frac{9}{2}xy + 3x^3 + 2y^3 - \frac{4}{3}x^2y^2 - 2y^3 + 2x^2y^2 + \frac{9}{2}xy.$

$$= 3x^3 + (2y^3 - 2y^3) + \left(-\frac{4}{3}x^2y^2 + 2x^2y^2\right)$$

$$= 3x^3 + \frac{2}{3}x^2y^2$$

22. 计算: $\left(\frac{3}{2}x + y\right) \cdot \left(y - \frac{3}{2}x\right) \cdot \left(-y^2 - \frac{9}{4}x^2\right)$.

【答案】 $\frac{81}{16}x^4 - y^4$

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式，先前面两个括号利用平方差公式计算，结果再和后面的括号利用平方差公式计算即可.

【详解】 解: $\left(\frac{3}{2}x + y\right) \cdot \left(y - \frac{3}{2}x\right) \cdot \left(-y^2 - \frac{9}{4}x^2\right)$

$$= \left(\frac{3}{2}x + y\right) \cdot \left(\frac{3}{2}x - y\right) \cdot \left(y^2 + \frac{9}{4}x^2\right)$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - y^2\right] \cdot \left(y^2 + \frac{9}{4}x^2\right)$$

$$= \left(\frac{9}{4}x^2 - y^2\right) \cdot \left(y^2 + \frac{9}{4}x^2\right)$$

$$= \left(\frac{9}{4}x^2\right)^2 - (y^2)^2$$

$$= \frac{81}{16}x^4 - y^4.$$

23. 计算: $\left(2x - \frac{3}{2}y\right)^2 + \left(-3x - \frac{2}{3}y\right)^2$.

【答案】 $13x^2 - 2xy + \frac{97}{36}y^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式及整式的加减，熟记公式是解答本题的关键. 先利用完全平方公式展开，再合并同类项即可.

【详解】 解: 原式 $= 4x^2 - 6xy + \frac{9}{4}y^2 + 9x^2 + 4xy + \frac{4}{9}y^2$

$$= 13x^2 - 2xy + \frac{97}{36}y^2.$$

24. 已知整式 $A = x^2 - 2x + 2$, $B = -\frac{3}{4}x^2 + 2x - \frac{4}{3}$, 当 $x = -3$ 时, 求: $2A - 11B - (A + B)$

【答案】186

【解析】

【分析】本题主要考查了整式的化简求值, 先计算出 $2A - 11B - (A + B) = A - 12B$, 再代入 $A = x^2 - 2x + 2$, $B = -\frac{3}{4}x^2 + 2x - \frac{4}{3}$, 根据整式的加减计算法则化简, 最后代值计算即可.

【详解】解: $\because A = x^2 - 2x + 2$, $B = -\frac{3}{4}x^2 + 2x - \frac{4}{3}$,

$$\therefore 2A - 11B - (A + B)$$

$$= 2A - 11B - A - B$$

$$= A - 12B$$

$$= x^2 - 2x + 2 - 12\left(-\frac{3}{4}x^2 + 2x - \frac{4}{3}\right)$$

$$= x^2 - 2x + 2 + 9x^2 - 24x + 16$$

$$= 10x^2 - 26x + 18,$$

$$\text{当 } x = -3 \text{ 时, 原式} = 10 \times (-3)^2 - 26 \times (-3) + 18 = 186.$$

四、解答题 (本大题共 8 题, 第 25 题 5 分, 第 26、27、28、29 题 4 分, 第 30 题 5 分, 第 31、32 题 7 分, 满分 40 分)

25. 已知: $A - 2B = 7a^2 - 7ab$, 且 $B = -4a^2 + 6ab + 7$.

(1) 求 A 等于多少?

(2) 若 $|a+1| + (b-2)^2 = 0$, 求 A 的值.

【答案】(1) $-a^2 + 5ab + 14$

(2) 3

【解析】

【分析】本题考查整式的加减, 绝对值和平方的非负性, 求代数式的值,

(1) 根据等式的性质可得 $A = 2B + 7a^2 - 7ab$, 再将 $B = -4a^2 + 6ab + 7$ 代入, 然后去括号合并同类项即可得出答案;

(2) 利用非负数的性质求出 a 与 b 的值, 再代入计算即可求出值;

掌握整式加减的运算法则是解题的关键.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because A - 2B = 7a^2 - 7ab, \quad B = -4a^2 + 6ab + 7$$

$$\therefore A = 2B + 7a^2 - 7ab$$

$$= 2(-4a^2 + 6ab + 7) + 7a^2 - 7ab$$

$$= -8a^2 + 12ab + 14 + 7a^2 - 7ab$$

$$= -a^2 + 5ab + 14;$$

【小问 2 详解】

$$\because |a+1| + (b-2)^2 = 0,$$

$$\therefore a+1=0, \quad b-2=0,$$

$$\text{解得: } a=-1, \quad b=2,$$

$$\therefore A = -a^2 + 5ab + 14$$

$$= -(-1)^2 + 5 \times (-1) \times 2 + 14$$

$$= 3.$$

26. 已知代数式 $A = 2x^2 + 3xy + 2y$, $B = x^2 - xy + x$, 若 $A - 2B$ 的值与 x 的取值无关, 求 y 的值.

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的加减—化简求值, 解答的关键是对相应的运算法则的掌握. 利用整式的加减的法则对所求的式子进行整理, 结合条件进行分析即可.

【详解】 解: $\because A = 2x^2 + 3xy + 2y, \quad B = x^2 - xy + x,$

$$\therefore A - 2B$$

$$= 2x^2 + 3xy + 2y - 2(x^2 - xy + x)$$

$$= 2x^2 + 3xy + 2y - 2x^2 + 2xy - 2x$$

$$= 5xy + 2y - 2x$$

$$= 2x\left(\frac{5}{2}y - 1\right) + 2y,$$

$\because A - 2B$ 的值与 x 的取值无关,

$$\therefore \frac{5}{2}y - 1 = 0,$$

$$\text{解得: } y = \frac{2}{5}.$$

27. 用简便方法计算:

$$(1) \left(\frac{4}{5}\right)^{2019} \times (-1.25)^{2020};$$

$$(2) (-9)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3.$$

【答案】 (1) $\frac{5}{4}$

(2) 8

【解析】

【分析】 (1) 先将小数化为分数, 再根据同底数幂的运算法则进行计算即可;

(3) 根据乘法结合律和积的乘方逆运算, 先计算后两项乘积, 再求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = \left(\frac{4}{5}\right)^{2019} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{2020}$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^{2019} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{2019} \times \frac{5}{4}$$

$$= \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}\right)^{2019} \times \frac{5}{4}$$

$$= 1 \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{5}{4};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 原式} = (-9)^3 \times \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{3}\right]^3$$

$$= (-9)^3 \times \left(-\frac{2}{9}\right)^3$$

$$= \left[(-9) \times \left(-\frac{2}{9} \right) \right]^3$$

$$= 2^3$$

$$= 8.$$

【点睛】 本题主要考查了有理数混合运算的简便运算，解题的关键是掌握有理数范围内依旧适用各个运算律，以及熟练运用同底数幂的运算法则.

28. 为了增强学生体质，加强体育锻炼，学校组织了春季运动会（4）班有 47 名同学分成三组进行列队表演，第一组有 $(3m+4n+2)$ 人，第二组比第一组的一半多 6 人，求第三组的人数（用含 m, n 的式子表示）.

【答案】 $\left(38 - \frac{9}{2}m - 6n \right)$ 人.

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的加减，列代数式，解答的关键是对相应的运算法则的掌握. 先求得第二组的人数，进而求得第三组的人数即可.

【详解】 解：第二组的人数为： $\frac{1}{2}(3m+4n+2)+6$

$$= \frac{3}{2}m + 2n + 1 + 6$$

$$= \frac{3}{2}m + 2n + 7,$$

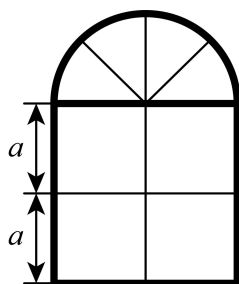
第三组的人数为： $47 - (3m+4n+2) - \left(\frac{3}{2}m + 2n + 7 \right)$

$$= 47 - 3m - 4n - 2 - \frac{3}{2}m - 2n - 7$$

$$= 38 - \frac{9}{2}m - 6n.$$

答：第三组的人数为 $\left(38 - \frac{9}{2}m - 6n \right)$ 人.

29. 窗户的形状如图所示（图中长度单位：cm），其上部是半圆形，下部是边长相同的四个小正方形. 已知下部小正方形的边长是 a cm，计算（ π 取 3）：



- (1) 窗户的面积;
(2) 窗户的外框的总长.

【答案】(1) $\frac{11}{2}a^2$ 平方厘米

(2) $9a$ 厘米

【解析】

【分析】 本题考查了整式加法的应用，熟练掌握正方形与圆的周长和面积公式是解题关键.

(1) 根据图示，用边长是 a cm 的 4 个小正方形的面积加上半径是 a cm 的半圆的面积，求出窗户的面积是多少即可；

(2) 根据图示，用 3 条长度是 $2a$ cm 的边的长度和加上半径是 a cm 的半圆的周长，求出窗户的外框的总长是多少即可.

【小问 1 详解】

解：窗户的面积为 $4a^2 + \frac{\pi}{2}a^2 = 4a^2 + \frac{3}{2}a^2 = \frac{11}{2}a^2$ (cm^2)；

【小问 2 详解】

解：窗户的外框的总长为 $2a \times 3 + \pi a = 6a + 3a = 9a$ (cm) .

30. 定义一种幂的新运算： $x^a \oplus x^b = x^{ab} + x^{a+b}$. 如： $3 \oplus 3^2 = 3^{1 \times 2} + 3^{1+2} = 3^2 + 3^3 = 9 + 27 = 36$ ，请利用这种运算规则解决下列问题：

- (1) 求 $2^2 \oplus 2^3$ 的值；
(2) $2^p = 3$ ， $2^q = 5$ ， $3^q = 6$ ，求 $2^p \oplus 2^q$ 的值.

【答案】(1) 96 (2) 21

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方、新定义的运算；熟练掌握运算法则是解题的关键.

- (1) 根据新定义的运算，把相应的值代入运算即可；
(2) 根据新定义的运算、幂的乘方的法则进行运算即可；

【小问 1 详解】

解: $2^2 \oplus 2^3$

$$= 2^{2 \times 3} + 2^{2+3}$$

$$= 2^6 + 2^5$$

$$= 64 + 32$$

$$= 96;$$

【小问 2 详解】

解: 当 $2^p = 3, 2^q = 5, 3^q = 6$ 时.

$$2^p \oplus 2^q$$

$$= 2^{pq} + 2^{p+q}$$

$$= (2^p)^q + 2^p \times 2^q$$

$$= 3^q + 3 \times 5$$

$$= 6 + 15$$

$$= 21.$$

31. 在幂的运算中规定: 若 $a^x = a^y$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, x, y$ 是正整数), 则 $x = y$. 利用上面结论解答下列问题:

(1) 若 $9^x = 3^6$, 求 x 的值;

(2) 若 $3^{y+2} - 3^{y+1} = 18$, 求 y 的值;

(3) 若 $m = 2^{t+1} + 2^t$, $n = 2^t$, $m^2 - n^2 = 128$, 求 t 的值.

【答案】(1) 3; (2) 1;

(3) 2.

【解析】

【分析】根据题意再利用幂的乘方, 同底数幂的乘法的运算法则进行计算即可, 本题主要考查幂的乘方, 同底数幂的乘法, 解答的关键是掌握对相应的运算法则.

【小问 1 详解】

解: 因为, $9^x = 3^6$,

所以, $(3^2)^x = 3^6$,

所以, $3^{2x} = 3^6$,

所以, $2x = 6$,

所以, $x = 6 \div 2 = 3$,

故, x 的值为 3;

【小问 2 详解】

因为, $3^{y+2} - 3^{y+1} = 18$,

所以, $3 \times 3^{y+1} - 3^{y+1} = 18$,

所以, $2 \times 3^{y+1} = 2 \times 3^2$,

所以, $3^{y+1} = 3^2$,

所以, $y+1 = 2$,

所以, $y = 1$,

故, y 的值为 1;

【小问 3 详解】

因为, $m = 2^{t+1} + 2^t$, $n = 2^t$,

所以, $m+n = 2^{t+1} + 2^t + 2^t$

$$= 2^{t+1} + 2 \times 2^t$$

$$= 2^{t+1} + 2^{t+1}$$

$$= 2 \times 2^{t+1}$$

$$= 2^{t+2},$$

$$m-n = 2^{t+1} + 2^t - 2^t$$

$$= 2^{t+1},$$

$$\text{所以, } (m+n)(m-n) = 2^{t+2} \times 2^{t+1} = 2^{2t+3},$$

$$\text{又因为, } (m+n)(m-n) = m^2 - n^2 = 128 = 2^7,$$

$$\text{所以, } 2^{2t+3} = 2^7,$$

$$\text{所以, } 2t+3 = 7,$$

$$\text{所以, 解得 } t = 2,$$

故, t 的值为 2.

32. 如果一次整式 A, B, C 存在 A 与 B 的和与 C 的 k 倍的差为一个常数 a , 即满足: $A+B-kC=a$. 我们称一次整式 A, B, C 为常数 a 的“ k 族和差整式”.

例如: 在一次整式 $-3x+8, -x-1, x-6$ 中存在 $(x-6)+(-3x+8)-2(-x-1)=4$,

我们就称一次整式 $-3x+8, -x-1, x-6$ 为常数 4 的“2 族和差整式”.

(1) 一次整式 $2x-1, x+1, (mx+n)$ 为常数 2 的“3 族和差整式”, 请求出这个一次整式 $mx+n$.

(2) 类似的, 我们规定一次整式 D 满足 A 与 B 的差与 D 的 k 倍的和为一个常数 a , 我们称一次整式 A, B, D 为常数 a 的“ k 族差和整式”. 已知一次整式 A 为 $kx+b$ (k, b 均为常数), B 为 $x+1, a=2$, 以及 C, D 的一次项系数分别 m_1, m_2 .

为了研究 m_1 与 m_2 的数量关系, 小滨同学想到了从特殊到一般的研究过程, 所以他设计了如下的表格:

k	A	B	C	D	m_1	m_2
2	$2x+1$	$x+1$	$\frac{3}{2}x$	$-\frac{1}{2}x$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
2	$2x-3$	$x+1$	$\frac{3}{2}x-2$	$-\frac{1}{2}x+3$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
3	$3x+2$	$x+1$	$\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$
3	$3x-1$	$x+1$	$\frac{4}{3}x-2$			

请同学们先完成表格, 再写出 m_1 与 m_2 的数量关系是_____.

【答案】(1) 一次整式 $mx+n$ 是 $x-\frac{2}{3}$ 或 $x+6$ 或 $5x-2$

(2) $-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, m_1-m_2=2$.

【解析】

【分析】本题考查了新定义, 整式的加减运算, 以及观察推理能力, 关键是要理解新定义, 并能正确的解题.

(1) 根据新定义: 一次整式 $2x-1, x+1, (mx+n)$ 为常数 2 的“3 族和差整式”, 分别进行讨论, 得到等式, 再化简得到结果;

(2) 依新定义：一次整式 A ， B ， D 为常数 a 的“ k 族差和整式”，得到 $(3x-1)-(x+1)+3D=2$ ，化简得到表格中结果；经过观察，可得到 $m_1-m_2=2$ 。

【小问 1 详解】

解：∵ 一次整式 $2x-1$ ， $x+1$ ， $(mx+n)$ 为常数 2 的“3 族和差整式”，

$$\text{有 } (2x-1)+(x+1)-3(mx+n)=2,$$

$$2x-1+x+1-3(mx+n)=2,$$

$$-3(mx+n)=-3x+2,$$

$$mx+n=x-\frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{一次整式 } mx+n \text{ 是 } x-\frac{2}{3};$$

$$\text{或有 } (2x-1)+(mx+n)-3(x+1)=2,$$

$$\therefore 2x-1+mx+n-3x-3=2,$$

$$\therefore (m-1)x+n-4=2,$$

$$\therefore m=1, n=6,$$

$$\therefore \text{一次整式 } mx+n \text{ 是 } x+6;$$

$$\text{或有 } (x+1)+(mx+n)-3(2x-1)=2,$$

$$\therefore x+1+mx+n-6x+3=2,$$

$$\therefore (m-5)x+n+4=2,$$

$$\therefore m=5, n=-2,$$

$$\therefore \text{一次整式 } mx+n \text{ 是 } 5x-2;$$

综上所述，一次整式 $mx+n$ 是 $x-\frac{2}{3}$ 或 $x+6$ 或 $5x-2$ ；

【小问 2 详解】

解：依题意， $A-B+kD=a$ ，

k	A	B	C	D	m_1	m_2
2	$2x+1$	$x+1$	$\frac{3}{2}x$	$-\frac{1}{2}x$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$

2	$2x-3$	$x+1$	$\frac{3}{2}x-2$	$-\frac{1}{2}x+3$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
3	$3x+2$	$x+1$	$\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$
3	$3x-1$	$x+1$	$\frac{4}{3}x-2$	$-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$

$$(3x-1)-(x+1)+3D=2,$$

$$\therefore 3x-1-x-1+3D=2,$$

$$\therefore 3D=-2x+4,$$

$$\therefore D=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{表格中依次填写: } -\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{2}{3},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{2}{3};$$

经观察表格中 m_1 , m_2 对应的数字:

$$m_1: \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3},$$

$$m_2: -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{可得到 } m_1 - m_2 = 2,$$

$$m_1 \text{ 与 } m_2 \text{ 的数量关系是 } m_1 - m_2 = 2,$$

$$\text{故答案为: } m_1 - m_2 = 2.$$