

2024 学年第一学期 12 月限时练习七年级数学

(练习时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列分式中, 是最简分式的是 ()

A. $\frac{12x^2}{9x}$ B. $\frac{4xy}{3x^2}$ C. $\frac{x-1}{x^2-1}$ D. $\frac{x+1}{2x+1}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了最简分式, 解题关键是掌握最简分式的定义. 根据分子与分母没有公因式的分式, 即一个分式的分子与分母没有非零次的公因式时这个分式就被称为最简分式, 逐项判断即可.

【详解】解: A、 $\frac{12x^2}{9x} = \frac{4x}{3}$, 故原式不是最简分式, 不符合题意;

B、 $\frac{4xy}{3x^2} = \frac{4y}{3x}$, 故原式不是最简分式, 不符合题意;

C、 $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$, 故原式不是最简分式, 不符合题意;

D、 $\frac{x+1}{2x+1}$ 无法化简, 是最简分式, 故符合题意;

故选: D.

2. 已知 $a \neq 0$, 那么下列计算正确的是 ()

A. $(a^3)^2 = a^5$ B. $a^3 + a^2 = a^5$
C. $(a^3 - a) \div a = a^2$ D. $a^3 \div a^3 = 1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了幂的乘方, 同底数幂乘法, 合并同类项及多项式除以单项式, 熟知相关计算法则是解题的关键. 根据运算法则逐一判断即可.

【详解】解: A、 $(a^3)^2 = a^6$, 计算错误, 不符合题意;

B、 a^3 与 a^2 不是同类项, 不能合并, 不符合题意;

C、 $(a^3 - a) \div a = a^2 - 1$, 原式计算错误, 不符合题意;

D、 $a^3 \div a^3 = 1$ ，计算正确，符合题意；

故选：D.

3. 下列各式从左到右的变形中，因式分解正确的是（ ）

A. $x^3 - x = x(x^2 - 1)$

B. $m^2 + m - 6 = (m + 3)(m - 2)$;

C. $(a + 4)(a - 4) = a^2 - 16$

D. $x^2 + y^2 = (x + y)(x - y)$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，因式分解是把一个多项式转化成几个整式积的形式．根据定义逐一判定即可得答案．

【详解】解：A、 $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x + 1)(x - 1)$ ，分解不彻底，故本选项不合题意；

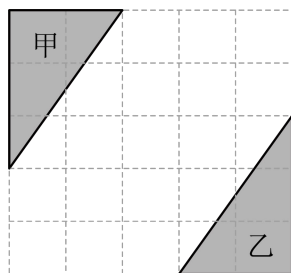
B、 $m^2 + m - 6 = (m + 3)(m - 2)$ ，是因式分解，故本选项符合题意；

C、 $(a + 4)(a - 4) = a^2 - 16$ ，是整式乘法，不是因式分解，故本选项不合题意；

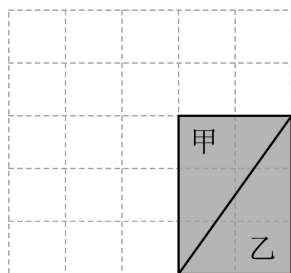
D、 $x^2 + y^2 \neq (x + y)(x - y)$ ，分解错误，故本选项不合题意；

故选：B.

4. 在 5×5 的方格纸中，将图①中的三角形甲平移到图②中所示的位置，与三角形乙拼成一个长方形，下面平移的方法中正确的是（ ）



图①



图②

A. 先向下平移 2 格，再向右平移 1 格

B. 先向下平移 2 格，再向右平移 2 格

C. 先向下平移 2 格，再向右平移 3 格

D. 先向下平移 3 格，再向右平移 2 格

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查图形的平移，根据平移后图形的位置，进行判断即可．

【详解】解：由图可知，图①中的三角形甲先向下平移 2 个单位，再向右平移 3 个单位到图②中所示的位

置，与三角形乙拼成一个长方形；

故选：C.

5. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ ，则代数式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-xy-y}$ 的值为 ()

A. $-\frac{7}{2}$

B. $-\frac{11}{2}$

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了分式的化简求值，整体代入是解题的关键。将代数式的分子分母同时除以 xy ，然后将已知等式代入进行计算即可求解。

【详解】解： $\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$

$$\therefore \frac{2x+3xy-2y}{x-xy-y}$$

$$= \frac{\frac{2}{y} + 3 - \frac{2}{x}}{\frac{1}{y} - 1 - \frac{1}{x}}$$

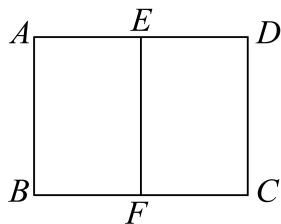
$$= \frac{3 - 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)}{-1 - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)}$$

$$= \frac{3-6}{-1-3}$$

$$= \frac{3}{4}$$

故选：D.

6. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ， $BC = 5\text{cm}$ ， E 、 F 分别是 AD 、 BC 的中点，如果将长方形 $CDEF$ 绕点 F 逆时针旋转 90° ，则旋转后的长方形与长方形 $ABFE$ 重叠部分的面积是 () cm^2 .



- A. 3.25 B. 2.25 C. 5 D. 6.25

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了图形的旋转、长方形的面积计算，掌握相关知识是解题关键.

根据题意画出旋转后的图形，得到两个长方形的重叠部分，再利用长方形的面积公式解题.

【详解】 解： 如图所示，将长方形 $CDEF$ 绕点 F 逆时针旋转 90° 得到长方形 $C'D'E'F$ ，

$\because F$ 为 BC 中点，

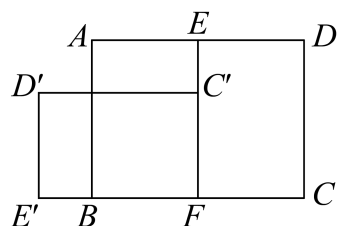
$$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}BC = 2.5cm,$$

$\because$ 长方形 $CDEF$ 绕点 F 逆时针旋转 90° 得到 $C'D'E'F$ ，

$$\therefore C'F = CF = BF = 2.5cm,$$

$\therefore$ 长方形 $C'D'E'F$ 与长方形 $ABFE$ 的重叠部分是边长为 $2.5cm$ 的正方形，

$$\therefore \text{其面积为 } 2.5 \times 2.5 = 6.25cm^2,$$



故选： D.

二、选择题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 用代数式表示： x 的平方减去 y 的倒数的差_____.

【答案】 $x^2 - \frac{1}{y}$

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，根据题意列出代数式，即可求解.

【详解】 解： x 的平方减去 y 的倒数的差即 $x^2 - \frac{1}{y}$ ，

故答案为： $x^2 - \frac{1}{y}$.

8. 计算： $-m(-3m)^2 =$ _____.

【答案】 $-9m^3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式乘单项式及积的乘方，先计算积的乘方，再计算单项式乘单项式即可.

【详解】 解: $-m(-3m)^2 = -m \cdot 9m^2 = -9m^3$,

故答案为: $-9m^3$.

9. 计算: $(2x-1)(-2x-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-4x^2 + 1$

【解析】

【分析】 本题考查了整式乘法公式，将原式变形为 $-(2x-1)(2x+1)$ ，再利用平方差公式运算即可.

【详解】 解: $(2x-1)(-2x-1) = -(2x-1)(2x+1) = -4x^2 + 1$.

故答案为: $-4x^2 + 1$.

10. 将 $2x^{-3}(x-y)^{-2}$ 化为只含有正整数指数幂的形式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{2}{x^3(x-y)^2}$

【解析】

【分析】 本题考查负整数指数幂，根据 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$ ，进行转化即可.

【详解】 解: $2x^{-3}(x-y)^{-2} = \frac{2}{x^3(x-y)^2}$;

故答案为: $\frac{2}{x^3(x-y)^2}$.

11. 因式分解: $a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法. 因式分解的方法有：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等. 利用完全平方公式进行分解即可.

【详解】解： $a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2$

$$= \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$$

故答案为： $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$.

12. 若分式 $\frac{x^2-1}{2x+2}$ 的值为零，则 x 的值等于_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值为零的条件，解题的关键是得出 $x^2 - 1 = 0$ 且 $2x + 2 \neq 0$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时牢记分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，由分式的值为 0 可得出 $x^2 - 1 = 0$ 且 $2x + 2 \neq 0$ ，解方程即可得出结论.

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x^2-1}{2x+2}$ 的值为零，

$$\therefore x^2 - 1 = 0 \text{ 且 } 2x + 2 \neq 0,$$

解得： $x = \pm 1$ 且 $x \neq -1$,

$$\therefore x = 1$$

故答案为： 1.

13. 计算： $\frac{m^2-1}{m+2} - \frac{1-m}{m+2} =$ _____.

【答案】 $m-1$

【解析】

【分析】 本题考查了同分母分式减法，因式分解，分式的化简，根据运算法则计算，再利用因式分解，将分子分解，再化简即可.

【详解】解： $\frac{m^2-1}{m+2} - \frac{1-m}{m+2}$

$$= \frac{m^2-1-1+m}{m+2}$$

$$= \frac{m^2 + m - 2}{m + 2}$$

$$= \frac{(m + 2)(m - 1)}{m + 2}$$

$$= m - 1.$$

故答案为: $m - 1$.

14. 某校购买了一批篮球和足球, 已知购买足球的数量是篮球的 2 倍, 购买足球用了 5000 元, 购买篮球用了 4000 元, 篮球单价比足球贵 30 元. 根据题意可列方程 $\frac{5000}{2x} = \frac{4000}{x} - 30$, 则方程中 x 表示的是_____.

【答案】 篮球的数量

【解析】

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 根据题意找出等量关系, 即可解题.

【详解】 解: 设篮球的数量为 x 个, 足球的数量为 $2x$ 个,

根据题意可得,

$$\frac{5000}{2x} = \frac{4000}{x} - 30,$$

$\therefore x$ 表示的是篮球的数量,

故答案为: 篮球的数量.

15. 若 $m + 2n = 0$, 则代数式 $\left(\frac{2m + n}{m^2 - mn} + \frac{1}{m}\right) \div \frac{m}{m^2 - n^2}$ 的值为_____

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值, 由条件可得 $m = -2n$, 再化简 $\left(\frac{2m + n}{m^2 - mn} + \frac{1}{m}\right) \div \frac{m}{m^2 - n^2}$, 再整体

代入计算即可.

【详解】 解: $\because m + 2n = 0$,

$\therefore m = -2n$,

$$\therefore \left(\frac{2m + n}{m^2 - mn} + \frac{1}{m}\right) \div \frac{m}{m^2 - n^2}$$

$$= \left[\frac{2m + n}{m(m - n)} + \frac{m - n}{m(m - n)}\right] \cdot \frac{(m + n)(m - n)}{m}$$

$$= \frac{3m}{m(m-n)} \cdot \frac{(m+n)(m-n)}{m}$$

$$= \frac{3(m+n)}{m}$$

$$= \frac{3 \times (-2n + n)}{-2n}$$

$$= \frac{3}{2};$$

故答案为: $\frac{3}{2}$

16. 若关于 x 的分式方程 $\frac{3}{2-x} = 1 - \frac{m}{x-2}$ 的解为非负数, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq 1$ 且 $m \neq 3$

【解析】

【分析】 本题考查的是根据分式方程的解的情况求参数, 可以正确用 m 表示出 x 的值是解题的关键. 先解分式方程, 利用 m 表示出 x 的值, 再由 x 为正数求出 m 的取值范围即可.

【详解】 解: 方程两边同时乘以 $(x-2)$ 得:

$$-3 = (x-2) - m,$$

解得: $x = m - 1$,

$\because x$ 为非负数,

$$\therefore m - 1 \geq 0,$$

解得 $m \geq 1$,

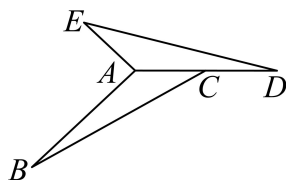
$$\because x \neq 2,$$

$$\therefore m - 1 \neq 2, \text{ 即 } m \neq 3,$$

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq 1$ 且 $m \neq 3$,

故答案为: $m \geq 1$ 且 $m \neq 3$.

17. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转一定角度后与 $\triangle ADE$ 重合, 且点 C 恰好成为 AD 的中点, 如果 $AB = 4\text{cm}$, 那么 $AE =$ _____ cm .



【答案】 2

【解析】

【分析】 根据图形和旋转的性质，根据旋转的性质得出 $AE = AC$ ， $AD = AB = 4\text{cm}$ ，根据中点的定义可得 $AC = \frac{1}{2}AD = 2\text{cm}$ ，则 $AE = AC = 2\text{cm}$ 。熟练掌握旋转前后对应边相等是解题的关键。

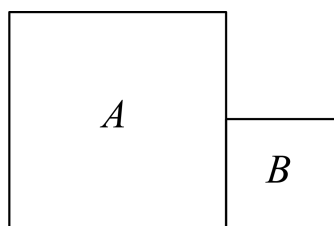
【详解】 解：由旋转的性质得出 $AE = AC$ ， $AD = AB = 4\text{cm}$ ，

$\because$ 点 C 恰好成为 AD 的中点，

$\therefore AC = \frac{1}{2}AD = 2\text{cm}$ ，则 $AE = AC = 2\text{cm}$ 。

故答案为：2。

18. 把边长分别为 4 和 2 的两个正方形 A、B 如图放置，把正方形 B 沿着水平方向向左平移，正方形 A 固定不动，当两个正方形重叠部分的面积为正方形 B 面积的 $\frac{1}{4}$ 时，此时平移的距离是_____。



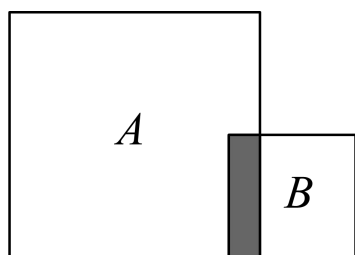
【答案】 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{11}{2}$

【解析】

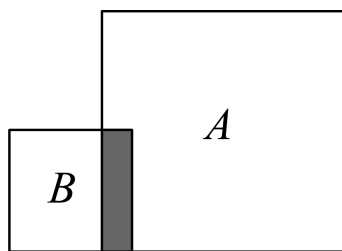
【分析】 此题考查了平移的性质，要明确平移前后图形的形状和面积不变。根据题意分类讨论，画出图形即可直观解答。

【详解】 解：由题意可知：重叠部分的面积是 $2 \times 2 \times \frac{1}{4} = 1$ ，重叠部分的边长是 2，另一边长是 $1 \div 2 = \frac{1}{2}$ ，

如图：当正方形 B 在正方形 A 右侧时，正方形 B 移动的距离是 $\frac{1}{2}$ ，



当正方形 B 在正方形 A 左侧时, 正方形 B 移动的距离是 $4 - \frac{1}{2} + 2 = \frac{11}{2}$,



故答案为: $\frac{7}{2}$ 或 $\frac{11}{2}$.

三、简答题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 共 30 分)

19. 计算: $(-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y$

【答案】 $-19x^5y^4$

【解析】

【分析】 本题主要考查整式乘法的运算, 先计算积的乘方, 再计算单项式乘单项式, 最后合并即可.

【详解】 解: $(-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y$
 $= -27x^3y^3 \cdot x^2y + 2x^2 \cdot 8x^3y^3 \cdot \frac{1}{2}y$
 $= -27x^5y^4 + 8x^5y^4$
 $= -19x^5y^4.$

20. 因式分解: $a^2 - 4 + 4b^2 - 4ab$.

【答案】 $(a - 2b + 2)(a - 2b - 2)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解, 解题的关键是熟练掌握因式分解的方法. 因式分解的方法有: 提公因式法, 平方差公式法, 完全平方公式法, 十字相乘法等. 利用完全平方公式和平方差公式进行分解即可.

【详解】 解: $a^2 - 4 + 4b^2 - 4ab$
 $= a^2 - 4ab + 4b^2 - 4$
 $= (a - 2b)^2 - 4$
 $= [(a - 2b) + 2][(a - 2b) - 2]$
 $= (a - 2b + 2)(a - 2b - 2).$

21. 计算: $(3x^5 - 2x^2) \div (-x^2) - (-x)^3$

【答案】 $-2x^3 + 2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算，直接利用整式的运算法则进行计算即可.

【详解】 $(3x^5 - 2x^2) \div (-x^2) - (-x)^3$,
 $= (3x^5 - 2x^2) \times \frac{1}{-x^2} + x^3$,
 $= 3x^5 \times \frac{1}{-x^2} - 2x^2 \times \frac{1}{-x^2} + x^3$,
 $= -3x^3 + 2 + x^3$,
 $= -2x^3 + 2$.

22. 计算: $\left(\frac{1}{a+3} - \frac{a-3}{a^2-2a-3}\right) \cdot \frac{a+1}{2}$

【答案】 $-\frac{1}{a+3}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算，涉及因式分解，掌握相关知识是解题关键. 先计算小括号内分式化简后计算减法，再结合提公因式因式分解，再计算分式乘法，约分化简即可.

【详解】 解: $\left(\frac{1}{a+3} - \frac{a-3}{a^2-2a-3}\right) \cdot \frac{a+1}{2}$
 $= \left[\frac{1}{a+3} - \frac{a-3}{(a-3)(a+1)}\right] \cdot \frac{a+1}{2}$
 $= \left(\frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+1}\right) \cdot \frac{a+1}{2}$
 $= \left[\frac{a+1}{(a+3)(a+1)} - \frac{a+3}{(a+3)(a+1)}\right] \cdot \frac{a+1}{2}$
 $= -\frac{2}{(a+3)(a+1)} \cdot \frac{a+1}{2}$
 $= -\frac{1}{a+3}$.

23. 解方程: $\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x-x^2}$.

【答案】 $x=3$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，计算正确以及记得对最后的解进行验证是解题关键.

分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】 解: $\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x-x^2}$.

$$\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x(1-x)},$$

$$3(x-1) - 4x = -6,$$

$$3x - 3 - 4x = -6,$$

$$-x = -3,$$

$$x = 3,$$

经检验, $x=3$ 是原方程的解.

四、解答题 (第 24 题 6 分, 25-26 题每题 7 分, 27 题 8 分, 共 28 分)

24. 先化简, 再求值: $\frac{1}{x^2+xy+y^2} \cdot \left(x+y+\frac{x^2}{y}\right) \div \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$, 其中 $x=4$, $y=2$.

【答案】 $\frac{x}{y-x}$; -2

【解析】

【分析】 本题考查了分式化简求值, 熟练掌握平方差公式, 完全平方公式是解题的关键. 先计算括号内的, 再用分式乘除法法则计算, 即可化简, 然后代入计算即可.

【详解】 解: 原式 = $\frac{1}{x^2+xy+y^2} \cdot \left(\frac{xy}{y} + \frac{y^2}{y} + \frac{x^2}{y}\right) \div \left(\frac{y}{xy} - \frac{x}{xy}\right)$

$$= \frac{1}{x^2+xy+y^2} \cdot \frac{x^2+xy+y^2}{y} \cdot \frac{xy}{y-x}$$

$$= \frac{x}{y-x};$$

当 $x=4$, $y=2$, 原式 = $\frac{4}{2-4} = -2$.

25. 求当 a 为何值时, 关于 x 的方程 $\frac{3}{x-2} + \frac{ax}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 无解.

【答案】 $a = 0$ 或 $a = \pm 6$

【解析】

【分析】 本题考查分式方程无解问题, 将分式方程转化为整式方程后, 分整式方程无解和分式方程有增根, 两种情况, 进行讨论求解即可.

【详解】 解: 原方程去分母, 得: $3(x+2) + ax = 3(x-2)$,

整理, 得: $ax = -12$,

当整式方程无解时: $a = 0$;

当分式方程有增根时: $x+2=0$ 或 $x-2=0$,

$\therefore x = \pm 2$,

当 $x = 2$ 时, $a = -6$,

当 $x = -2$ 时, $a = 6$,

综上: $a = 0$ 或 $a = \pm 6$.

26. “垃圾分一分, 环境美十分”. 某校为积极响应有关垃圾分类的号召, 从汇通超市购进了 A , B 两种品牌的垃圾桶作为可回收垃圾桶和其他垃圾桶. 已知 B 品牌垃圾桶比 A 品牌垃圾桶每个贵 50 元, 用 4000 元购买 A 品牌垃圾桶的数量是用 6000 元购买 B 品牌垃圾桶数量相同.

(1) 求购买一个 A 品牌、一个 B 品牌的垃圾桶各需多少元?

(2) 若该中学决定再次准备用不超过 6000 元购进 A , B 两种品牌垃圾桶共 50 个, 恰逢百货商场对两种品牌垃圾桶的售价进行调整: A 品牌按第一次购买时售价的九折出售, B 品牌比第一次购买时售价提高了 20%, 那么该学校此次最多可购买多少个 B 品牌垃圾桶?

【答案】 (1) 购买一个 A 品牌垃圾桶需 100 元, 购买一个 B 品牌垃圾桶需 150 元.

(2) 该学校此次最多可购买 16 个 B 品牌垃圾桶.

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的应用, 一元一次不等式的应用, 理解题意, 确定题目中数量关系并据此列出分式方程或不等式是解题关键.

(1) 设购买一个 A 品牌垃圾桶需 x 元, 则购买一个 B 品牌垃圾桶需 $(x+50)$ 元, 根据“4000 元购买 A 品牌垃圾桶的数量是用 6000 元购买 B 品牌垃圾桶数量相等”, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论;

(2) 设该学校此次购买 m 个 B 品牌垃圾桶, 则购买 $(50-m)$ 个 A 品牌垃圾桶, 根据总价 = 单价 $\times$ 数量结合总费用不超过 6000 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其中的最大值即可得出结论.

【小问 1 详解】

解: 设购买一个 A 品牌垃圾桶需 x 元, 则购买一个 B 品牌垃圾桶需 $(x+50)$ 元,

依题意, 得: $\frac{4000}{x} = \frac{6000}{x+50}$,

解得: $x=100$,

经检验, $x=100$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore x+50=150$.

答: 购买一个 A 品牌垃圾桶需 100 元, 购买一个 B 品牌垃圾桶需 150 元.

【小问 2 详解】

解: 设该学校此次购买 m 个 B 品牌垃圾桶, 则购买 $(50-m)$ 个 A 品牌垃圾桶,

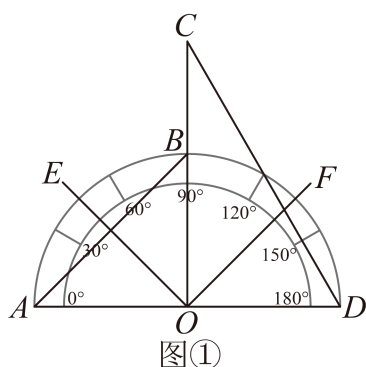
依题意, 得: $100 \times 0.9(50-m) + 150 \times (1+20\%)m \leq 6000$,

解得: $m \leq 16\frac{2}{3}$.

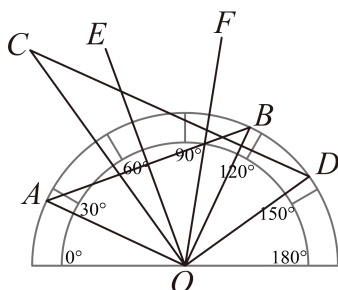
因为 m 是正整数, 所以 m 最大值是 16.

答: 该学校此次最多可购买 16 个 B 品牌垃圾桶.

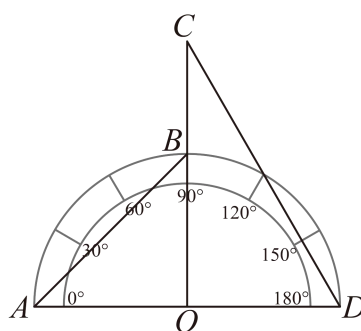
27. 将一副直角三角板 (分别含 45° 、 45° 、 90° 和 30° 、 60° 、 90° 的角) 叠放在量角器上, OE 、 OF 分别平分 $\angle AOB$ 和 $\angle COD$.



图①



图②



备用图

【特例感知】

(1) 如图①, 如果点 A 、 O 、 D 在同一直线上, 边 AO 与量角器的 0° 刻度线重合, 边 OD 与量角器 180° 刻度线重合, 那么 $\angle EOF =$ _____;

【规律探究】

(2) 如图②, 如果两个直角三角板有重叠,

①当 $\angle BOC = 60^\circ$ 时，求 $\angle EOF$ 的度数；

②当 $\angle BOC = \angle \alpha$ 时， $\angle EOF =$ _____；(用含 $\angle \alpha$ 的式子表示)

【解决问题】

(3) 如图①，将三角板 AOB 绕点 O 顺时针旋转，平均每秒旋转 3° ，将三角板 COD 绕点 O 逆时针旋转，平均每秒旋转 5° 。两三角板同时旋转，当 OD 第一次与 OA 重合时，两三角板同时停止旋转，设旋转时间为 t 秒，在旋转过程中，如果 $\angle COD$ 与 $\angle AOB$ 两角平分线的夹角为 30° ，请求出 t 的值。

【答案】(1) 90° ；(2) ① 30° ，② $90^\circ - \alpha$ ，(3) 存在， t 的值为 7.5 或 15 秒。

【解析】

【分析】(1) 本题由角平分线性质的性质可知 $\angle EOB = \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ$ ，

$\angle FOB = \angle FOD = \frac{1}{2} \angle DOB = 45^\circ$ ，再利用 $\angle EOF = \angle EOB + \angle FOB$ ，即可解题。

(2) ① 本题由题意得到 $\angle AOC = \angle BOD = 30^\circ$ ，根据 $\angle BOF = \angle BOC - \angle FOC$ ， $\angle COE = \angle BOC - \angle EOB$ ，得到 $\angle BOF$ ， $\angle COE$ ，再利用 $\angle EOF = \angle BOC - \angle BOF - \angle COE$ ，即可解题。

② 本题求解过程与①类似。

(3) 本题根据 $\angle COD$ 与 $\angle AOB$ 两角平分线的夹角为 30° ，分为以下两种情况① OE 与 OF 相遇前，② OE 与 OF 相遇后，再根据旋转过程中的等量关系，建立等式求解，即可解题。

【详解】(1) 解： $\because OE$ 、 OF 分别平分 $\angle AOB$ 和 $\angle COD$

$$\therefore \angle EOB = \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ, \quad \angle FOC = \angle FOD = \frac{1}{2} \angle DOC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle EOB + \angle FOB = 90^\circ,$$

故答案为： 90° 。

(2) 解：① $\because \angle BOC = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = \angle BOC - \angle FOC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ, \quad \angle COE = \angle BOC - \angle EOB = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOC - \angle BOF - \angle COE = 30^\circ.$$

② $\angle BOC = \alpha$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle BOF = \angle BOC - \angle FOC = \alpha - 45^\circ, \quad \angle COE = \angle BOC - \angle EOB = \alpha - 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOC - \angle BOF - \angle COE = 90^\circ - \alpha,$$

故答案为： $90^\circ - \alpha$ 。

(3) 解：存在， t 的值为 7.5 或 15 秒，理由如下：

由题知， $\angle BOC = (3^\circ + 5^\circ)t = 8t^\circ$

$\because \angle COD$ 与 $\angle AOB$ 两角平分线的夹角为 30° ,

① OE 与 OF 相遇前，

由 (2) ② 可知 $\angle EOF = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - 8t^\circ$,

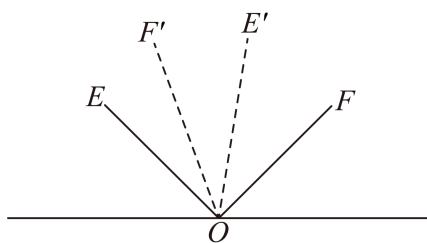
即 $90 - 8t = 30$,

解得 $t = 7.5$ 秒；

② OE 与 OF 相遇后，

记 OF 旋转到 OF' ， OE 旋转到 OE' ，且 $\angle E'OF' = 30^\circ$ ，

有 $\angle FOF' + \angle EOE' = \angle FOE' + \angle F'OE' + \angle EOE' = \angle EOF + \angle F'OE' = 120^\circ$ ，



即有 $(3 + 5)t = 120$,

解得 $t = 15$ 秒，

综上所述， t 的值为 7.5 或 15 秒.

【点睛】 本题考查角平分线的性质、代数式的相关知识、角的运算、旋转的性质，解题的关键在于找出几何图形中角度的数量关系.