

2024 学年七年级第一学期第二次阶段练习

(测试时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

1. 计算: $x^{-3} \cdot x^5 =$ _____.

【答案】 x^2

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂的乘法, 解题的关键是掌握: 同底数的幂相乘, 底数不变, 指数相加. 据此解答即可.

【详解】 解: $x^{-3} \cdot x^5 = x^{-3+5} = x^2$.

故答案为: x^2 .

2. 计算: $\left(\frac{3}{2}\right)^{2024} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{2024} =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查积的乘方及有理数的乘方, 将 $\left(\frac{3}{2}\right)^{2024} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{2024}$ 根据积的乘方的逆用转化为 $\left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)^{2024}$,

最后根据有理数的乘方即可得解. 掌握积的乘方是解题的关键.

【详解】 解: $\left(\frac{3}{2}\right)^{2024} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{2024}$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{2024} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2024}$$

$$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)^{2024}$$

$$= 1.$$

故答案为: 1.

3. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2+1}{2x-7}$ 有意义.

【答案】 $\neq \frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式有意义，解题的关键是明确分式有意义的条件是分母不等于 0.

【详解】 解：由题意得： $2x-7 \neq 0$ ，解得： $x \neq \frac{7}{2}$ ，

故答案为： $\neq \frac{7}{2}$.

4. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，分式 $\frac{x^2-9}{3-x}$ 的值为 0.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查分式的值为零，解题的关键是掌握分式的值为零的条件：分子为零，分母不为零. 据此解式解答即可.

【详解】 解： $\because$ 分式 $\frac{x^2-9}{3-x}$ 的值为 0，

$$\therefore x^2 - 9 = 0 \text{ 且 } 3-x \neq 0,$$

解得： $x = -3$.

故答案为： -3.

5. 将分式 $\frac{1}{(x+y)^2}$ 表示成不含分母的形式 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(x+y)^{-2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查负指数幂的运算，根据负指数幂的意义进行变形即可.

【详解】 解： $\frac{1}{(x+y)^2} = (x+y)^{-2}$.

故答案为： $(x+y)^{-2}$.

6. 已知分式 $\frac{x^2-1}{x}$ 乘一个分式后结果为 $-\frac{(1-x)^2}{x^2}$ ，那么这个分式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{x-1}{x^2+x}$

【解析】

【分析】 此题主要考查分式乘除，解题的关键是熟知分式的乘除运算法则.

【详解】解：依题意这个分式为： $-\frac{(1-x)^2}{x^2} \div \frac{x^2-1}{x}$

$$= -\frac{(x-1)^2}{x^2} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)}$$

$$= -\frac{x-1}{x} \cdot \frac{1}{x+1}$$

$$= -\frac{x-1}{x^2+x},$$

故答案为： $-\frac{x-1}{x^2+x}$.

7. 将 $\frac{4(x+y)^{-2}}{x^{-3}}$ 化成不含负指数幂的形式_____.

【答案】 $\frac{4x^3}{(x+y)^2}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的乘除，负整数指数幂，先根据负整数指数幂的运算法则化为正整数指数幂，再根据分式的乘除运算法则进行化简即可．解题的关键是掌握负整数指数幂的运算法则：一个数（零除外）的负整数指数幂等于这个数的正整数指数幂的倒数．

【详解】解： $\frac{4(x+y)^{-2}}{x^{-3}}$

$$= 4(x+y)^{-2} \div x^{-3}$$

$$= \frac{4}{(x+y)^2} \div \frac{1}{x^3}$$

$$= \frac{4}{(x+y)^2} \cdot \frac{x^3}{1}$$

$$= \frac{4x^3}{(x+y)^2}.$$

故答案为： $\frac{4x^3}{(x+y)^2}$.

8. 计算： $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{2}{3}\right)^0 =$ _____.

【答案】 $-\frac{35}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查整数指数幂的运算及有理数的加减运算．熟知整数指数幂的运算法则是正确解决本题的关键．

根据 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$ 及 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ 先进行整数指数幂的运算再按有理数的加减运算法则进行计算即可．

【详解】 解： $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^3} - 1 = -\frac{27}{8} - 1 = -\frac{35}{8}$ ．

故答案为： $-\frac{35}{8}$ ．

9. 计算： $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $x+y$

【解析】

【分析】 本题考查分式的加减运算，将原式转化为 $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$ ，然后根据同分母分式的加减运算法则进行运算，结果化为最简形式．掌握相应的运算法则是解题的关键．

【详解】 解： $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$

$$= \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$$

$$= \frac{x^2 - y^2}{x-y}$$

$$= \frac{(x+y)(x-y)}{x-y}$$

$$= x+y.$$

故答案为： $x+y$ ．

10. 如果关于 x 的方程 $\frac{1}{x-3} = 3 - \frac{k}{3-x}$ 有增根，那么 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的增根，解题的关键是掌握解决分式方程增根问题的步骤：①化分式方程为整式方程；②让最简公分母为0确定增根；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。据此解答即可。

【详解】 解：在方程两边同乘以 $(x-3)$ 得： $1=3(x-3)+k$ ，

$\therefore$ 分式方程的解是增根，

$$\therefore x-3=0,$$

解得： $x=3$ ，

把 $x=3$ 代入 $1=3(x-3)+k$ 得： $1=3\times(3-3)+k$ ，

解得： $k=1$ 。

故答案为：1。

11. 已知 $a+b=3, ab=1$ ，则 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 的值是_____。

【答案】 7

【解析】

【分析】 本题考查了分式的求值，熟练掌握运算是解题的关键。

将原式变形为 $\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$ ，再代入求值即可。

【详解】 解： $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}=\frac{3^2-2\times 1}{1}=7$ ，

故答案为：7。

12. 因式分解： $ax^2+ay^2-2axy-ab^2=_____$ 。

【答案】 $a(x-y+b)(x-y-b)$

【解析】

【分析】 本题考查用分组分解法进行因式分解，采用三一分组是解答此题的关键。

利用分组分解法将前三项提取公因式 a 后利用完全平方公式分解，再整体提取公因式 a 后利用平方差公式继续分解。

【详解】 解： $ax^2+ay^2-2axy-ab^2$
 $=a(x^2+y^2-2xy)-ab^2$
 $=a(x-y)^2-ab^2$

$$= a[(x-y)^2 - b^2]$$

$$= a(x-y+b)(x-y-b),$$

故答案为: $a(x-y+b)(x-y-b)$.

二、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

13. 下列计算正确的是 ()

A. $(\pi-3)^0 = 0$

B. $(-2)^{-1} = 2$

C. $(-x^2)^{-2} = x^{-4}$

D. $(a^2)^{-3} + a^{-2} = a^8$

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了零指数幂, 负指数幂, 正确掌握零指数幂, 负指数幂的运算法则是解题的关键.

【详解】解: A、 $(\pi-3)^0 = 1$, 故选项错误, 不符合题意;

B、 $(-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$, 故选项错误, 不符合题意;

C、 $(-x^2)^{-2} = \left[(-x^2)^2\right]^{-1} = x^{-4}$, 故选项正确, 符合题意;

D、 $(a^2)^{-3} + a^{-2} = \frac{1}{a^6} + \frac{1}{a^2}$, 故选项错误, 不符合题意;

故选: C.

14. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $x(x-2) = x^2 - 2x$

B. $a^2 + 4a - 21 = a(a+4) - 21$

C. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

D. $x+2 = x\left(1+\frac{2}{x}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解的定义, 解题的关键是掌握: 把一个多项式化为几个整式的积的形式, 这种变形叫多项式的因式分解. 据此分析即可作出判断.

【详解】解: A. $x(x-2) = x^2 - 2x$, 从左到右的变形是整式的乘法, 故此选项不符合题意;

B. $a^2 + 4a - 21 = a(a+4) - 21$, 从左到右的变形不是因式分解, 故此选项不符合题意;

C. $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$, 从左到右的变形是因式分解, 故此选项符合题意;

D. $x + 2 = x \left(1 + \frac{2}{x} \right)$, 从左到右的变形虽然是因式的积, 但因式不全是整式, 故此选项不符合题意.

故选: C.

15. 下列各式中, 是分式方程的是 ()

A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$

B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$

D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的识别, 解题的关键是掌握分式方程的定义: 分母里含有未知数的方程叫做分式方程, 注意: 仅仅是字母不行, 必须是表示未知数的字母. 据此解答即可

【详解】 解: A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$ 是一元一次方程, 故此选项不符合题意;

B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$ 是分式方程, 故此选项符合题意;

C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$ 是一元一次方程, 故此选项不符合题意;

D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$ 是代数式, 故此选项不符合题意.

故选: B.

16. 下列分式 $\frac{4y+3x}{4a}$, $\frac{x^2-1}{x^4-1}$, $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$, $\frac{a^2+2ab}{ab-b^2}$ 中, 最简分式有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了最简分式的定义, 最简分式就是分子和分母没有可以约分的公因式, 运用了平方差公式, 熟练掌握并灵活运用是解题的关键.

最简分式的标准是分子, 分母中不含有公因式, 不能再约分. 判断的方法是把分子、分母分解因式, 并且

观察有无公因式和有无互为相反数的因式，分别对各项进行判断即可.

【详解】解: $\frac{x^2-1}{x^4-1} = \frac{x^2-1}{(x^2+1)(x^2-1)}$ 分子分母有公因式 x^2-1 ,

$\frac{4y+3x}{4a}$; $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$; $\frac{a^2+2ab}{ab-2b^2}$ 这三个是最简分式.

故选: C.

17. 若将分式 $\frac{x^2-y^2}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 2 倍, 那么分式的值 ()

A. 扩大到原来的 4 倍

B. 扩大到原来的 2 倍

C. 不变

D. 缩小到原来的 $\frac{1}{2}$

【答案】 B

【解析】

【详解】解: 由题意得 $\frac{(2x)^2-(2y)^2}{2x+2y} = \frac{4x^2-4y^2}{2x+2y} =$

$$\frac{2x^2-2y^2}{x+y} = \frac{x^2-y^2}{x+y} \times 2,$$

则分式的值扩大到原来的 2 倍,

故选 B.

18. 某班组织学生参加植树活动, 第一组植树 12 棵, 第二组比第一组多 6 人, 植树 36 棵, 结果两组平均每人植树的棵树相等. 设第一组学生有 x 人, 则可列方程为 ()

A. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x-6}$

B. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x+6}$

C. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x+6}$

D. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x-6}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的应用, 根据题干中的等量关系列式即可.

【详解】解: 根据两组平均每人植树的棵树相等可得, $\frac{12}{x} = \frac{36}{x+6}$.

故选: B.

三、计算题: 本大题共 4 题, 共 34 分.

19. 计算:

$$(1) \frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - a - 2}$$

$$(2) \frac{x^2}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x+1}{x} \div x$$

【答案】 (1) $\frac{a-3}{a+1}$

$$(2) \frac{1}{x+1}$$

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算，分式的约分．熟练掌握相关运算法则，正确的计算，是解题的关键．

(1) 分子分母进行因式分解，再约分即可；

(2) 将除法化为乘法，结合完全平方公式化简，再利用分式乘法法则计算即可．

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - a - 2}$$

$$= \frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}$$

$$= \frac{a-3}{a+1};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{x^2}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x+1}{x} \div x$$

$$= \frac{x^2}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x+1}.$$

20. 计算:

$$(1) \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x(x-3)} + \frac{1}{x}$$

$$(2) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times 3^{-1} + (\pi - 2024)^0 \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

【答案】 (1) $\frac{2}{x}$

(2) 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减混合运算，实数的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

(1) 先通分，再进行加减计算，最后化为最简分式；

(2) 分别计算负整数指数幂，零指数幂，再进行混合计算即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x(x-3)} + \frac{1}{x}$$

$$= \frac{x-3+x-3}{x(x-3)}$$

$$= \frac{2x-6}{x(x-3)}$$

$$= \frac{2(x-3)}{x(x-3)}$$

$$= \frac{2}{x}.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times 3^{-1} + (\pi - 2024)^0 \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} + 1 \div 4$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 1.$$

21. 计算:

$$(1) \frac{x-1}{x^2+3x+2} - \frac{6}{x^2+x-2} - \frac{8+x}{x^2-4}$$

$$(2) (x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$$

$$\text{【答案】 } (1) -\frac{18x^2-12x-18}{x^4-5x^2+4}$$

(2) 0

【解析】

【分析】 本题考查分式的运算，负整数指数幂，

(1) 先将每个分式的分母分解因式，然后根据异分母加减运算法则进行运算即可；

(2) 先根据负整数指数幂的运算法则将负整数指数转化为正整数指数，然后在每个括号内根据异分母加减运算法则进行运算，然后将除法化为乘法并约分，最后进行减法运算即可；

解题的关键是掌握负整数指数幂的运算法则：一个数(零除外)的负整数指数幂等于这个数的正整数指数幂的倒数.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{x-1}{x^2+3x+2} - \frac{6}{x^2+x-2} - \frac{8+x}{x^2-4} \\ &= \frac{x-1}{(x+1)(x+2)} - \frac{6}{(x-1)(x+2)} - \frac{x+8}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{(x-1)^2(x-2)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} - \frac{6(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} - \frac{(x+1)(x-1)(x+8)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x^3-4x^2+5x-2}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} - \frac{6x^2-6x-12}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} - \frac{x^3+8x^2-x-8}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x^3-4x^2+5x-2-(6x^2-6x-12)-(x^3+8x^2-x-8)}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x^3-4x^2+5x-2-6x^2+6x+12-x^3-8x^2+x+8}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{-18x^2+12x+18}{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{-18x^2+12x+18}{(x^2-1)(x^2-4)} \\ &= -\frac{18x^2-12x-18}{x^4-5x^2+4}; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & (x^{-1}-y^{-1}) \div (x^{-2}-y^{-2}) - xy(x+y)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) - \frac{xy}{x+y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{y-x}{xy} \div \frac{y^2-x^2}{x^2y^2} - \frac{xy}{x+y} \\
&= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{(y+x)(y-x)} - \frac{xy}{x+y} \\
&= \frac{xy}{x+y} - \frac{xy}{x+y} \\
&= 0.
\end{aligned}$$

22. 解方程: $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{12}{x^2-9}$.

【答案】无解

【解析】

【分析】此题考查了解分式方程，分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：方程两边同时乘以 $(x+3)(x-3)$ ，得 $2(x+3) - (x-3) = 12$ ，

去括号，得： $2x+6-x+3=12$ ，

移项，得： $2x-x=12-3-6$ ，

合并同类项，得： $x=3$ ，

检验：把 $x=3$ 代入 $(x+3)(x-3)=0$ ，

$\therefore x=3$ 是增根，原方程无解.

四、解答题：本题共 4 小题，共 24 分.

23. 先化简，再求值： $\left(\frac{2x+2}{x^2-1} + 1\right) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ ，其中 $x=4$.

【答案】 $x-1$ ， 3.

【解析】

【分析】本题考查了分式的化简求值，先把括号里通分合并，同时将除法写成乘法，然后再约分，将 $x=4$ 代入计算即可，熟练掌握法则是解题的关键.

$$\begin{aligned}
\text{【详解】解：原式} &= \left[\frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)} + 1 \right] \times \frac{(x-1)^2}{x+1} \\
&= \left(\frac{2}{x-1} + 1 \right) \times \frac{(x-1)^2}{x+1}
\end{aligned}$$

$$= \frac{2+x-1}{x-1} \times \frac{(x-1)^2}{x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} \times \frac{(x-1)^2}{x+1}$$

$$= x-1,$$

当 $x=4$ 时,

$$\text{原式} = 4-1=3.$$

24. 若关于 x 的方程 $\frac{x-2a}{x-3} + \frac{2a}{3-x} = 2$ 的解是增根, 求 a 的值.

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的增根, 解题的关键是掌握解决分式方程增根问题的步骤: ①化分式方程为整式方程; ②让最简公分母为 0 确定增根; ③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值. 据此解答即可.

【详解】 解: 在方程两边同乘以 $(x-3)$ 得: $x-2a-2a=2(x-3)$,

$\therefore$ 分式方程的解是增根,

$$\therefore x-3=0,$$

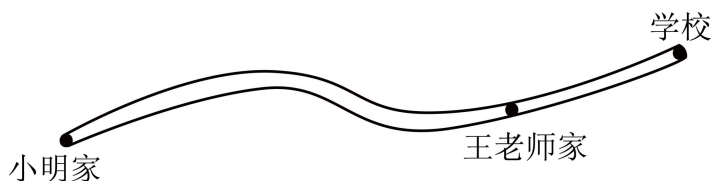
解得: $x=3$,

把 $x=3$ 代入 $x-2a-2a=2(x-3)$ 得: $3-2a-2a=2 \times (3-3)$,

$$\text{解得: } a = \frac{3}{4},$$

$$\therefore a \text{ 的值为 } \frac{3}{4}.$$

25. 如图, 小明家、王老师家、学校在同一条路上, 小明家到王老师家的路程为 3km , 王老师家到学校的路程为 0.5km . 由于小明脚扭伤, 为了使他按时到校, 王老师每天骑自行车接小明上学. 已知王老师骑自行车的平均速度是步行平均速度的 2 倍, 他每天比平时步行上班多用 0.5h , 则王老师步行的平均速度及骑自行车的平均速度各是多少?



【答案】 王老师步行速度为 5.5km/h , 骑自行车的速度为 11km/h

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的实际应用，读懂题意，根据题中的等量关系正确列出方程是解题的关键.

王老师接小明上学后走的总路程为 $3+3+0.5=6.5\text{km}$ ，平时步行去学校的路程为 0.5km ，根据 $\text{时间}=\text{路程}\div\text{速度}$ ，以及关键词“比平时步行上班多用了 0.5h ” 可得出的等量关系是：接小明上学后走的路程 $\div$ 骑车的速度 $=$ 平时上班的路程 $\div$ 步行的速度 $+0.5\text{h}$ ，据此列方程求解即可.

【详解】 解：设王老师步行速度为 $x\text{km/h}$ ，则骑自行车的速度为 $2x\text{km/h}$ ，
依题意，可得：

$$\frac{2\times 3+0.5}{2x}=\frac{0.5}{x}+0.5,$$

解得： $x=5.5$ ，

经检验 $x=5.5$ 是原分式方程的根，

则 $2x=11$ ，

答：王老师步行速度为 5.5km/h ，骑自行车的速度为 11km/h .

26. 定义：如果分式 A 与分式 B 的和等于它们的积，即： $A+B=A\cdot B$ ，那么就称分式 A 与分式 B “互为关联分式”，其中分式 A 是分式 B 的“关联分式” .

例如：分式 $\frac{1}{x}$ 与分式 $\frac{1}{1-x}$ ，因为 $\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x}=\frac{1-x}{x(1-x)}+\frac{x}{x(1-x)}=\frac{1}{x(1-x)}$ ，

$\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{1-x}=\frac{1}{x(1-x)}$ ，所以 $\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x}=\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{1-x}$ ，所以分式 $\frac{1}{x}$ 与分式 $\frac{1}{1-x}$ “互为关联分式”

(1) 判断分式 $\frac{a-b}{a+b}$ 与分式 $\frac{a-b}{2b}$ _____ “互为关联分式”（选填“是”或“不是”）请通过计算说明：

(2) 小明在研究“互为关联分式”时发现：因为 $A+B=A\cdot B$ ，又因为 A, B 都不为 0 ，所以 $\frac{A+B}{A\cdot B}=\frac{A\cdot B}{A\cdot B}$

所以 $\frac{A}{A\cdot B}+\frac{B}{A\cdot B}=\frac{1}{B}+\frac{1}{A}=1$ ，也就是“互为关联分式”的两个分式，将它们各自分子分母颠倒位置后相

加，和为 1 。请你根据小明发现的“互为关联分式”的这个特征，求分式 $\frac{3m+5}{2m+3}$ 的“关联分式”

【答案】 (1) 不是 (2) $\frac{3m+5}{m+2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了新定义下的分式运算，涉及分式的加减计算，分式的乘除法，

(1) 根据关联分式的定义判断即可；

(2) 根据“互为关联分式”的特征，假设其“关联分式”通过分式的运算即可求得答案.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{a-b}{a+b} + \frac{a-b}{2b} \\ &= \frac{2b(a-b) + (a-b)(a+b)}{2b(a+b)}\end{aligned}$$

$$= \frac{2ab - 2b^2 + a^2 - b^2}{2b(a+b)}$$

$$= \frac{2ab - 3b^2 + a^2}{2ab + 2b^2}.$$

$$\frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a-b}{2b}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2b(a+b)}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2ab + 2b^2}.$$

$$\text{所以 } \frac{a-b}{a+b} + \frac{a-b}{2b} \neq \frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a-b}{2b}.$$

所以分式 $\frac{a-b}{a+b}$ 与分式 $\frac{a-b}{2b}$ 不是“互为关联分式”.

故答案为：不是；

【小问 2 详解】

设分式 $\frac{3m+5}{2m+3}$ 的“关联分式”为 A.

$$\text{那么 } \frac{2m+3}{3m+5} + \frac{1}{A} = 1. \text{ 所以 } \frac{1}{A} = 1 - \frac{2m+3}{3m+5} = \frac{m+2}{3m+5}.$$

$$\text{所以 } A = \frac{3m+5}{m+2}.$$

即分式 $\frac{3m+5}{2m+3}$ 的“关联分式”为 $\frac{3m+5}{m+2}$.