

七年级第一学期数学阶段练习

(时间 60 分钟, 满分 150 分)

一、选择题 (每题 4 分, 共 16 分)

1. 要使分式 $\frac{x+1}{(x+1)(x-2)}$ 有意义, 则 x 应满足 ()

- A. $x \neq -1$ B. $x \neq 2$ C. $x \neq \pm 1$ D. $x \neq -1$ 且 $x \neq 2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的是分式有意义的条件, 据此判断即可, 当分母不为 0 时, 分式有意义.

【详解】解: 由题意可得 $(x+1)(x-2) \neq 0$,

$\therefore x+1 \neq 0$ 且 $x-2 \neq 0$,

$\therefore x \neq -1$ 且 $x \neq 2$.

故选: D.

2. 下列分式是最简分式的是 ()

A. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$

B. $\frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 + 5x + 6}$

C. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 10}$

D. $\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查因式分解及最简分式的判断, 掌握因式分解的方法以及最简分式的判断依据是解题的关键, 把每个分式分子分母分解因式, 再根据最简分式的定义“分子分母中不含有公因式, 不能再约分”, 进行判断即可.

【详解】解: A. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{x+y}$, 能约分, 不是最简分式;

B. $\frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x+2)(x-7)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x-7}{x+3}$, 能约分, 不是最简分式;

C. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 7x + 10} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-5)} = \frac{x+2}{x-5}$, 能约分, 不是最简分式;

D. $\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2} = \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2}$, 不能约分, 是最简分式;

故选: D.

3. 如果将分式 $\frac{x^2 + y^2}{x + y}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 3 倍, 那么分式的值 ()

A. 扩大到原来的 3 倍

B. 扩大到原来的 9 倍

C. 不变

D. 无法确定

【答案】 A

【解析】

【分析】 此题考查的知识点是分式的基本性质, 解题的关键是抓住分子、分母变化的倍数. 解此类题首先把字母变化后的值代入式子中, 然后约分, 再与原式比较, 最终得出结论. x , y 都扩大成原来的 3 倍就是分别变成原来的 3 倍, 变成 $3x$ 和 $3y$, 用 $3x$ 和 $3y$ 代替式子中的 x 和 y , 看得到的式子与原来的式子的关系.

【详解】 解: $\frac{(3x)^2 + (3y)^2}{3x + 3y} = \frac{9x^2 + 9y^2}{3x + 3y} = \frac{3(x^2 + y^2)}{x + y}$,

$\therefore$ 将 x , y 的值都扩大到原来的 3 倍, 分式的值扩大到原来的 3 倍.

故选: A.

4. 南京到上海铁路长 300km, 为了适应两市经济的发展, 客车的速度比原来每小时增加了 40km, 因此从南京到上海的时间缩短了一半, 设客车原来的速度是 x km/h, 则根据题意列出的方程是 ()

A. $\frac{300}{x-40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x}$

B. $\frac{300}{x-40} = 2 \cdot \frac{300}{x}$

C. $\frac{300}{x+40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x}$

D. $\frac{300}{x+40} = 2 \cdot \frac{300}{x}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查由实际问题抽象出分式方程, 根据题意和从南京到上海的时间缩短了一半, 可以列出相应的分式方程, 本题得以解决. 解答本题的关键是明确题意, 列出相应的分式方程.

【详解】 解: 由题意可得,

$$\frac{300}{x+40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{x},$$

故选: C.

二、填空题 (每题 4 分, 共 52 分)

5. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{x^2+x-2}$ 的值为 0.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查分式值为 0 的条件, 根据分式值为 0 分子为 0, 分母不为 0 直接求解即可得到答案;

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{x^2-4}{x^2+x-2}$ 的值为 0,

$$\therefore x^2 - 4 = 0, \quad x^2 + x - 2 \neq 0,$$

$$\therefore x = \pm 2,$$

当 $x = 2$ 时, $2^2 + 2 - 2 = 4 \neq 0$, 符合题意;

当 $x = -2$ 时, $(-2)^2 + (-2) - 2 = 0$, 不符合题意;

$$\therefore x = 2 \text{ 时, 分式 } \frac{x^2-4}{x^2+x-2} \text{ 的值为 0.}$$

故答案为: 2.

6. 当 $x \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{-2}{1-3x}$ 的值为正数.

【答案】 $> \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值, 根据题意列出不等式是解题的关键. 根据题意可知分子 $-2 < 0$, 只要分母 $1-3x < 0$ 即可求解.

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{-2}{1-3x}$ 的值为正数,

$$\therefore 1 - 3x < 0,$$

$$\text{解得: } x > \frac{1}{3},$$

$$\text{故答案为: } > \frac{1}{3}.$$

7. 化简: $(2a^3)^{-2}(bc^{-1})^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{b^3}{4a^6c^3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查幂的混合运算, 负整数幂, 熟练掌握整式的积的乘方、幂的乘方运算法则以及负指

数的定义是解题的关键，先计算积的乘方、幂的乘方，再计算单项式乘以单项式，注意最后结果要把负指数化为正指数.

【详解】解： $(2a^3)^{-2}(bc^{-1})^3 = 2^{-2}a^{-6}b^3c^{-3} = \frac{b^3}{4a^6c^3}$ ，

故答案为： $\frac{b^3}{4a^6c^3}$.

8. 某种颗粒的半径约为 0.000025 米，用科学记数法表示这个数为_____米.

【答案】 2.5×10^{-5}

【解析】

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【详解】 $0.000025 = 2.5 \times 10^{-5}$

故答案为： 2.5×10^{-5} .

9. 若 $x^2 + x^{-2} = 5$ ，则 $x^4 + x^{-4}$ 的值为_____.

【答案】 23

【解析】

【分析】本题考查了负整数指数幂，零指数幂，同底数幂的乘法，完全平方公式的应用，根据完全平方公式进行计算即可求解.

【详解】解： $\because x^2 + x^{-2} = 5$ ，

$\therefore x^4 + x^{-4} = (x^2 + x^{-2})^2 - 2x^2x^{-2} = (x^2 + x^{-2})^2 - 2x^0 = 25 - 2 = 23$ ，

故答案为： 23.

10. 已知 $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{x+y}{5}$ ，则 $\frac{3x+2y+1}{x+2y+3} =$ _____.

【答案】 $\frac{13}{9}$

【解析】

【分析】本题考查的是分式的求值，求出 x 、 y 的值，进行解题. 设 $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{x+y}{5} = m$ ，可得 x 、 y 与 m 的关系，解可得 m 、 x 、 y 的值，代入分式计算可得答案.

【详解】解： 设 $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{x+y}{5} = m$ ，则 $x+1=3m$ ， $y+3=4m$ ， $x+y=5m$ ；

$$\text{则 } (x+1) + (y+3) = 5m+4 = 7m,$$

解得 $m = 2$,

进而可得 $x = 5$, $y = 5$,

$$\text{代入分式可得 } \frac{3x+2y+1}{x+2y+3} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9},$$

故答案为: $\frac{13}{9}$.

11. 若方程 $\frac{k}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 3$ 有增根, 则 k 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】本题考查分式的增根问题, 增根是分式方程化为整式方程后产生的使分式方程的分母为 0 的根. 有增根, 那么最简公分母 $x-1=0$, 所以增根是 $x=1$, 把增根代入化为整式方程的方程即可求出 k 的值. 解题的关键是掌握关于增根问题解决的步骤: ①根据最简公分母确定增根的值; ②化分式方程为整式方程; ③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

【详解】解: 方程两边都乘 $(x-1)$,

$$\text{得: } k-2=3(x-1),$$

$\because$ 原方程有增根,

$$\therefore \text{最简公分母 } x-1=0,$$

$$\text{解得: } x=1,$$

$$\therefore k-2=3 \times (1-1),$$

$$\text{解得: } k=2,$$

$\therefore k$ 的值是 2.

故答案为: 2.

12. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则代数式 $\frac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值为_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】此题考查了分式的求值运算, 适当变形后整体代入是解题的关键. 将 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ 变形为 $x-y=-3xy$,

再将 $\frac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}$ 变形为 $\frac{2(x-y)-14xy}{(x-y)-2xy}$ 整体代入求解.

【详解】解: $\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{x-y}{xy} = 3$, 即 $x-y = -3xy$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{2(x-y)-14xy}{(x-y)-2xy} = \frac{-20xy}{-5xy} = 4.$$

故答案为: 4.

13. 一项工程, 若甲、乙两人合作需要 m 小时完成, 甲单独做需要 n 小时完成, 那么乙单独做需要_____小时完成.

【答案】 $\frac{mn}{n-m}$

【解析】

【分析】设乙单独做需要 x 小时, 根据工作效率=工作量÷工作时间, 再根据合作的效率=效率甲工作效率+乙工作效率, 列出方程求解即可.

【详解】解: 设乙单独做需要 x 小时, 根据题意, 得

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{n} + \frac{1}{x}$$

$$\text{解得: } x = \frac{mn}{n-m},$$

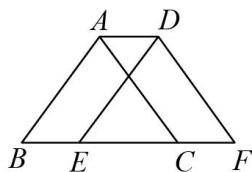
经检验, $x = \frac{mn}{n-m}$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore$ 乙单独做需要 $\frac{mn}{n-m}$ 小时.

故答案为: $\frac{mn}{n-m}$.

【点睛】本题考查分式方程的应用, 根据题意, 找出等量关系, 列出方程是解题的关键.

14. 如图, 将边长为 6cm 的等边 $\triangle ABC$ 沿 BC 边向右平移得到 $\triangle DEF$. 平移后, 如果四边形 $ABFD$ 的周长是 22cm, 那么平移的距离应该是_____cm.



【答案】 2

【解析】

【分析】根据平移的性质，得 $AD = CF$ ；根据等边三角形的性质，得 $AB = BC = EF = DF = 6\text{cm}$ ，结合题意，通过列一元一次方程并求解，即可得到答案.

【详解】根据题意，得： $AB = BC = EF = DF = 6\text{cm}$ ， $AD = CF$

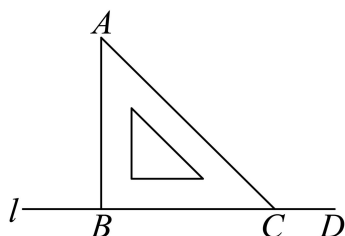
$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长 $= AB + BC + CF + DF + AD = 2AD + 18\text{cm} = 22\text{cm}$

$\therefore AD = 2\text{cm}$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了等边三角形、平移的知识；解题的关键是熟练掌握等边三角形、平移的性质，从而完成求解.

15. 如图，等腰三角形 ABC 的直角边 BC 落在直线 l 上，若将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转，使 AC 边正好落在直线 l 上，则旋转角的度数是_____

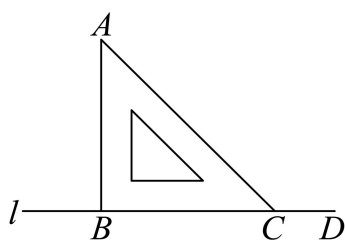


【答案】 135° 或 315°

【解析】

【分析】由旋转角定义直接可得答案.

【详解】解：如图：



$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形， $\angle B$ 是直角，

$\therefore \angle ACB = 45^\circ$ ，

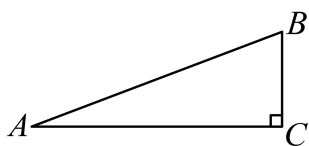
根据题意，当在 0° 到 180° 范围内时，旋转角 $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 135^\circ$ ，

当在 180° 到 360° 范围内时，旋转角 $= 360^\circ - \angle ACB = 315^\circ$ ，

故答案为： 135° 或 315° .

【点睛】本题考查等腰直角三角形的旋转，解题的关键是掌握旋转的性质.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 22^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转至 $\triangle A'B'C'$ ，点 A 、 B 分别与点 A' 、 B' 对应，如果直线 $A'B' \perp$ 直线 AB ，那么 $\angle B'A'A$ 的度数是_____.

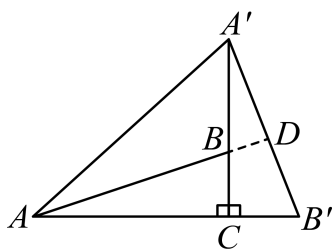


【答案】 67° 或 23°

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质，等腰直角三角形的性质，分类讨论是解题的关键。根据题意分两种情况讨论，分别画出图形，根据旋转的性质以及等腰三角形的性质，即可求解。

【详解】 解：如图所示，当点 A' 在 AC 上方时，延长 AB 交 $A'B'$ 于点 D ，



$\because$ 直线 $A'B' \perp$ 直线 AB ，

$\therefore \angle ADA' = 90^\circ$ ，

由旋转的性质得： $\angle BAC = \angle B'A'C = 22^\circ$ ， $AC = A'C$ ，

$\therefore \angle A'BD = \angle ABC$ ，

$\therefore \angle ACA' = \angle ADA' = 90^\circ$ ，

$\therefore AC = A'C$ ，

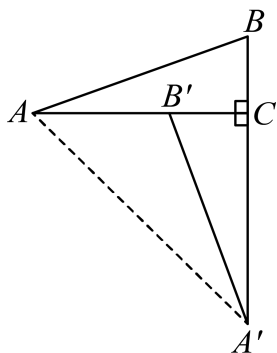
$\therefore \angle CA'A = \angle CAA' = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle B'A'A = \angle AA'B + \angle B'A'C = 45^\circ + 22^\circ = 67^\circ$ ；

如图所示，当点 A' 在 AC 下方时，

同理可得 $\angle AA'C = 45^\circ$

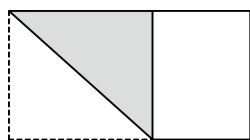
$\therefore \angle B'A'A = \angle AA'B - \angle B'A'C = 45^\circ - 22^\circ = 23^\circ$



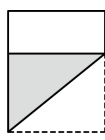
综上所述， $\angle B'A'A$ 的度数为 67° 或 23° ，

故答案为： 67° 或 23° .

17. 把长为 20，宽为 a 的长方形纸片($10 < a < 20$)，如图那样折一下，剪下一个边长等于长方形宽度的正方形(称为第一次操作)；再把剩下的长方形如图那样折一下，剪下一个边长等于此时长方形宽度的正方形(称为第二次操作)；如此反复操作下去，若在第 n 次操作后，剩下的长方形为正方形，则操作停止. 当 $n=3$ 时， a 的值为_____.



第一次操作



第二次操作

【答案】 12 或 15

【解析】

【分析】根据操作步骤，可知每一次操作时所得正方形的边长都等于原矩形的宽. 所以首先需要判断矩形相邻的两边中，哪一条边是矩形的宽. 当 $10 < a < 20$ 时，矩形的长为 20，宽为 a ，所以第一次操作时所得正方形的边长为 a ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $20-a$ ， a . 由 $20-a < a$ 可知，第二次操作时所得正方形的边长为 $20-a$ ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $20-a$ ， $a-(20-a)=2a-20$. 由于 $(20-a)-(2a-20)=40-3a$ ，所以 $(20-a)$ 与 $(2a-20)$ 的大小关系不能确定，需要分情况进行讨论. 又因为可以进行三次操作，故分两种情况：① $20-a > 2a-20$ ；② $20-a < 2a-20$. 对于每一种情况，分别求出操作后剩下的矩形的两边，根据剩下的矩形为正方形，列出方程，求出 a 的值.

【详解】由题意，可知当 $10 < a < 20$ 时，第一次操作后剩下的矩形的长为 a ，宽为 $20-a$ ，所以第二次操作时正方形的边长为 $20-a$ ，

第二次操作以后剩下的矩形的两边分别为 $20-a$ ， $2a-20$. 此时，分两种情况：

①如果 $20-a > 2a-20$ ，即 $a < \frac{40}{3}$ ，那么第三次操作时正方形的边长为 $2a-20$.

$\therefore$ 经过第三次操作后所得的矩形是正方形，

$\therefore$ 矩形的宽等于 $20-a$ ，

即 $2a-20 = (20-a) - (2a-20)$ ，

解得 $a=12$ ；

②如果 $20-a < 2a-20$ ，即 $a > \frac{40}{3}$ ，那么第三次操作时正方形的边长为 $20-a$.

则 $20-a = (2a-20) - (20-a)$ ，

解得 $a=15$.

故答案为 12 或 15.

三、简答题 (每题 6 分, 共 42 分)

18. 因式分解: $x^4 - 3x^2 - 4$

【答案】 $(x^2 + 1)(x + 2)(x - 2)$,

【解析】

【分析】 本题考查的是十字相乘法因式分解, 掌握十字相乘法、平方差公式因式分解是解题的关键. 先利用十字相乘法因式分解, 在利用平方差公式进行因式分解.

【详解】 解: $x^4 - 3x^2 - 4$

$$= (x^2 + 1)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 2)(x - 2),$$

19. 计算: $\left(\frac{2xz}{y}\right)^{-2} \div \left(-\frac{xz}{3y}\right) \cdot \frac{8x}{y^3}$

【答案】 $-\frac{6}{x^2 z^3}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的乘除混合运算, 掌握负整数指数幂的运算法则和分式乘除法混合运算法则是解题关键. 根据负整数指数幂进行计算, 将除法变为乘法, 然后再算乘法即可.

【详解】 解: 原式 $= \frac{y^2}{4x^2 z^2} \div \left(-\frac{xz}{3y}\right) \cdot \frac{8x}{y^3}$

$$= \frac{y^2}{4x^2 z^2} \cdot \left(-\frac{3y}{xz}\right) \cdot \frac{8x}{y^3}$$

$$= -\frac{6}{x^2 z^3}.$$

20. 计算: $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 10} \div \frac{x - 1}{x - 2}$

【答案】 $\frac{x + 1}{x + 5}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的除法运算, 熟练掌握约分, 灵活进行因式分解是解题的关键. 先把各个分式的分子、分母因式分解, 根据分式的除法法则、约分法则计算即可.

【详解】 解: 原式 $= \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 5)(x - 2)} \times \frac{(x - 2)}{(x - 1)}$

$$= \frac{x+1}{x+5}.$$

21. 计算: $\frac{a^2}{a-1} - a - 1.$

【答案】 $\frac{1}{a-1}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减法运算，熟练掌握运算法则是解题关键；根据分式的加减法则进行计算即可求解.

【详解】 解：原式 $= \frac{a^2}{a-1} - (a+1)$

$$= \frac{a^2}{a-1} - \frac{(a+1)(a-1)}{a-1}$$

$$= \frac{a^2 - a^2 + 1}{a-1}$$

$$= \frac{1}{a-1}.$$

22. 化简: $\frac{1}{2-x} + \frac{6}{x^2-4} - \frac{1-x}{4-2x}.$

【答案】 $-\frac{x+5}{2x+4}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减运算，掌握分式的加减运算法则是解题的关键. 先通分化为同分母分式再进行加减，最后化为最简分式即可.

【详解】 解：原式 $= -\frac{2x+4}{2(x+2)(x-2)} + \frac{12}{2(x+2)(x-2)} - \frac{(x+2)(x-1)}{2(x+2)(x-2)}$

$$= \frac{-2x-4+12-x^2-x+2}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= -\frac{x^2+3x-10}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= -\frac{(x+5)(x-2)}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= -\frac{x+5}{2x+4}.$$

23. 解方程: $\frac{2-x}{x-3} + 2 = \frac{1}{3-x}$.

【答案】 无解

【解析】

【分析】 此题考查了解分式方程，分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解，解分式方程注意要检验.

【详解】 解: $\frac{2-x}{x-3} + 2 = \frac{1}{3-x}$

去分母得: $x-2+2(3-x)=1$,

解得: $x=3$,

检验: 把 $x=3$ 代入得: $x-3=0$,

$\therefore$ 分式方程无解.

24. 解方程: $1 - \frac{4}{1-x^2} = \frac{x-3}{x-1}$.

【答案】 $x=-3$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解法，解题的关键是去分母，注意分式方程的解一定要检验. 去分母，将分式方程转化为整式方程解出 x 的值并检验.

【详解】 解: $1 - \frac{4}{1-x^2} = \frac{x-3}{x-1}$

去分母得: $(x+1)(x-1)+4=(x-3)(x+1)$

去括号得: $x^2-1+4=x^2-2x-3$,

移项合并同类项得: $2x=-6$,

解得: $x=-3$

检验: 当 $x=-3$ 时, $x^2-1=(-3)^2-1=8 \neq 0$,

故 $x=-3$ 是原分式方程的解.

四、解答题 (共 40 分)

25. 先化简: $\left(\frac{a+3}{a^2-4} - \frac{a}{a^2-a-6}\right) \div \frac{2a-9}{5a-10}$, 再 -2 , 2 , 3 , 5 中选一个你喜欢的 a 值代入求值.

【答案】 $\frac{5}{a^2-a-6}$; $\frac{5}{14}$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式的化简求值；先根据分式混合运算法则把原式进行化简，再选取合适的值代入求解.

【详解】 解：
$$\left(\frac{a+3}{a^2-4} - \frac{a}{a^2-a-6} \right) \div \frac{2a-9}{5a-10}$$
$$= \left[\frac{(a+3)(a-3)}{(a+2)(a-2)(a-3)} - \frac{a(a-2)}{(a+2)(a-2)(a-3)} \right] \div \frac{2a-9}{5(a-2)}$$
$$= \frac{a^2-9-a^2+2a}{(a+2)(a-2)(a-3)} \times \frac{5(a-2)}{2a-9}$$
$$= \frac{2a-9}{(a+2)(a-2)(a-3)} \times \frac{5(a-2)}{2a-9}$$
$$= \frac{5}{(a+2)(a-3)}$$
$$= \frac{5}{a^2-a-6};$$
$$\therefore a \neq \pm 2, 3,$$

当 $a=5$ 时, 原式 $= \frac{5}{(5+2)(5-3)} = \frac{5}{14}.$

26. 关于 x 的方程: $\frac{3}{x+1} + \frac{6}{x-1} = \frac{mx}{(x+1)(x-1)}.$

- (1) 若方程有增根, 求 m 的取值;
- (2) 若方程无解, 求 m 的取值;
- (3) 若方程的解为整数, 求整数 m 的取值范围.

【答案】 (1) 6 或 12

(2) 6 或 9 或 12

(3) 8 或 10

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根, 解分式方程, 掌握分式方程的解法是解题的关键.

- (1) 根据分式方程的解法得出 $(m-9)x=3$, 然后将增根 $x=\pm 1$ 代入求解即可;
- (2) 分当 $m-9=0$ 时原分式方程无解, 当 $m=6$ 或 12 时方程有增根, 从而求解;
- (3) 由 $(m-9)x=3$, 得 $x=\frac{3}{m-9}$, 然后根据方程的解为整数得出 $m-9=\pm 3$, $m-9=\pm 1$, 最后求解

并检验即可.

【小问 1 详解】

解: 去分母, 得 $3(x-1)+6(x+1)=mx$,

去括号, 得 $3x-3+6x+6=mx$,

移项、合并同类项, 得 $(m-9)x=3$,

当 $x=-1$ 时, 得 $9-m=3$,

解得 $m=6$;

当 $x=1$ 时, 得 $m-9=3$,

解得 $m=12$,

$\therefore$ 若方程有增根, m 的取值为 6 或 12;

【小问 2 详解】

解: $\because (m-9)x=3$,

$\therefore$ 当 $m-9=0$ 时原分式方程无解,

$\therefore m=9$,

$\therefore$ 当 $m=6$ 或 12 时方程有增根,

$\therefore$ 若方程无解, m 的取值为 6 或 9 或 12;

【小问 3 详解】

解: $\because (m-9)x=3$,

$\therefore x=\frac{3}{m-9}$,

$\therefore$ 方程的解为整数,

$\therefore m-9=\pm 3$, $m-9=\pm 1$,

当 $m-9=3$ 时, $m=12$ (舍去);

当 $m-9=-3$ 时, $m=6$ (舍去);

当 $m-9=1$ 时, $m=10$;

当 $m-9=-1$ 时, $m=8$;

$\therefore m=8$ 或 10.

27. 已知 $\frac{3x^2-7x+2}{(x-1)(x+1)}=3+\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+1}$ 是恒等式, 请分别求 a 、 b 的值.

【答案】
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -6 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查的是分式的恒等，掌握“分式的恒等的含义”是解本题的关键。先把分式恒等式去分母可得 $3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 + (a+b)x + a - b - 3$ ，再利用恒等建立方程组即可。

【详解】 解：
$$\frac{3x^2 - 7x + 2}{(x-1)(x+1)} = 3 + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1},$$

$$\therefore \text{去分母可得： } 3x^2 - 7x + 2 = 3(x+1)(x-1) + a(x+1) + b(x-1),$$

$$\therefore 3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 + (a+b)x + a - b - 3,$$

由恒等式可得：

$$\begin{cases} a+b=-7 \\ a-b-3=2 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -6 \end{cases}$$

28. 甲安装队为 A 小区安装 66 台空调，乙安装队为 B 小区安装 60 台空调，两队同时开工且恰好同时完工，甲队比乙队每天多安装 2 台，两队分别每天安装几台空调？

【答案】 甲队每天安装 22 台空调，乙队每天安装 20 台空调。

【解析】

【分析】 设乙队每天安装 x 台空调，则甲队每天安装 $(x+2)$ 台空调，然后根据等量关系“两队同时开工且恰好同时完工”列出分式方程并解答即可。

【详解】 解： 设乙队每天安装 x 台空调，则甲队每天安装 $(x+2)$ 台空调，

根据题意得：
$$\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}, \text{ 解得 } x=20,$$

经检验， $x=20$ 是原方程的根

$$\therefore \text{甲队每天安装 } x+2=20+2=22 \text{ (台)，乙队每天安装 } 20 \text{ 台空调。}$$

答： 甲队每天安装 22 台空调，乙队每天安装 20 台空调。

【点睛】 本题主要考查了分式方程的应用，根据题意列出分式方程并正确求解成为解答本题的关键。

29. 甲乙二人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行。出发时他们的速度比是 3:2，他们第一次相遇后，甲的速度提高了 20%，乙的速度提高了 30%，这样，当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有 14 千米，那么 A、B 两地间的距离是多少千米？

【答案】甲到达B地时，乙离A地还有14千米，那么A、B两地间的距离是45千米。

【解析】

【分析】本题考查了有理数混合运算的应用，根据题意，列出算式，再根据有理数的运算法则计算即可求解，根据题意，正确列出算式是解题的关键。

【详解】解：相遇时，甲行了全程的 $\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$ ，乙行了全程的 $\frac{2}{5}$ ，

提速后，甲速：乙速 $=[3\times(1+20\%)]:[2\times(1+30\%)]=18:13$ ，

则A、B两地相距为： $14\div\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{13}{18}\right)=14\div\frac{14}{45}=45$ 千米，

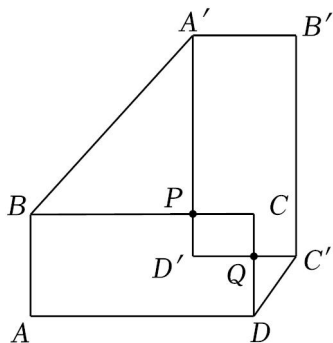
答：甲到达B地时，乙离A地还有14千米，那么A、B两地间的距离是45千米。

30. 如图，在长方形ABCD中，AB=3厘米，BC=a厘米($a>3$)，点Q在边CD上(不与点C、D重合)，CQ=x厘米。将长方形ABCD绕点Q顺时针旋转90度后，得到长方形A'B'C'D'，且重叠部分的四边形PCQD'是长方形。连接A'B，C'D。

(1) 若BC=7厘米，CQ=1厘米，则三角形A'BP的面积=____平方厘米；

(2) 用含有x、a的代数式表示三角形A'BP的面积；

(3) 若 $S_{\triangle A'BP}=S_{\triangle C'DQ}+2$ ，求BC的长度。



【答案】(1) 15；(2) $(\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}x)\text{cm}^2$ ；(3) 4cm

【解析】

【分析】(1) 根据性质的性质可得 $A'D'=7\text{cm}$ ， $C'Q=CQ=1\text{cm}$ ， $PD'=1\text{cm}$ ，进而求得 $BP=5\text{cm}$ ， $A'P=6\text{cm}$ ，根据 $S_{\triangle A'BP}=\frac{1}{2}\times BP\times A'P$ 即可求得；

(2) 根据(1)的方法求解即可；

(3) 根据(2)的结论和已知条件可得 $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2 + 2$ ，解方程求解即可

【详解】(1) 解: $\because$ 将长方形 $ABCD$ 绕点 Q 顺时针旋转 90° 后, 得到长方形 $A'B'C'D'$,

$$\therefore QD = QD', \quad CQ = C'Q, \quad A'D' = AD = BC,$$

$$\because BC = 7 \text{ cm}, \quad CQ = 1 \text{ cm}, \quad AB = 3 \text{ cm},$$

$$\therefore A'D' = 7 \text{ cm}, \quad C'Q = CQ = 1 \text{ cm}, \quad PD' = 1 \text{ cm},$$

$$\therefore D'Q = 2 \text{ cm} = CP,$$

$$\therefore BP = 5 \text{ cm}, \quad A'P = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore S_{\triangle A'BP} = \frac{1}{2} \times BP \times A'P = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15 (\text{cm})^2,$$

故答案为: 15;

(2) 解: $\because$ 将长方形 $ABCD$ 绕点 Q 顺时针旋转 90° 后, 得到长方形 $A'B'C'D'$,

$$\therefore QD = QD', \quad CQ = C'Q, \quad A'D' = AD = BC,$$

$$\because BC = a \text{ 厘米}, \quad CQ = x \text{ 厘米}, \quad AB = 3 \text{ 厘米},$$

$$\therefore A'D' = a \text{ 厘米}, \quad C'Q = CQ = x \text{ 厘米}, \quad PD' = x \text{ 厘米},$$

$$\therefore D'Q = CP = (3 - x) \text{ 厘米},$$

$$\therefore BP = (a + x - 3) \text{ 厘米}, \quad A'P = (a - x) \text{ 厘米},$$

$$\therefore S_{\triangle A'BP} = \frac{1}{2} \times BP \times A'P = \frac{1}{2} \times (a + x - 3) \times (a - x) = \left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}x \right);$$

$$(3) \text{ 解: } \because S_{\triangle C'DQ} = \frac{1}{2} C'Q \times DQ = \frac{1}{2} x \cdot (3 - x) = \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2 \right), \quad S_{\triangle A'BP} = S_{\triangle C'DQ} + 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2 + 2,$$

解得: $a_1 = 4$, $a_2 = -1$ (不合题意舍去),

$\therefore BC$ 的长度为 4 cm .

【点睛】 本题考查了旋转的性质, 一元二次方程的应用, 掌握旋转的性质, 根据题意求得 $S_{\triangle A'BP}$ 是解题的关键.