

2024 学年七宝实验中学初一第一次数学月考 2024.10

一、填空题 (本大题共计 14 小题, 每小题 2 分, 满分 28 分)

1. 单项式 $-\frac{3x^3y^2z}{8}$ 的系数是_____, 次数是_____

【答案】 ①. $-\frac{3}{8}$ ②. 6

【解析】

【分析】根据单项式的系数和次数的定义解答即可.

【详解】解: 单项式 $-\frac{3x^3y^2z}{8}$ 的系数是 $-\frac{3}{8}$, 次数是 6.

故答案为: $-\frac{3}{8}$, 6.

【点睛】本题考查了单项式的相关概念, 属于基础题目, 熟练掌握基本知识是解题关键.

2. 用代数式表示 a 的倒数与 b 的倒数的平方和_____.

【答案】 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

【解析】

【分析】先表示出 a 的倒数和 b 的倒数的平方再相加即可.

【详解】解: a 的倒数的平方为: $\frac{1}{a^2}$, b 的倒数的平方为 $\frac{1}{b^2}$,

$\therefore a$ 的倒数与 b 的倒数的平方和为: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$,

故答案为: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

【点睛】本题考查了列代数式, 熟练掌握代数式的正确书写是解题的关键.

3. 把多项式 $5a^2b + 4a^3 - 3ab^2$ 按字母 b 的降幂排列为_____

【答案】 $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$

【解析】

【分析】先分清多项式的各项, 再按照多项式降幂排列的要求解答即可.

【详解】解: 多项式 $5a^2b + 4a^3 - 3ab^2$ 按字母 b 的降幂排列为 $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$.

故答案为: $-3ab^2 + 5a^2b + 4a^3$.

【点睛】本题考查了多项式的相关知识, 属于基础题目, 熟练掌握基本知识是关键.

4. 合并同类项: $\frac{1}{2}a^2b - \frac{2}{3}b^2a - a^2b + ab^2 =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{2}a^2b$

【解析】

【分析】 根据合并同类项的法则解答即可.

【详解】 解: $\frac{1}{2}a^2b - \frac{2}{3}b^2a - a^2b + ab^2 = \frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{2}a^2b$.

故答案为: $\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{2}a^2b$.

【点睛】 本题考查了合并同类项的法则, 属于基础题目, 熟练掌握解答的方法是解题关键.

5. 计算: $y^3 \cdot y^2 \cdot y =$ _____.

【答案】 y^6

【解析】

【分析】 根据同底数幂的乘法法则解答即可.

【详解】 解: $y^3 \cdot y^2 \cdot y = y^6$.

故答案为: y^6 .

【点睛】 本题考查了同底数幂的乘法, 属于基础题目, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

6. 计算: $(-\frac{1}{2}a^2b^3)^4 =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{16}a^8b^{12}$

【解析】

【分析】 根据积的乘方运算法则解答即可.

【详解】 解: $\left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right)^4 = \frac{1}{16}a^8b^{12}$.

故答案为: $\frac{1}{16}a^8b^{12}$.

【点睛】 本题考查了积的乘方, 属于基本题型, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

7. 计算: $(2x-1)(1-2x) =$ _____.

【答案】 $-4x^2 + 4x - 1$

【解析】

【分析】 根据多项式乘以多项式的运算法则进行计算.

【详解】解： $(2x-1)(1-2x) = 2x - 4x^2 - 1 + 2x = -4x^2 + 4x - 1$.

故答案是： $-4x^2 + 4x - 1$.

【点睛】 本题考查多项式乘多项式，解题的关键是掌握多项式乘多项式的计算.

8. 如果 $x^{m-1}y^2$ 和 $-\frac{1}{2}x^2y^{n+1}$ 是同类项，那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 ①. 3 ②. 1

【解析】

【分析】 根据同类项的定义可得关于 m 、 n 的方程，解方程即得答案.

【详解】 解： 因为 $x^{m-1}y^2$ 和 $-\frac{1}{2}x^2y^{n+1}$ 是同类项，

所以 $m-1=2$ ， $2=n+1$ ，

所以 $m=3$ ， $n=1$.

故答案为： 3， 1.

【点睛】 本题考查了同类项的定义，属于常见题型，熟知概念是关键.

9. 因式分解： $-9a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(b+3a)(b-3a)$

【解析】

【分析】 根据平方差公式进行因式分解即可；

【详解】 原式 $= (b+3a)(b-3a)$ ；

故答案是 $(b+3a)(b-3a)$.

【点睛】 本题主要考查了平方差公式进行因式分解，准确分析化简是解题的关键.

10. 计算： $(-\frac{5}{4})^{2012} \times 0.8^{2013} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 先将 0.8 化为 $\frac{4}{5}$ ，再根据同底数幂的乘法公式逆运用将 $(\frac{4}{5})^{2013}$ 变形为 $(\frac{4}{5})^{2012} \times \frac{4}{5}$ ，然后根据积的

乘方公式的逆运用 $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ 进行计算.

【详解】 原式 $= (-\frac{5}{4})^{2012} \times (\frac{4}{5})^{2013} = (-\frac{5}{4} \times \frac{4}{5})^{2012} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

【点睛】 本题考查同底数幂的乘法公式和积的乘方公式的逆运用，观察出底数的关系，再根据公式变形是解题的关键.

11. 多项式 $x^2 - 2x + 1$ 减去 $2x^2 - 2x - 1$ 的差是_____.

【答案】 $-x^2 + 2$

【解析】

【分析】 用括号将两个多项式括起来相减，然后再去括号，合并同类项.

【详解】 $(x^2 - 2x + 1) - (2x^2 - 2x - 1)$

$$= x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 2x + 1$$

$$= -x^2 + 2$$

故答案为 $-x^2 + 2$.

【点睛】 本题考查多项式的加减法，关键是掌握去括号与合并同类项法则，需要注意用括号将多项式括起来.

12. 已知 $2 \times 4^m = 2^{11}$ ，那么 $m =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 将 4^m 变形为 2^{2m} ，然后利用同底数幂乘法公式，建立方程求解即可.

【详解】 解： $\because 4^m = (2^2)^m = 2^{2m}$

$$\therefore \text{原式可化为 } 2 \times 2^{2m} = 2^{11}$$

$$\therefore 2^{2m+1} = 2^{11}$$

$$\therefore 2m + 1 = 11$$

$$\text{解得 } m = 5$$

故答案为 5.

【点睛】 本题考查幂的乘方和同底数幂的乘法公式的应用，利用公式将原方程变形，得到一元一次方程是关键.

13. 已知关于 x 的二次三项式 $x^2 - (a - 1)x + 4$ 是完全平方式，则 $a =$ _____.

【答案】 -3 或 5

【解析】

【分析】首位两项分别是 x 和 2 的平方，根据完全平方式的形式可知中间项是加上或者减去它们积的 2 倍，列出等式可得出结果.

【详解】 $\because$ 关于 x 的二次三项式 $x^2 - (a-1)x + 4$ 是完全平方式

$$\therefore -(a-1)x = \pm 2x \cdot 2$$

$$\therefore -(a-1) = \pm 4$$

解得 $a = -3$ 或 5

故答案为 -3 或 5 .

【点睛】本题考查了完全平方式的应用，关键是掌握完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

14. 观察下列规律：

$$\textcircled{1} 1 \times 3 = 3, 3 = 2^2 - 1 \quad \textcircled{2} 3 \times 5 = 15, 15 = 4^2 - 1;$$

$$\textcircled{3} 5 \times 7 = 35, 35 = 6^2 - 1 \quad \textcircled{4} 7 \times 9 = 63, 63 = 8^2 - 1$$

请你用字母 n (n 为正整数) 来表示这一规律：_____.

【答案】 $(2n-1)(2n+1) = (2n)^2 - 1$

【解析】

【分析】等式左边是连续奇数之积，右边利用平方差即可得出结果.

【详解】 $1 \times 3 = (2-1) \times (2+1) = 2^2 - 1;$

$$3 \times 5 = (4-1) \times (4+1) = 4^2 - 1$$

$$5 \times 7 = (6-1) \times (6+1) = 6^2 - 1$$

$$7 \times 9 = (8-1) \times (8+1) = 8^2 - 1$$

...

所以第 n 个式子为： $(2n-1)(2n+1) = (2n)^2 - 1$.

【点睛】本题考查平方差公式的应用，根据式子特点，联想平方差公式得到规律是解题的关键.

二、选择题（本大题共计4小题，每小题3分，满分12分）

15. 若 $a-1$ 是 $a^2 + 5a + m$ 的因式，则 m 的值是（ ）

A. 4

B. 6

C. -4

D. -6

【答案】D

【解析】

【分析】利用因式分解与整式乘法的恒等关系计算解答即可.

【详解】 $\because$ 多项式 $a^2 + 5a + m$ 因式分解后有一个因式为 $a - 1$,

$\therefore$ 设另一个因式是 $a - k$, 即 $a^2 + 5a + m = (a - 1)(a - k) = a^2 - (k + 1)a + k$,

$$\text{则} \begin{cases} -(k + 1) = 5 \\ k = m \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k = -6 \\ m = -6 \end{cases},$$

故答案为: D.

【点睛】此题考查了因式分解的意义, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

16. 如果多项式 $x - 1$ 与多项式 $x^2 + ax - b$ 相乘, 乘积不含一次项以及二次项, 那么 a, b 的值分别是 ()

A. 1, 1;

B. 1, -1;

C. -1, -1;

D. -1, 1;

【答案】B

【解析】

【分析】根据多项式乘法法则, 先将两个多项式相乘得出结果, 再根据结果不含一次项和二次项, 说明一次项系数和二次项系数为 0, 从而建立关于 a, b 的方程, 即可求解.

【详解】 $(x - 1)(x^2 + ax - b)$

$$= x^3 + ax^2 - bx - x^2 - ax + b$$

$$= x^3 + (a - 1)x^2 - (a + b)x + b$$

$\because$ 乘积不含一次项以及二次项

$$\therefore a - 1 = 0, \quad -(a + b) = 0$$

解得 $a = 1, \quad b = -1$

故选 B.

【点睛】本题考查多项式乘法, 除了掌握多项式乘法公式外, 本题还需要掌握乘积不含一次项以及二次项即一次项系数和二次项系数为 0.

17. 已知在 $x^2 + mx - 16 = (x + a)(x + b)$ 中, a, b 为整数, 能使这个因式分解过程成立的 m 的值共有 () 个

A. 4

B. 5

C. 8

D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】先根据整式的乘法可得 $m = a + b, ab = -16$ ，再根据“ a, b 为整数”进行分析即可得.

【详解】 $\because (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$,

$$\therefore x^2 + mx - 16 = x^2 + (a + b)x + ab,$$

$$\therefore m = a + b, ab = -16,$$

根据 a, b 为整数，有以下 10 种情况：

(1) 当 $a = 1, b = -16$ 时， $m = 1 + (-16) = -15$ ；

(2) 当 $a = 2, b = -8$ 时， $m = 2 + (-8) = -6$ ；

(3) 当 $a = 4, b = -4$ 时， $m = 4 + (-4) = 0$ ；

(4) 当 $a = 8, b = -2$ 时， $m = 8 + (-2) = 6$ ；

(5) 当 $a = 16, b = -1$ 时， $m = 16 + (-1) = 15$ ；

(6) 当 $a = -1, b = 16$ 时， $m = -1 + 16 = 15$ ；

(7) 当 $a = -2, b = 8$ 时， $m = -2 + 8 = 6$ ；

(8) 当 $a = -4, b = 4$ 时， $m = -4 + 4 = 0$ ；

(9) 当 $a = -8, b = 2$ 时， $m = -8 + 2 = -6$ ；

(10) 当 $a = -16, b = 1$ 时， $m = -16 + 1 = -15$ ；

综上，符合条件的 m 的值为 $-15, -6, 0, 6, 15$ ，共有 5 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了整式的乘法，依据题意，正确分情况讨论是解题关键.

18. 若 $a^m = 3$ ， $a^n = 2$ ，则 a^{m+2n} 的值是 ()

A. 12

B. 15

C. 16

D. 18

【答案】A

【解析】

【分析】利用同底数幂的乘法公式和幂的乘方公式的逆运用，将 a^{m+2n} 进行变形后，代入条件求值.

【详解】 $a^{m+2n}=a^m \cdot a^{2n}=a^m \cdot (a^n)^2=3 \times 2^2=12$,

故选 A.

【点睛】 本题考查同底数幂的乘法公式和幂的乘方公式的逆运用，熟记公式 $a^{m+n}=a^m \cdot a^n$ 和 $a^{mn}=(a^m)^n$ 并熟练运用是解题的关键.

三、简答题（本大题共计 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

19. 计算： $(x-2y+3)(x+2y-3)$

【答案】 $x^2-4y^2+12y-9$

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的混合运算，原式运用平方差公式和完全平方公式进行计算即可得到答案.

【详解】 解： $(x-2y+3)(x+2y-3)$
 $=x^2-(2y-3)^2$
 $=x^2-(4y^2-12y+9)$
 $=x^2-4y^2+12y-9$.

20. 因式分解： $9-4x^2+4xy-y^2$

【答案】 $(3-2x+y)(3+2x-y)$

【解析】

【分析】 先把后三项作为一组，运用完全平方公式分解，再运用平方差公式分解.

【详解】 解： $9-4x^2+4xy-y^2=9-(4x^2-4xy+y^2)=9-(2x-y)^2=(3-2x+y)(3+2x-y)$.

【点睛】 本题考查了多项式的因式分解，属于常考题型，正确分组、掌握解答的方法是解题关键.

21. m^4-18m^2+81

【答案】 $(m+3)^2(m-3)^2$.

【解析】

【分析】 综合利用完全平方公式和平方差公式进行因式分解即可得.

【详解】 原式 $=\left(m^2\right)^2-18m^2+9^2$,

$$\begin{aligned}
&= (m^2 - 9)^2, \\
&= [(m+3)(m-3)]^2, \\
&= (m+3)^2 (m-3)^2.
\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了利用完全平方公式和平方差公式进行因式分解，熟记公式是解题关键.

22. 计算: $(\frac{1}{4}x^2y^3) \cdot (-2xy^2)^3 \cdot (\frac{1}{3}x)^2$

【答案】 $-\frac{2}{9}x^7y^9$

【解析】

【分析】 先计算积的乘方，再根据单项式乘单项式的法则进行计算即可.

【详解】 解: 原式 $= (\frac{1}{4}x^2y^3) \cdot (-8x^3y^6) \cdot (\frac{1}{9}x^2)$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4} \times (-8) \times \frac{1}{9} \cdot x^2y^3 \cdot x^3y^6 \cdot x^2 \\
&= -\frac{2}{9}x^7y^9
\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了积的乘方和单项式的乘法，需要掌握积的乘方等于每一个因式分别乘方，单项式乘法的法则：系数相乘，相同字母相乘.

四、解答题 (本大题共计 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分)

23. $9xy(x-y)(x+1) - 3y(x-y)(3x+2y) + 6y^2(x-y)(x+1)$ ，其中 $x = -\frac{1}{3}$ ， $y = 2$.

【答案】 $9x^3y - 3x^2y^2 - 6xy^3$ ，14.

【解析】

【分析】 先根据整式的乘法法则展开,再合并同类项,最后代入求出即可.

【详解】 解: $9xy(x-y)(x+1) - 3y(x-y)(3x+2y) + 6y^2(x-y)(x+1) = 9xy(x^2+x-xy-y) - 3y(3x^2+2xy-3xy-2y^2) + 6y^2(x^2+x-xy-y)$

$$\begin{aligned}
&= 9x^3y + 9x^2y - 9x^2y^2 - 9xy^2 - 9x^2y + 3xy^2 + 6y^3 + 6x^2y^2 + 6xy^2 - 6xy^3 - 6y^3 \\
&= 9x^3y - 3x^2y^2 - 6xy^3,
\end{aligned}$$

当 $x = -\frac{1}{3}$ ， $y = 2$ 时，原式 $= 9 \times (-\frac{1}{3})^3 \times 2 - 3 \times (-\frac{1}{3})^2 \times 2^2 - 6 \times (-\frac{1}{3}) \times 2^3$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{3} - \frac{4}{3} + 16 \\
&= 14.
\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了整式的混合运算和求值的应用,主要考查学生的化简和计算能力.

24. 已知 $A = 4x^2 - 4xy + y^2$, $B = x^2 + xy - 5y^2$. 求 $A - 2B$.

【答案】 $2x^2 - 6xy + 11y^2$

【解析】

【分析】 将两个多项式用括号括起来，列出代数式，然后去括号，合并同类项即可.

【详解】 解: $A - 2B$

$$= (4x^2 - 4xy + y^2) - 2(x^2 + xy - 5y^2)$$

$$= 4x^2 - 4xy + y^2 - 2x^2 - 2xy + 10y^2$$

$$= 2x^2 - 6xy + 11y^2$$

【点睛】 本题考查整式的加减，需要掌握去括号和合并同类项法则，同时需要注意用括号将多项式括起来再计算.

25. 已知 $a - b = 3$, $ab = 1$, 求下列代数式的值

(1) $a^2 + b^2$; (2) $(a + b)^2$.

【答案】 (1) 11; (2) 13

【解析】

【分析】 (1) 把已知的式子 $a - b = 3$ 两边平方后结合已知条件 $ab = 1$ 解答即可;

(2) 先把 $(a + b)^2$ 变形为 $(a - b)^2 + 4ab$ 的形式，再整体代入计算即可.

【详解】 解: (1) $\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 9$,

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 2ab = 9 + 2 \times 1 = 9 + 2 = 11;$$

$$(2) (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab = 9 + 4 \times 1 = 13.$$

【点睛】 本题考查了完全平方公式的变形与求值，属于常考题型，熟练掌握完全平方公式是解题关键.

26. 求不等式 $(3x - 4)(3x + 4) < 9(x + 2)^2 + 21$ 的负整数解.

【答案】 -1 和 -2

【解析】

【分析】 先利用乘法公式将不等号两边进行计算，然后移项，合并同类项，系数化成 1，解出 x 的取值范围，最后找出负数解.

【详解】 解: $(3x - 4)(3x + 4) < 9(x + 2)^2 + 21$

$$9x^2 - 16 < 9(x^2 + 4x + 4) + 21$$

$$9x^2 - 16 < 9x^2 + 36x + 36 + 21$$

$$-36x < 73$$

$$x > -\frac{73}{36}$$

∴ 不等式的负整数解为：-1 和 -2.

【点睛】 本题考查整式的乘法和解不等式，熟练掌握乘法公式进行计算是解题的关键.

五、探究题（本 8 分，每小题 2 分）

27. 先观察下列各式的规律：

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

$$(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4 - 1$$

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^5 - 1 \dots\dots\dots,$$

根据你的发现，试求：

(1) $2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1$ 的值；

(2) $2^{2005} + 2^{2004} + 2^{2003} + \dots + 2 + 1$ 的值

【答案】 (1) 127； (2) $2^{2006} - 1$

【解析】

【分析】 (1) 先由题意得出 $(x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^7 - 1$ ，当 $x=2$ 时，上式变为

$$(2-1)(2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1) = 2^7 - 1，\text{进一步即可求出结果；}$$

(2) 同 (1) 题的思路可得： $(x-1)(x^{2005} + x^{2004} + \dots + x^3 + x^2 + x + 1) = x^{2006} - 1$ ，当 $x=2$ 时，上式变为

$$(2-1)(2^{2005} + 2^{2004} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1) = 2^{2006} - 1，\text{进而可得结果.}$$

【详解】 解： (1) 由题意可得： $(x-1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^7 - 1$ ，

$$\text{当 } x=2 \text{ 时，上式变为 } (2-1)(2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1) = 2^7 - 1，$$

$$\text{所以 } 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 2^7 - 1 = 127；$$

(2) 同理可得： $(x-1)(x^{2005} + x^{2004} + \dots + x^3 + x^2 + x + 1) = x^{2006} - 1$ ，

$$\text{当 } x=2 \text{ 时，上式变为 } (2-1)(2^{2005} + 2^{2004} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1) = 2^{2006} - 1，$$

所以 $2^{2005} + 2^{2004} + \cdots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 2^{2006} - 1$.

【点睛】 本题考查了多项式乘法的拓展和数字类规律探求，正确理解题意、明确求解的方法是解题关键.

28. 先观察下列各式的规律:

$$3^2 - 2^2 = (3+2)(3-2) = 3+2$$

$$4^2 - 3^2 = (4+3)(4-3) = 4+3$$

$$5^2 - 4^2 = (5+4)(5-4) = 5+4$$

(1)由上述一系列算式，你能发现什么规律？请用含 n 代数式表达这个规律

(2)应用上述规律计算： $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots - 24^2 + 25^2$

【答案】 (1) $(n+1)^2 - n^2 = (n+1+n)(n+1-n) = 2n+1$; (2) 325

【解析】

【分析】 (1)根据两个连续自然数的平方差等于这两数的和，用字母表示即可；

(2)把式子分组，运用 (1) 的规律进行计算即可.

【详解】 解： (1) $(n+1)^2 - n^2 = (n+1+n)(n+1-n) = 2n+1$

$$\begin{aligned} (2) & 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots - 24^2 + 25^2 \\ &= 25^2 - 24^2 + 23^2 - 22^2 + \cdots + 5^2 - 4^2 + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= 25 + 24 + 23 + 22 + \cdots + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ &= 325 \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了规律型：数字的变化类，仔细观察式子找到规律是解题的关键.