

2024 学年第一学期七年级 12 月数学大作业

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 下列代数式中， a^2b^3 的同类项是（ ）

- A. a^3b^2 B. ab^3 C. a^2b D. $2a^2b^3$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了同类项判断，解题关键是理解同类项的概念“所含字母相同且相同字母的指数相同”。根据同类项的概念逐项判断即可。

【详解】解：A、 a^3b^2 和 a^2b^3 所含字母相同，但相同字母的指数不相同，不是同类项，故不符合题意；

B、 ab^3 和 a^2b^3 所含字母相同，但字母 a 的指数不相同，不是同类项，故不符合题意；

C、 a^2b 和 a^2b^3 所含字母相同，但字母 b 的指数不相同，不是同类项，故不符合题意；

D、 $2a^2b^3$ 和 a^2b^3 所含字母相同，相同字母的指数相同，是同类项，故符合题意。

故选：B.

2. 下列代数式中，次数为 3 的单项式是（ ）

- A. $x^3 + y^3$ B. $3xy$ C. xy^2 D. x^3y

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查单项式和多项式的相关概念，解题的关键是正确理解单项式的次数概念，本题属于基础题型。单项式的次数是各字母的指数之和。

【详解】解：A、 $x^3 + y^3$ 是多项式，故选项不符合题意；

B、 $3xy$ 是次数为 2 的单项式，故选项不符合题意；

C、 xy^2 是次数为 3 的单项式，故选项符合题意；

D、 x^3y 是次数为 4 的单项式，故选项不符合题意；

故选：C.

3. 若 $x^2 + px + q = (x-3)(x+5)$ ，则 p 的值为（ ）

- A. -15 B. -2 C. 2 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查因式分解—十字相乘法等知识. 等式右边利用多项式乘以多项式法则, 将 $(x-3)(x+5)$ 化简成 $x^2 + px + q$ 形式即可解题.

【详解】解: $x^2 + px + q = (x-3)(x+5)$

$$= x^2 - 3x + 5x - 15$$

$$= x^2 + 2x - 15,$$

$$\therefore p = 2, \quad q = -15,$$

故选: C.

4. 如果将分式 $\frac{xy}{2x+3y}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 3 倍, 那么分式的值 ()

A. 扩大到原来的 3 倍

B. 扩大到原来的 9 倍

C. 缩小到原来的 $\frac{1}{3}$

D. 不变

【答案】A

【解析】

【分析】 x 和 y 都扩大到原来的 3 倍就是分别变成原来的 3 倍, 变成 $3x$ 和 $3y$. 用 $3x$ 和 $3y$ 代替式子中的 x 和 y , 根据得到的式子与原来的式子的关系进行判断即可.

【详解】用 $3x$ 和 $3y$ 代替式子中的 x 和 y 得: 原式 $= \frac{(3x)(3y)}{2(3x)+3(3y)} = \frac{9xy}{3(2x+3y)} = 3 \times \frac{xy}{2x+3y}$

则分式的值扩大到原来的 3 倍

故选: A.

【点睛】本题考查分式的基本性质, 解题的关键是抓住分子、分母变化的倍数, 解此类题首先把字母变化后的值代入式子中, 然后约分, 再与原式比较, 最终得出结论.

5. 寒风乍起, 甲安装队为 A 小区安装 66 台空调, 乙安装队为 B 小区安装 60 台空调, 两队同时开工且恰好同时完工, 甲队比乙队每天多安装 2 台. 设乙队每天安装 x 台, 根据题意, 下面所列方程中正确的是 ()

A. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$ B. $\frac{66}{x-2} = \frac{60}{x}$ C. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x+2}$ D. $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的应用，找出题目中的关键词，找到相应的等量关系是解决问题的关键，注意工作时间=工作总量÷工作效率. 利用“两队同时开工且恰好同时完工”，可得等量关系为：甲队所用时间=乙队所用时间. 再列方程即可.

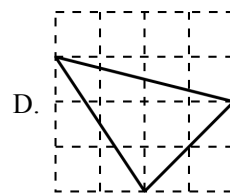
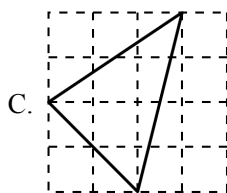
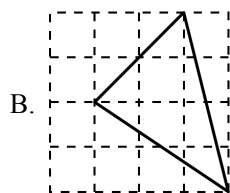
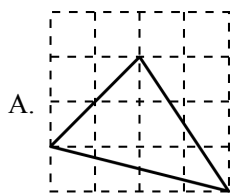
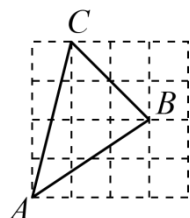
【详解】 解：乙队每天安装 x 台，则甲队每天安装 $(x+2)$ 台，

甲队用的天数为： $\frac{66}{x+2}$ 天，乙队用的天数为： $\frac{60}{x}$ 天，

则列方程为： $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$ ，

故选 D.

6. 如图的四个三角形中，不能由 ABC 经过旋转或平移得到的是 ()



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据旋转和平移的性质逐个判断即可.

【详解】 解：A 选项可以通过旋转得到，不符合题意；

B 选项通过轴对称得到，不能通过旋转或平移得到，符合题意；

C 选项可以通过旋转和平移得到，不符合题意；

D 选项可以通过旋转和平移得到，不符合题意.

故选： B

【点睛】 本题考查了几何变换，解题关键是熟练掌握几何变换图形，树立空间观念，准确识图.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分)

7. 计算： $a^3 \cdot a^2 =$ _____.

【答案】 a^5

【解析】

【分析】此题考查了同底数幂的乘法，利用同底数幂的乘法法则求解即可．

【详解】解： $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ．

故答案为： a^5 ．

8. 计算： $(-2x+3y)(3y+2x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $9y^2 - 4x^2$

【解析】

【分析】本题考查了平方差公式，熟练运用平方差公式是解题关键．根据平方差公式进行计算即可求解．

【详解】解： $(-2x+3y)(3y+2x) = (3y)^2 - (2x)^2 = 9y^2 - 4x^2$

故答案为： $9y^2 - 4x^2$ ．

9. 计算： $\left(3a^2b^3 - \frac{2}{3}a^3b^2 + 4a^2b^2\right) \div \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $-2b + \frac{4}{9}a - \frac{8}{3}$

【解析】

【分析】本题考查多项式除以单项式，利用多项式除以单项式的运算法则求解即可．

【详解】解： $\left(3a^2b^3 - \frac{2}{3}a^3b^2 + 4a^2b^2\right) \div \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right)$

$$= 3a^2b^3 \div \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right) - \frac{2}{3}a^3b^2 \div \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right) + 4a^2b^2 \div \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right)$$

$$= -2b + \frac{4}{9}a - \frac{8}{3},$$

故答案为： $-2b + \frac{4}{9}a - \frac{8}{3}$ ．

10. 在多项式 $\frac{2x^2 - 5xy^3 - x^3y^4}{7}$ 中，四次项的系数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $-\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】本题考查了多项式的常数项的概念，解题关键是理解常数项的概念和将多项式进行变形．先用分子的每一项除以 4，从而得到一个多项式，再找出其中的常数项即可．

【详解】解： $\frac{2x^2 - 5xy^3 - x^3y^4}{7}$

$$= \frac{2}{7}x^2 - \frac{5}{7}xy^3 - \frac{1}{7}x^3y^4,$$

四次项为 $-\frac{5}{7}xy^3$ ，故四次项系数为 $-\frac{5}{7}$ ，

故答案为： $-\frac{5}{7}$ 。

11. 如果关于 x 的多项式 $x^2 - bx + 9$ 是一个完全平方式，那么 $b =$ _____。

【答案】 ± 6

【解析】

【分析】多项式的首项和末项分别是 x 和 3 的平方，那么中间一项是加上或减去 x 与 3 积的 2 倍，由此得到答案。

【详解】解： $\because (x \pm 3)^2 = x^2 \pm 6x + 9 = x^2 - bx + 9$ ，

$$\therefore b = \pm 6,$$

故答案为： ± 6 。

【点睛】本题主要考查完全平方式，掌握完全平方式的构成特点是解题的关键。

12. 分解因式： $-9x^2 + 12xy - 4y^2 =$ _____。

【答案】 $-(3x - 2y)^2$

【解析】

【分析】本题考查因式分解，先提公因式 -1 ，再利用完全平方公式分解因式即可。

【详解】解： $-9x^2 + 12xy - 4y^2$

$$= -(9x^2 - 12xy + 4y^2)$$

$$= -[(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2]$$

$$= -(3x - 2y)^2,$$

故答案为： $-(3x - 2y)^2$ 。

13. 如果分式 $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 的值为 0 ，那么 x 的值为_____。

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题考查了分式的值为 0 的条件，分式有意义的条件，根据分子为 0，分母不为 0，即可求解.

【详解】解：依题意， $x^2 - 1 = 0$ 且 $x - 1 \neq 0$

$$\therefore x = -1,$$

故答案为：-1.

14. 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，方程 $\frac{1-x}{x-2} = \frac{a}{x-2}$ 有增根.

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：①让最简公分母为 0 确定增根；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值. 根据增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根，所以应先确定增根的可能值，让最简公分母 $x - 2 = 0$ ，得到 $x = 2$ ，然后代入化为整式方程.

【详解】解：方程两边都乘以 $x - 2$ ，得： $1 - x = a$.

由分式方程有增根，得 $x = 2$ 是分式方程的增根.

当 $x = 2$ 时， $1 - 2 = a$ ，则 $a = -1$.

故答案为：-1.

15. 在线段、等腰三角形、正三角形、平行四边形、正方形、等腰梯形、五角星和圆中，共有 个既是轴对称图形又是中心对称图形.

【答案】 3 ## 三

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形，根据轴对称图形和中心对称图形的定义：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可.

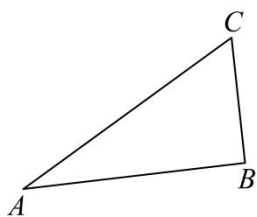
【详解】解：线段、正方形、圆是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意，共 3 个；

等腰三角形、正三角形、等腰梯形、五角星是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意.

故答案为：3.

16. 如图， $AB = 7$ ， $AC = 10$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转，使点 B 落在直线 AC 上的点 B_1 ， $B_1C = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 3 或 17

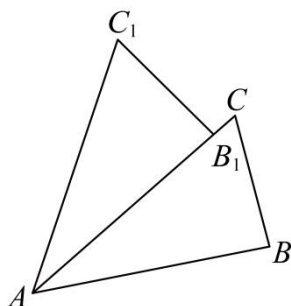
【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质，线段的和差，分点 B_1 在 AC 上或 CA 的延长线上，分类讨论，即可求解.

【详解】 解： $\because$ 将 ABC 绕着点 A 旋转，使点 B 落在直线 AC 上的点 B_1 ,

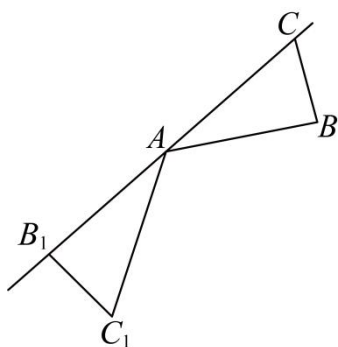
$$\therefore AB_1 = AB = 7,$$

如图所示，当点 B_1 在 AC 上，



$$B_1C = AC - AB_1 = 10 - 7 = 3;$$

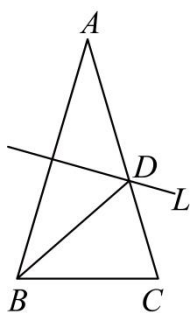
当点 B_1 在 CA 的延长线上时，



$$B_1C = AC + AB_1 = 10 + 7 = 17,$$

故答案为： 3 或 17 .

17. 如图，在 ABC 中， $AB = AC$ ，沿直线 L 翻折使点 A 与点 B 重合，直线 L 与边 AC 交于 D 点，如果 $\triangle ABD$ 的周长为 18cm ， $DC = 3\text{cm}$ ，那么 $AB = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了折叠的性质，一元一次方程的应用，由折叠得 $AD = BD$ ，设 $AD = BD = x$ ，则 $AC = AB = x + 3(\text{cm})$ ，再由 $\triangle ABD$ 的周长为 18cm 得关于 x 的方程，解方程即可.

【详解】 解： $\because$ 沿直线 L 翻折使点 A 与点 B 重合，直线 L 与边 AC 交于 D 点，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\text{设 } AD = BD = x,$$

$$\because DC = 3\text{cm},$$

$$\therefore AC = AD + DC = x + 3(\text{cm}),$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore AB = x + 3(\text{cm}),$$

$$\because \triangle ABD \text{ 的周长为 } 18\text{cm},$$

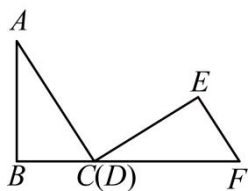
$$\therefore AB + AD + BD = 18\text{cm}, \text{ 即 } x + 3 + x + x = 18,$$

$$\therefore x = 5,$$

$$\therefore AB = 8\text{cm},$$

故答案为： 8.

18. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是两个形状、大小完全相同的直角三角形， B 、 C 、 D 、 F 在同一条直线上，点 C 与点 D 重合，其中 $BC = 3\text{cm}$ ， $AB = 4\text{cm}$ ， $AC = 5\text{cm}$. 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BF 方向平移到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置，连接 EC_1 ，若 $C_1F = 2\text{cm}$ ，则 $\triangle CEC_1$ 的面积是_____ cm^2 .



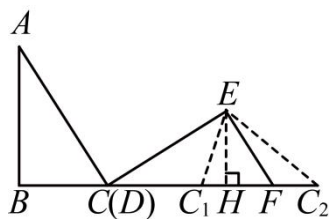
【答案】 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{42}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平移和三角形的面积，

过点 E 作 $EH \perp CF$ ，先求出 $\triangle CEC_1$ 边 CC_1 的高，再分当 C_1 在线段 CF 上和在线段 CF 延长线上时两种情况求三角形面积即可。

【详解】 解：如图，过点 E 作 $EH \perp CF$ ，



ABC 与 $\triangle DEF$ 是两个形状、大小完全相同的直角三角形， $BC = 3\text{cm}$ ， $AB = 4\text{cm}$ ， $AC = 5\text{cm}$ 。

$\therefore CE = 4$ ， $EF = 3$ ， $CF = 5$ ， $\angle DEF = 90^\circ$ ，

$$\therefore S_{\triangle} = \frac{1}{2}CE \cdot EF = \frac{1}{2}CF \cdot EH$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5EH,$$

$$\therefore EH = \frac{12}{5},$$

当 C_1 在线段 CF 上时， $CC_1 = CF - C_1F = 5 - 2 = 3$ ，

$$\triangle CEC_1 \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{12}{5} = \frac{18}{5},$$

当 C_1 在线段 CF 延长线上时， $CC_1 = CF + C_1F = 5 + 2 = 7$ ，

$$\triangle CEC_1 \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{12}{5} = \frac{42}{5},$$

答案为 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{42}{5}$ 。

三、简答题（本大题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

19. 计算： $(-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y$

【答案】 $-19x^5y^4$

【解析】

【分析】 本题考查了整式四则混合运算，熟练掌握整式四则混合运算是解题的关键：先计算乘方，再计算乘除，最后计算加减，有括号时，先算括号里的，去括号时，先去小括号，再去中括号，最后去大括号.

先计算乘方，再计算乘法，最后合并同类项即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y \\ &= -27x^3y^3 \cdot x^2y + 2x^2 \cdot 8x^3y^3 \cdot \frac{1}{2}y \\ &= -27x^5y^4 + 8x^5y^4 \\ &= -19x^5y^4. \end{aligned}$$

20. 计算: $(a+b)^2 + (a-b)^2 - (-2a+b)(a+2b)$

【答案】 $4a^2 + 3ab$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的乘法，根据完全平方公式以及多项式乘以多项式进行计算即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (a+b)^2 + (a-b)^2 - (-2a+b)(a+2b) \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 - (-2a^2 - 4ab + ab + 2b^2) \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2a^2 + 3ab - 2b^2 \\ &= 4a^2 + 3ab \end{aligned}$$

21. 计算: $(a^{-1} + b^{-1}) \div (a^{-1} - b^{-1})$

【答案】 $\frac{b+a}{b-a}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算、负整数指数幂，先利用负整数指数幂和分式的加减运算法则化简括号内的分式，再化除法为乘法，进而求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (a^{-1} + b^{-1}) \div (a^{-1} - b^{-1}) \\ &= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \div \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ &= \frac{b+a}{ab} \div \frac{b-a}{ab} \end{aligned}$$

$$= \frac{b+a}{ab} \cdot \frac{ab}{b-a}$$

$$= \frac{b+a}{b-a},$$

故答案为: $\frac{b+a}{b-a}$.

22. 分解因式 $(m^2 - 2m)^2 - 2(m^2 - 2m) - 3$

【答案】 $(m-3)(m+1)(m-1)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，将 $(m^2 - 2m)$ 看作整体，根据十字相乘因式分解和完全平方公式因式分解，即可求解.

【详解】 解: $(m^2 - 2m)^2 - 2(m^2 - 2m) - 3$

$$= (m^2 - 2m - 3)(m^2 - 2m + 1)$$

$$= (m-3)(m+1)(m-1)^2$$

23. 分解因式: $b^2 - 4a^2 + 4a - 1$

【答案】 $(b+2a-1)(b-2a+1)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，先分组，然后根据完全平方公式与平方差公式因式分解，即可求解.

【详解】 解: $b^2 - 4a^2 + 4a - 1$

$$= b^2 - (4a^2 - 4a + 1)$$

$$= b^2 - (2a-1)^2$$

$$= (b+2a-1)(b-2a+1)$$

24. 解方程: $\frac{9}{x^2-9} - \frac{x}{3-x} = 1$

【答案】 $x = -6$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程. 先找到公分母 $(x-3)(x+3)$ ，去分母化为整式方程进而求解即可，注意分式方程要检验.

【详解】解：两边同时乘以 $(x-3)(x+3)$ ，得 $9+x(x+3)=x^2-9$ ，

去括号，得 $9+x^2+3x=x^2-9$ ，

移项、合并同类项，得 $3x=-18$ ，

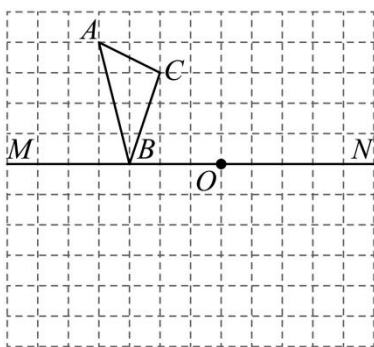
系数化为1，得 $x=-6$ ．

检验：当 $x=-6$ 时， $(x-3)(x+3)\neq 0$ ，

$\therefore x=-6$ 是原分式方程的解．

四、解答题（本大题共2小题，每小题5分，满分10分）

25. 已知 ABC 和直线 MN ，点 O 在直线 MN 上．



(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，使 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 ABC 关于直线 MN 成轴对称．

(2) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 ABC 关于点 O 成中心对称．

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

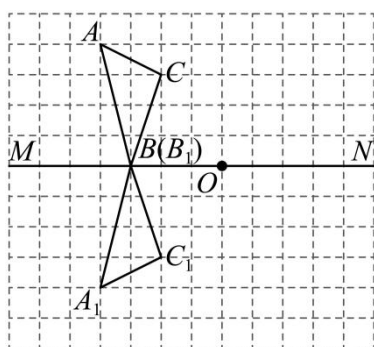
【分析】本题考查了中心对称作图及轴对称作图

(1) 根据轴对称的性质找到各点的对称点，顺次连接即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 根据中心对称的性质找到各点的对称点，顺次连接可得 $\triangle A_2B_2C_2$ ．

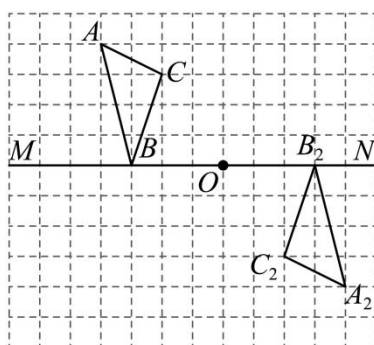
【小问1详解】

解：如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



【小问 2 详解】

解：如图所示， $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求；



26. A、B 两地相距 60km，甲骑自行车从 A 地出发 1.5 小时后，乙也从 A 地出发追赶甲，乙的速度比甲快 50%，当追到 B 地时，甲比乙先到 20 分钟，求甲、乙两人的速度.

【答案】甲的速度为 $\frac{120}{7} \text{ km/h}$ ，乙的速度为 $\frac{180}{7} \text{ km/h}$

【解析】

【分析】本题是一道行程问题的应用题，考查了列分式方程解实际问题的运用，分式方程的解法的运用，解答时找到反映整个题意的等量关系是关键，求出解后验根不能忘记. 设甲的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则乙的速度为 $1.5x \text{ km/h}$. 根据乙走完全程的时间 = 甲行驶的时间 - 1.5 小时 + 20 分钟为等量关系建立方程求出其解就可以了.

【详解】解：设甲的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则乙的速度为 $1.5x \text{ km/h}$.

根据题意得 $\frac{60}{1.5x} = \frac{60}{x} - 1.5 + \frac{1}{3}$,

解这个方程得： $x = \frac{120}{7}$.

经检验， $x = \frac{120}{7}$ 是原方程的根.

故乙的速度为： $1.5x = 1.5 \times \frac{120}{7} = \frac{180}{7}$.

答：甲的速度为 $\frac{120}{7} \text{ km/h}$ ，乙的速度为 $\frac{180}{7} \text{ km/h}$.

五、综合题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

27. 先阅读材料:

已知不论 x 取什么值, 代数式 $a(x-2)-2x+5$ 的值都相同, 求 a 的值.

解: 因为不论 x 取什么值, 代数式 $a(x-2)-2x+5$ 的值都相同. 所以不妨分别取 $x=0$ 和 $x=1$, 当 $x=0$ 时,

$a(x-2)-2x+5 = -2a+5$; 当 $x=1$ 时, $a(x-2)-2x+5 = -a+3$, 因为 $-2a+5 = -a+3$, 解得 $a=2$.

根据上述材料提供的方法, 解决下列问题:

(1) 已知不论 x 取什么值, 代数式 $\frac{ax+2}{bx+3}$ 的值都相同, 那么 a 与 b 应满足怎样的等量关系?

(2) 已知不论 x 取什么值, 等式 $x^3+kx+2=(x+2)(x^2+ax+b)$ 永远成立, 求 k 的值.

【答案】 (1) $3a=2b$

(2) -3

【解析】

【分析】 (1) 根据材料, 取 $x=0$ 和 1 代入可解答;

(2) 根据材料, 取 $x=-2$, 代入可解答.

【小问 1 详解】

解: 根据题意:

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } \frac{ax+2}{bx+3} = \frac{2}{3},$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } \frac{ax+2}{bx+3} = \frac{a+2}{b+3},$$

$\therefore$ 不论 x 取什么值, 代数式 $\frac{ax+2}{bx+3}$ 的值都相同,

$$\therefore \frac{a+2}{b+3} = \frac{2}{3},$$

解得: $3a=2b$.

故 a 与 b 应满足的等量关系是 $3a=2b$;

【小问 2 详解】

解: 不妨取 $x=-2$, 代入原式得: $-8-2k+2=0$,

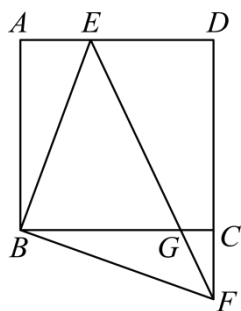
解得: $k=-3$.

故 k 的值是 -3 .

【点睛】 本题考查了整式的混合运算—化简求值, 此题是材料问题, 认真阅读, 理解并运用, 运用类比的方法解答恒等式问题, 根据系数的特点, 适当运用 x 的特殊值可以解决系数前的符号问题.

28. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 点 E 在 AD 边上, (点 E 不与点 A 、 D 重合), $AE=b$, ($b < a$),

连接 BE ，将 $\triangle ABE$ 绕顶点 B 顺时针旋转一个角度后与 $\triangle CBF$ 重合（点 E 的对应点记作点 F ），连接 EF ，设 EF 交 BC 于点 G 。



- (1) $\triangle ABE$ 绕点 B 旋转的旋转角是_____度； $\triangle BEF$ 是_____三角形。
- (2) 若 $\triangle BEF$ 的面积为 20， $\triangle BCF$ 的面积为 6，求 a 、 b 的值。
- (3) 求 BG 的长（结果用含 a 、 b 的代数式表示）。

【答案】(1) 90；等腰直角

(2) $a = 6$ ， $b = 2$

(3) $BG = \frac{a^2 + b^2}{a + b}$

【解析】

【分析】本题考查旋转的性质、正方形的性质、等腰直角三角形的判定与性质、乘法公式等知识，熟练掌握旋转的性质是解答的关键。

- (1) 根据旋转的性质得 $BE = BF$ ， $\angle ABE = \angle CBF$ ，则 $\angle EBF = \angle ABC = 90^\circ$ ，进而可判断 $\triangle BEF$ 的形状；
- (2) 由旋转性质得到 $CF = AE = b$ ，根据梯形和三角形的面积公式列等式，结合乘法公式解方程求解即可；
- (3) 根据梯形和三角形的面积公式求解即可。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 将 $\triangle ABE$ 绕顶点 B 顺时针旋转一个角度后与 $\triangle CBF$ 重合，

$\therefore BE = BF$ ， $\angle ABE = \angle CBF$ ，则 $\angle EBF = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BEF$ 是等腰直角三角形，

故答案为：90；等腰直角

【小问 2 详解】

解：由旋转性质得 $CF = AE = b$ ， $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBF} = \frac{1}{2}ab = 6$ ，

根据题意, $S_{\text{梯形}ABFD} = S_{\text{正方形}ABCD} + S_{\triangle CBF} = a^2 + 6$,

$$\text{又 } S_{\text{梯形}ABFD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BEF} + S_{\triangle FDE} = 6 + 20 + \frac{1}{2}DE \cdot DF = 26 + \frac{1}{2}(a-b)(a+b),$$

$$\therefore a^2 + 6 = 26 + \frac{1}{2}(a^2 - b^2), \text{ 即 } a^2 + b^2 = 40, \text{ 又 } ab = 12,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 64,$$

$$\therefore a+b=8 \text{ (负值舍去)}, \text{ 又 } ab=12,$$

$$\text{解得 } a=2, \quad b=6, \text{ 或 } a=6, \quad b=2,$$

$$\because b < a,$$

$$\therefore a=6, \quad b=2;$$

【小问3详解】

$$\text{解: 根据题意, } S_{\text{梯形}ABFD} = S_{\text{正方形}ABCD} + S_{\triangle CBF} = a^2 + \frac{1}{2}ab,$$

$$\text{又 } S_{\text{梯形}ABFD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BEF} + S_{\triangle FDE} = \frac{1}{2}ab + S_{\triangle BEF} + \frac{1}{2}(a-b)(a+b),$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab + S_{\triangle BEF} + \frac{1}{2}(a^2 - b^2),$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{a^2 + b^2}{2}, \text{ 又 } S_{\triangle BEF} = S_{\triangle BEG} + S_{\triangle BFG} = \frac{1}{2} \cdot BG \cdot (a+b),$$

$$\therefore BG = \frac{a^2 + b^2}{a+b}.$$