

七年级数学练习 (2)

一、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

1. $(2^{-3})^2 =$ _____ (结果保留幂的形式).

【答案】 2^{-6}

【解析】

【分析】 本题考查了幂的乘方, 根据幂的乘方的运算法则计算即可得解.

【详解】 解: $(2^{-3})^2 = 2^{-6}$,

故答案为: 2^{-6} .

2. 0.00000562 用科学记数法表示后的结果是_____.

【答案】 5.62×10^{-6}

【解析】

【分析】 本题考查了负整数指数科学记数法. 对于一个绝对值小于 1 的非 0 小数, 用科学记数法写成 $a \times 10^{-n}$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是正整数, n 等于原数中第一个非 0 数字前面所有 0 的个数 (包括小数点前面的 0).

【详解】 解: 0.00000562 用科学记数法表示后的结果是 5.62×10^{-6} .

故答案为: 5.62×10^{-6} .

3. 若整式 $4x^2 + Q + 1$ 是完全平方式, 请你写一个满足条件的单项式 Q 是_____.

【答案】 $\pm 4x$ 或 $4x^4$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方式. 如果这里首末两项是 $2x$ 和 1 这两个数的平方, 那么中间一项为加上或减去 $2x$ 和 1 积的 2 倍, 故 $Q = \pm 4x$; 如果这里首末两项是 Q 和 1, 则乘积项是 $4x^2 = 2 \times 2x^2$, 所以 $Q = 4x^4$; 如果该式只有 $4x^2$ 项或 1, 它也是完全平方式, 所以 $Q = -1$ 或 $-4x^2$.

【详解】 解: $\because 4x^2 + 1 \pm 4x = (2x \pm 1)^2$; $4x^2 + 1 + 4x^4 = (2x^2 + 1)^2$.

$\therefore Q$ 可以是 $\pm 4x$ 、 $4x^4$ 中任意一个.

故答案为: $\pm 4x$ 或 $4x^4$.

4. 因式分解: $1 - x^2 + 2xy - y^2 =$ _____.

【答案】 $(1-x+y)(1+x-y)$

【解析】

【分析】 本题考查了用分组分解法进行因式分解. 当被分解的式子是四项时, 应考虑运用分组分解法进行分解, 后三项可以利用完全平方公式分解因式, 且与第一项可以继续利用平方差公式分解因式, 所以应考虑 $-x^2 + 2xy - y^2$ 为一组.

【详解】 解: $1 - x^2 + 2xy - y^2$

$$= 1 - (x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= 1 - (x - y)^2$$

$$= (1 - x + y)(1 + x - y).$$

故答案为: $(1 - x + y)(1 + x - y)$.

5. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x+2}{(x-5)(x+2)}$ 有意义.

【答案】 $x \neq -2$ 且 $x \neq 5$

【解析】

【分析】 本题考查了分式有意义的条件: 分母不为零; 根据分母 $(x-5)(x+2) \neq 0$, 解不等式即可求解.

【详解】 解: 由题意得: $(x-5)(x+2) \neq 0$,

解得: $x \neq -2$ 且 $x \neq 5$;

故答案为: $x \neq -2$ 且 $x \neq 5$.

6. 当 $m =$ _____ 时, 分式 $\frac{(m-1)(m-3)}{m^2-3m+2}$ 的值为零.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值为零的条件: 分母不为 0, 分子为 0. 先令分子等于 0 得到 $m=1$ 或 $m=3$, 再分别代入分母进行计算得到当 $m=1$ 时, $m^2-3m+2=0$, 当 $m=3$ 时, $m^2-3m+2 \neq 0$, 由此得到 $m=3$.

【详解】 解: $\because (m-1)(m-3)=0$,

$\therefore m=1$ 或 $m=3$,

当 $m=1$ 时, $m^2-3m+2=0$,

当 $m=3$ 时, $m^2-3m+2 \neq 0$,

$\therefore$ 当 $m=3$ 时, 分式 $\frac{(m-1)(m-3)}{m^2-3m+2}$ 的值为零.

故答案为: 3.

7. 化简: $\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2+x-6} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{x^2-2x}{x+3}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简, 因式分解, 先将分子分母进行因式分解, 再约分是解题的关键.

【详解】 解: $\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2+x-6} = \frac{x(x-2)^2}{(x+3)(x-2)} = \frac{x(x-2)}{x+3} = \frac{x^2-2x}{x+3},$

故答案为: $\frac{x^2-2x}{x+3}.$

8. 计算 $\frac{x^2-x-2}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+x-6}{x^2+x-2}$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{x^2-1}{x^2-9}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式除法计算, 先分解因式, 再把除法转化为乘法, 最后约分即可.

【详解】 解: $\frac{x^2-x-2}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+x-6}{x^2+x-2}$
 $= \frac{(x-2)(x+1)}{(x-3)(x+2)} \times \frac{(x+2)(x-1)}{(x+3)(x-2)}$
 $= \frac{x^2-1}{x^2-9};$

故答案为: $\frac{x^2-1}{x^2-9}.$

9. 若 $x^2+3x-4=0$, 则 $x^3+4x^2-x+2022 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 2026

【解析】

【分析】 本题考查代数式求值. 由 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 得到 $x^2 = 4 - 3x$ 、 $x^2 + 3x = 4$ ，求得 $x^3 = 4x - 3x^2$ ，将 $x^3 = 4x - 3x^2$ 和 $x^2 + 3x = 4$ 先后代入 $x^3 + 4x^2 - x + 2022$ 即可得到答案.

【详解】 解：由 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 得 $x^2 = 4 - 3x$ 、 $x^2 + 3x = 4$ ，

$$\therefore x^3 = 4x - 3x^2,$$

$$\therefore x^3 + 4x^2 - x + 2022$$

$$= 4x - 3x^2 + 4x^2 - x + 2022$$

$$= x^2 + 3x + 2022$$

$$= 4 + 2022$$

$$= 2026,$$

故答案为：2026.

10. 分式 $\frac{a}{a^2 - 2a + 1}$ ， $\frac{a-1}{a+1}$ ， $\frac{a+1}{a^2 - a}$ 的最简公分母为_____.

【答案】 $a(a+1)(a-1)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了求分式的最简公分母；先把各分式的分母进行因式分解，找出所有因式的最高次幂的乘积即是最简公分母.

【详解】 解： $a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$ ， $a^2 - a = a(a-1)$ ，

故最简公分母为： $a(a+1)(a-1)^2$ ；

故答案为： $a(a+1)(a-1)^2$.

11. 已知 $m^2 - 2mn + n^2 + 5m - 5n + 6 = 0$ ，则 $m - n =$ _____.

【答案】 2 或 3 或 2

【解析】

【分析】 本题考查完全平方公式，因式分解法解一元二次方程. 利用完全平方公式配方以及因式分解法解一元二次方程即可得解.

【详解】 解： $m^2 - 2mn + n^2 + 5m - 5n + 6 = 0$ ，

$$\therefore (m-n)^2 - 5(m-n) + 6 = 0,$$

$$\therefore (m-n-2)(m-n-3) = 0,$$

$$\therefore m-n = 2 \text{ 或 } 3.$$

故答案为：2 或 3.

12. 若关于 x 的分式方程 $\frac{mx-1}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 2$ 有整数解，则整数 m 的值为_____.

【答案】3, 4, 0

【解析】

【分析】本题考查了解分式方程；先求出分式方程的解，再根据解为整数即可求得整数 m 的值.

【详解】解：方程两边乘以 $x-2$ ，得： $mx-1-1=2(x-2)$ ，

整理得： $(m-2)x = -2$ ；

由于方程有解，则 $m-2 \neq 0$ ，即 $m \neq 2$ ，

$$\therefore x = -\frac{2}{m-2};$$

由于方程有整数解，则 $m-2 = \pm 1$ ， $m-2 = \pm 2$ ，

解得： $m = 3$ 或 $m = 1$ 或 $m = 4$ 或 $m = 0$ ，

当 $m = 1$ 时， $x = 2$ ，此时方程无解；

综上，整数 m 的值为 3, 4, 0.

二、选择题（每题 3 分，共 12 分）

13. 在下列式子： $-5x$ ， $\frac{1}{a+b}$ ， $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2$ ， $\frac{a+b}{10m}$ ， $\frac{2}{\pi}$ 中，分式有（ ）

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查分式的定义，注意 π 不是字母，是常数. 判断分式的依据是看分母中是否含有字母，如果含有字母则是分式，如果不含有字母则不是分式.

【详解】解： $\frac{1}{a+b}$ ， $\frac{a+b}{10m}$ 的分母中含有字母，属于分式，其它的属于整式.

故选：B.

14. 下列各式中是最简分式的是（ ）

A. $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ B. $\frac{a^2-4b^2}{a+2b}$ C. $-\frac{ab^3}{b}$ D. $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了最简分式的判断，分式的分子分母中再没有公因式，则是最简分式，据此判断即可.

【详解】解: $\frac{a^2-4b^2}{a+2b} = \frac{(a+2b)(a-2b)}{a+2b} = a-2b$, $-\frac{ab^3}{b} = -ab^2$, $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)^2} = \frac{x+y}{x-y}$,

只有 $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ 不能约分, 它是最简分式;

故选: A.

15. 关于 x 的方程 $\frac{2x}{x-2} + \frac{3+m}{2-x} = 3$ 有增根, 那么 m 的值为 ()

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题考查了分式方程的增根, 增根确定后可按如下步骤进行: ①化分式方程为整式方程; ②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值. 分式方程去分母转化为整式方程, 由分式方程有增根得到 $x-2=0$, 求出 x 的值, 代入整式方程计算即可求出 m 的值.

【详解】解: 分式方程去分母得: $2x-3-m=3(x-2)$,

$\therefore$ 分式方程有增根,

$\therefore x-2=0$, 即 $x=2$,

把 $x=2$ 代入整式方程得: $4-3-m=0$,

解得: $m=1$.

故选: B.

16. 甲、乙两人骑自行车从相距 60 千米的 A 、 B 两地同时出发, 相向而行, 甲从 A 地出发至 2 千米时, 想起有东西忘在 A 地, 即返回去取, 又立即从 A 地向 B 地行进, 甲、乙两人恰好在 AB 中点相遇, 已知甲的速度比乙的速度每小时快 2.5 千米, 求甲、乙两人的速度, 设乙的速度是 x 千米/小时, 所列方程正确的是 ()

A. $\frac{32}{x+2.5} = \frac{30}{x}$

B. $\frac{32}{x-2.5} = \frac{30}{x}$

C. $\frac{34}{x-2.5} = \frac{30}{x}$

D. $\frac{34}{x+2.5} = \frac{30}{x}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 乙的速度是 x 千米/小时, 则甲的速度为 $(x+2.5)$ 千米/小时, 中点相遇, 乙走 30 千米, 甲走 34 千米

米，利用时间相等列出方程即可．

【详解】设乙的速度是 x 千米/小时，则甲的速度为 $(x+2.5)$ 千米/小时，
中点相遇，乙走 30 千米，甲走 34 千米，

根据时间相等，得

$$\frac{34}{x+2.5} = \frac{30}{x},$$

故选 D.

【点睛】本题考查了分式方程的应用题，正确理解题意，根据相遇时间相等列出方程是解题的关键．

三、计算题（每题 4 分，共 24 分）

17. 计算： $(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$.

【答案】 $x^4 + x^2 + 1$

【解析】

【分析】本题考查了多项式乘多项式，涉及到平方差公式和完全平方公式的应用．按平方差公式特点，把原式变形为 $[(x^2 + 1) - x][(x^2 + 1) + x]$ ，展开后再利用完全平方公式，即可得到结果．

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \\ &= [(x^2 + 1) - x][(x^2 + 1) + x] \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= x^4 + x^2 + 1. \end{aligned}$$

18. 计算： $\frac{4x}{x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2}$.

【答案】 $-\frac{x}{x+2}$

【解析】

【分析】本题考查分式的加减运算．利用分式加减运算法则结合因式分解求解即可．

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & \frac{4x}{x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2} \\ &= \frac{4x}{(x+2)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{4x - x^2 - 2x}{(x+2)(x-2)}$$

$$= -\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= -\frac{x}{x+2}.$$

19. 计算: $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 6xy + 5y^2} \cdot \frac{x + 5y}{x^2 - 2xy + y^2}.$

【答案】 $\frac{1}{x-y}$

【解析】

【分析】 根据分式乘法运算法则进行计算即可.

【详解】 解: $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 6xy + 5y^2} \cdot \frac{x + 5y}{x^2 - 2xy + y^2}$

$$= \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x+5y)} \cdot \frac{x+5y}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1}{x-y}.$$

20. 计算: $(x^{-1} + y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}).$

【答案】 $\frac{yx}{y-x}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的混合运算, 负整数指数幂. 先把负整数指数幂化为正整数指数幂, 再计算加减, 最后计算除法即可.

【详解】 解: $(x^{-1} + y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2})$

$$= \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \div \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right)$$

$$= \frac{y+x}{xy} \div \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}$$

$$= \frac{y+x}{xy} \times \frac{y^2x^2}{(y+x)(y-x)}$$

$$= \frac{yx}{y-x}.$$

21. 解方程: $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}.$

【答案】无解.

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程. 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论. 依此即可求解.

【详解】 解: $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1},$

去分母得 $2(x-1) + 3(x+1) = 6,$

去括号得 $2x-2+3x+3=6,$

解得 $x=1,$

检验: 把 $x=1$ 代入 $(x-1)(x+1)=0$ 所以 $x=1$ 为增根,

所以原方程无解.

22. 解方程: $\frac{6}{x^2-25} = \frac{3}{x^2+8x+15} + \frac{5}{x^2-2x-15}.$

【答案】 $x=4$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是把分式方程转化为整式方程, 注意要验根.

将原方程化为 $\frac{6}{(x+5)(x-5)} = \frac{3}{(x+3)(x+5)} + \frac{5}{(x+3)(x-5)},$ 方程两边都乘以 $(x+3)(x+5)(x-5),$

得到 $6(x+3) = 3(x-5) + 5(x+5),$ 再解整式方程即可得到答案.

【详解】 解: $\because \frac{6}{x^2-25} = \frac{3}{x^2+8x+15} + \frac{5}{x^2-2x-15},$

$\therefore \frac{6}{(x+5)(x-5)} = \frac{3}{(x+3)(x+5)} + \frac{5}{(x+3)(x-5)},$

方程两边都乘以 $(x+3)(x+5)(x-5),$

得: $6(x+3) = 3(x-5) + 5(x+5),$

去括号得: $6x + 18 = 3x - 15 + 5x + 25$,

移项得: $6x - 3x - 5x = -15 + 25 - 18$,

合并同类项得: $-2x = -8$,

系数化为 1 得: $x = 4$,

经检验, $x = 4$ 是分式方程的解,

$\therefore$ 原方程的解是 $x = 4$.

四、解答题 (23、24 每题 5 分, 25、26、27 每题 6 分, 共 28 分)

23. 已知 $5x^2 - 4xy + y^2 + 4x + 4 = 0$, 求 y^x 的值.

【答案】 $y^x = \frac{1}{16}$.

【解析】

【分析】 本题考查配方法的应用, 非负数的性质. 利用完全平方公式配方以及非负数的性质求解.

【详解】 解: $\because 5x^2 - 4xy + y^2 + 4x + 4 = 0$,

$$\therefore 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4x + 4 = 0,$$

$$\therefore (2x - y)^2 + (x + 2)^2 = 0,$$

$$\therefore (2x - y)^2 \geq 0, (x + 2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore 2x = y, x = -2,$$

$$\therefore y = -4,$$

$$\therefore y^x = (-4)^{-2} = \frac{1}{16}.$$

24. 先化简再求值: $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} \div \frac{x - 3}{x^2 + 3x} - \frac{x - x^2}{x^2 - 1}$, 其中 $x = -5$.

【答案】 $\frac{x^2 + 2x}{x + 1}, -\frac{15}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的混合运算及求代数式的值, 正确计算是解题的关键; 先计算除法, 再计算减法, 最后代值计算即可.

【详解】 解: $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} \div \frac{x - 3}{x^2 + 3x} - \frac{x - x^2}{x^2 - 1}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2} \times \frac{x(x+3)}{x-3} + \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\
 &= x + \frac{x}{x+1} \\
 &= \frac{x^2 + 2x}{x+1};
 \end{aligned}$$

当 $x = -5$ 时, 原式 $= \frac{(-5)^2 + 2 \times (-5)}{-5 + 1} = -\frac{15}{4}$.

25. 某工人原计划在规定时间内加工 1500 个零件, 在加工了 1 小时后, 改进了操作方法, 工作效率提升到原来的两倍. 因此加工完成后, 比预定的时间提前了 2 个小时. 求原计划每小时加工多少个零件?

【答案】原计划每小时加工 300 个零件.

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用. 设原计划每小时加工 x 个零件, 则改进了操作方法后每小时加工 $2x$ 个零件, 根据在加工了 1 小时后, 改进了操作方法, 比预定的时间提前了 2 个小时, 列出分式方程, 解方程即可.

【详解】解: 设原计划每小时加工 x 个零件, 则改进了操作方法后每小时加工 $2x$ 个零件,

根据题意得: $\frac{1500}{x} - \left(1 + \frac{1500 - x}{2x}\right) = 2$,

解得: $x = 300$,

经检验, $x = 300$ 是原方程的解, 且符合题意,

答: 原计划每小时加工 300 个零件.

26. 阅读下列材料, 解决问题:

在处理分式的时候, 有时候分子的次方高于分母的次方, 在实际运算时往往难度比较大, 这时我们可以将分式拆分成一个整式和一个分式的和的形式.

例如: 将分式 $\frac{x^2 - x + 3}{x + 1}$ 拆分成一个整式和分式 (分子为整数) 相加.

$$\frac{x^2 - x + 3}{x + 1} = \frac{x^2 + x - 2x - 2 + 5}{x + 1} = \frac{x^2 + x}{x + 1} + \frac{-2x - 2}{x + 1} + \frac{5}{x + 1} = x - 2 + \frac{5}{x + 1}$$

(1) 请将 $\frac{2x^2 + 5x - 20}{x - 3}$ 拆分成一个整式和分式 (分子为整数) 相加的形式.

(2) 如果分式 $\frac{2x^2+5x-20}{x-3}$ 的值是整数, 求所有符合条件的整数 x 的值.

【答案】(1) $2x+11+\frac{13}{x-3}$

(2) x 的值为 2 或 4 或 16 或 -10

【解析】

【分析】本题考查了分式的值, 关键读懂题意, 把分式表示成一个整式与分式的和的形式;

(1) 按照题干的拆分方法进行即可;

(2) 由 (1) 知, 只要拆分后的分式的分母是分子的整数因数即可求解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{2x^2+5x-20}{x-3} = \frac{2x^2-6x+11x-33+13}{x-3} = \frac{2x^2-6x}{x-3} + \frac{11x-33}{x-3} + \frac{13}{x-3} = 2x+11+\frac{13}{x-3};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{2x^2+5x-20}{x-3} = \frac{2x^2-6x+11x-33+13}{x-3} = \frac{2x^2-6x}{x-3} + \frac{11x-33}{x-3} + \frac{13}{x-3} = 2x+11+\frac{13}{x-3};$$

$$\therefore \frac{2x^2+5x-20}{x-3} = 2x+11+\frac{13}{x-3} \text{ 的值为整数,}$$

$\therefore x-3$ 是 13 的所有整数因数,

即 $x-3=\pm 1$, $x-3=\pm 13$,

$\therefore x=4$ 或 $x=2$ 或 $x=16$ 或 $x=-10$;

即 x 的值为 2 或 4 或 16 或 -10.

27. 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x-a}{x^2-2x} + \frac{a}{x-2} = \frac{2}{x}$ 无解, 求参数 a 的值.

【答案】 a 的值为 -6, -1, 4

【解析】

【分析】本题考查了解分式方程; 先按照解分式方程的过程求出 x , 再根据方程无解的情况即可求得 a 的值.

【详解】解: 方程两边同乘 $x(x-2)$, 得 $3x-a+ax=2(x-2)$,

整理得: $(a+1)x=a-4$,

当 $a+1=0$ 时, 方程 $(a+1)x=a-4$ 无解, 从而分式方程无解,

解得: $a=-1$;

当 $a+1 \neq 0$ 时, 方程 $(a+1)x = a-4$ 解为 $x = \frac{a-4}{a+1}$,

分式方程的增根为 $x=0$ 或 $x=2$,

当 $x = \frac{a-4}{a+1} = 0$ 时, 解得 $a=4$;

当 $x = \frac{a-4}{a+1} = 2$ 时, 解得 $a=-6$;

综上, 分式方程无解时, a 的值为 $-6, -1, 4$.