

2024 学年第一学期七年级数学 11 月份阶段测试卷

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列各式从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $a(a+b) = a^2 + ab$

B. $24 = 2 \times 2 \times 3$

C. $a^2 + 2a + 1 = a(a+2) + 1$

D. $2a^2 - 6ab = 2a(a-3b)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解的定义, 熟练掌握因式分解是解题的关键; 因此此题可根据“把一个多项式写成几个整式乘积的形式叫做因式分解”进行求解即可

【详解】 解: A、 $a(a+b) = a^2 + ab$, 不属于因式分解; 故不符合题意;

B、 $24 = 2 \times 2 \times 3$, 不属于因式分解, 故不符合题意;

C、 $a^2 + 2a + 1 = a(a+2) + 1$, 不属于因式分解, 故不符合题意;

D、 $2a^2 - 6ab = 2a(a-3b)$, 属于因式分解; 故符合题意;

故选 D

2. 下列因式分解结果正确的是 ()

A. $3a^2 - 12ab + 12b^2 = 3(a-2b)^2$

B. $9x^2 - y^2 = (9x+y)(9x-y)$

C. $-x^2 - 2x - 1 = (-x-1)^2$

D. $x^2 - 5x - 6 = (x-2)(x-3)$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 对于 A, 先提取公因数 3, 再利用完全平方公式分解因式; 对于 B, 利用平方差公式分解因式即可; 对于 C, 利用完全平方公式分解因式即可; 对于 D, 利用十字相乘法分解因式即可.

【详解】 解: A、 $3a^2 - 12ab + 12b^2 = 3(a^2 - 4ab + 4b^2) = 3(a-2b)^2$, 原式因式分解正确, 符合题意;

B、 $9x^2 - y^2 = (3x+y)(3x-y)$, 原式因式分解错误, 不符合题意;

C、 $-x^2 - 2x - 1 = -(x^2 + 2x + 1) = -(x + 1)^2$ ，原式因式分解错误，不符合题意；

D、 $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$ ，原式因式分解错误，不符合题意；

故选：A.

3. 计算 $(-2)^{100} + (-2)^{101}$ ，等于 ()

A. -2

B. -1

C. -2^{100}

D. 2^{100}

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了提公因式法分解因式，正确找出公因式是解题的关键.

首先提公因式 $(-2)^{100}$ ，再计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & (-2)^{100} + (-2)^{101} \\ &= (-2)^{100} [1 + (-2)] \\ &= (-2)^{100} (1 - 2) \\ &= -(-2)^{100} \\ &= -2^{100}, \end{aligned}$$

故选：C.

4. 已知多项式 $2x^2 + bx + c$ 分解因式为 $2(x - 3)(x + 1)$ ，则 b 、 c 的值为 ()

A. $b = 3$ ， $c = -1$

B. $b = -6$ ， $c = 2$

C. $b = -6$ ， $c = -4$

D. $b = -4$ ， $c = -6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的意义，利用了因式分解的意义.

根据因式分解是把一个多项式转化成几个整式积，可得答案.

【详解】解：由多项式 $2x^2 + bx + c$ 分解因式为 $2(x - 3)(x + 1)$ ，得

$$2x^2 + bx + c = 2(x - 3)(x + 1) = 2x^2 - 4x - 6.$$

$$b = -4, c = -6,$$

故选：D.

5. 下列式子：① $-x^2 - xy - y^2$ ；② $0.5a^2 - ab + 0.5b^2$ ；③ $-4ab - a^2 + 4b^2$ ；④ $4x^2 + 9y^2 - 12xy$ ；

⑤ $3x^2 + 6xy + 3y^2$. 其中能用完全平方公式分解因式的有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据完全平方公式进行判断, 即可.

【详解】 解: ① $-x^2 - xy - y^2 = -(x^2 + xy + y^2)$, 不能用完全平方公式分解因式;

$$\text{② } 0.5a^2 - ab + 0.5b^2 = 0.5(a^2 - 2ab + b^2) = 0.5(a - b)^2;$$

③ $-4ab - a^2 + 4b^2 = -(a^2 + 4ab - 4b^2)$, 不能用完全平方公式分解因式;

$$\text{④ } 4x^2 + 9y^2 - 12xy = (2x - 3y)^2;$$

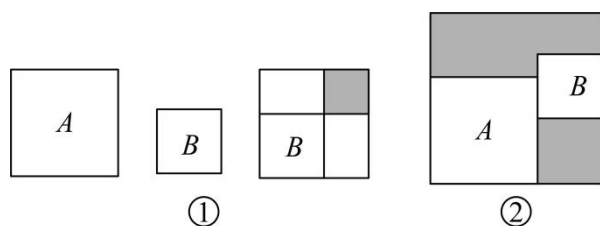
$$\text{⑤ } 3x^2 + 6xy + 3y^2 = 3(x^2 + 2xy + y^2) = 3(x + y)^2.$$

所以能用完全平方公式分解因式的有 3 个.

故选: C

【点睛】 本题考查了因式分解——运用公式法: 如果把乘法公式反过来, 就可以把某些多项式分解因式, 这种方法叫公式法; 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$; 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

6. 有两个正方形 A , B , 现将 B 放在 A 的内部, 得到图①, 将 A , B 并列放置后构成新的正方形, 得到图②. 若图①阴影面积为 3, 正方形 A , B 的面积之和为 11, 则图②阴影面积是 ()



A. 8

B. 9

C. 12

D. 15

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的几何背景, 设正方形 A , B 的边长分别是 a , b , 则正方形 A , B 的面积之和是 $a^2 + b^2$. 根据题意, 图①中阴影部分的图形是正方形, 边长为 $(a - b)$, 图②中新正方形的边长为 $(a + b)$, 根据完全平方公式求出 $2ab$ 即可求解, 熟练掌握完全平方公式并灵活运用是解题的关键.

【详解】 解: 设正方形 A , B 的边长分别是 a , b , 则正方形 A , B 的面积之和是 $a^2 + b^2$.

根据题意，图①中阴影部分的图形是正方形，边长为 $(a-b)$ ，图②中新正方形的边长为 $(a+b)$ ，

$\therefore$ 图①阴影面积为 3，正方形 A ， B 的面积之和为 11，

$$\therefore \begin{cases} (a-b)^2 = 3 \\ a^2 + b^2 = 8 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a^2 + b^2 - 2ab = 3 \\ a^2 + b^2 = 11 \end{cases},$$

$$\therefore (a+b)^2 - a^2 - b^2 = 2ab = 8,$$

$\therefore$ 图②阴影面积是 8.

故选：A.

二、填空题（本题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 计算： $x(x+y) - y(x+y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x^2 - y^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查单项式乘以多项式及整式的加减运算，熟练掌握各个运算是解题的关键；因此此题可先去括号，然后再进行整式的加减运算.

【详解】 解：原式 $= x^2 + xy - xy - y^2 = x^2 - y^2$ ；

故答案为 $x^2 - y^2$.

8. 整式 $16x^2y + 8a^2x^2 - 12a^3x^3y^3$ 各项的公因式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $4x^2$

【解析】

【分析】 本题考查多项式的公因式，解题的关键是掌握确定一个多项式的公因式，可归纳为“五看”：一看系数，若各项系数都是整数，应提取各项系数的最大公因数；当多项式中各项系数是分数时，则公因式的系数是分数，而且分母取各项系数中分母的最小公倍数，分子取各项系数中分子的最大公因数；二看字母，公因式的字母是各项相同的字母；三看字母的指数，各相同字母的指数取指数最低的；四看整体，如果多项式中含有相同的多项式，应将其看成整体，不要拆开；五看首项符号，若多项式中首项的符号为“-”，则公因式的符号一般为负。据此解答即可.

【详解】 解： $16x^2y + 8a^2x^2 - 12a^3x^3y^3$ 各项的公因式是 $4x^2$.

故答案为: $4x^2$.

9. 因式分解: $-7a^2b + 21ac - 14a^3bc = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-7a(ab - 3c + 2a^2bc)$

【解析】

【分析】 本题考查了提公因式法分解因式, 寻找正确的公因式是解题的关键.

通过观察发现, 公因式为 $-7a$, 然后分解因式即可.

【详解】 解: $-7a^2b + 21ac - 14a^3bc = -7a(ab - 3c + 2a^2bc)$,

故答案为: $-7a(ab - 3c + 2a^2bc)$.

10. 因式分解: $x^2 - 7xy - 8y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(x + y)(x - 8y)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键; 因此此题可根据十字相乘法可进行分解因式.

【详解】 解: 原式 $= (x + y)(x - 8y)$;

故答案为 $(x + y)(x - 8y)$.

11. 因式分解: $(a - b)^2 - 4(a - b) - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(a - b + 1)(a - b - 5)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解, 将原式化为 $(a - b)^2 - 4(a - b) - 4 - 1$, 然后分组

$[(a - b)^2 - 1] - 4[(a - b) + 1]$, 再根据平方差公式和提公因式法进一步分解即可. 掌握公式法和提公因式法分解因式是解题的关键.

【详解】 解: $(a - b)^2 - 4(a - b) - 5$
 $= (a - b)^2 - 4(a - b) - 4 - 1$
 $= [(a - b)^2 - 1] - 4[(a - b) + 1]$

$$\begin{aligned}
&= (a-b+1)(a-b-1) - 4(a-b+1) \\
&= (a-b+1)[(a-b-1) - 4] \\
&= (a-b+1)(a-b-5).
\end{aligned}$$

故答案为: $(a-b+1)(a-b-5)$.

12. 因式分解: $(a-1)(a+2) - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(a-2)(a+3)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解, 将原式展开再分组为 $(a^2 - 4) + (a - 2)$, 再根据平方差公式和提公因式法进行分解即可. 掌握公式法和提公因式法分解因式是解题的关键.

$$\begin{aligned}
\text{【详解】解: } &(a-1)(a+2) - 4 \\
&= a^2 - a + 2a - 2 - 4 \\
&= a^2 + a - 2 - 4 \\
&= (a^2 - 4) + (a - 2) \\
&= (a+2)(a-2) + (a-2) \\
&= (a-2)(a+3).
\end{aligned}$$

故答案为: $(a-2)(a+3)$.

13. 如果整式 $x^2 + kxy + \frac{1}{4}y^2$ 是一个完全平方式, 那么常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 ± 1

【解析】

【分析】 本题考查了求完全平方式中的字母系数, 熟练掌握完全平方式的结构特征是解题的关键. 根据完全平方式 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 的结构特征解答即可.

$$\begin{aligned}
\text{【详解】解: } &\because x^2 + kxy + \frac{1}{4}y^2 \text{ 是一个完全平方式,} \\
&\therefore x^2 + kxy + \frac{1}{4}y^2 = \left(x \pm \frac{1}{2}y\right)^2 = x^2 \pm xy + \frac{1}{4}y^2, \\
&\therefore k = \pm 1,
\end{aligned}$$

故答案为： ± 1 .

14. 因式分解： $1 + 2xy - x^2 - y^2 =$ _____

【答案】 $(1 + x - y)(1 - x + y)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键；因此此题可根据完全平方公式和平方差公式进行因式分解.

【详解】 解： 原式 $= 1 - (x^2 + y^2 - 2xy) = 1 - (x - y)^2 = (1 + x - y)(1 - x + y)$ ；

故答案为 $(1 + x - y)(1 - x + y)$.

15. 因式分解： $ac + a - c - 1 =$ _____

【答案】 $(c + 1)(a - 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解是解题的关键；因此此题可根据提公因式进行因式分解.

【详解】 解： 原式 $= a(c + 1) - (c + 1) = (c + 1)(a - 1)$ ；

故答案为 $(c + 1)(a - 1)$.

16. 因式分解： $x^2 - 4y^2 - x - 2y =$ _____

【答案】 $(x + 2y)(x - 2y - 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解是解题的关键；因此此题可根据平方差公式及提公因式进行因式分解.

【详解】 解： 原式 $= (x + 2y)(x - 2y) - (x + 2y) = (x + 2y)(x - 2y - 1)$ ；

故答案为 $(x + 2y)(x - 2y - 1)$.

17. 已知： $a^2 + b^2 - 4a - 6b + 13 = 0$ ，求 $5a - 10b + 3$ 的值_____.

【答案】 -17

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解及偶次幂的非负性，熟练掌握完全平方公式是解题的关键；由题意等式可

变形为 $(a-2)^2 + (b-3)^2 = 0$ ，则有 $a=2, b=3$ ，然后代入进行求解即可.

【详解】解：由题意得：

$$a^2 + b^2 - 4a - 6b + 13 = 0$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 6b + 9 = 0$$

$$(a-2)^2 + (b-3)^2 = 0$$

$$\therefore (a-2)^2 = 0, (b-3)^2 = 0,$$

$$\therefore a=2, b=3,$$

$$\therefore 5a - 10b + 3 = 5 \times 2 - 10 \times 3 + 3 = -17;$$

故答案为 -17 .

18. 已知： $3a^3 - 2a - 5 = 0$ ，则 $9a^6 - 12a^4 + 4a^2 - 10$ 的值为_____.

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查因式分解的应用，求代数式的值，将 $9a^6 - 12a^4 + 4a^2 - 10$ 化为 $(3a^3 - 2a)^2 - 10$ ，再整体代入计算即可. 利用整体代入思想解决问题是解题的关键.

【详解】解： $\because 3a^3 - 2a - 5 = 0$,

$$\therefore 3a^3 - 2a = 5,$$

$$\therefore 9a^6 - 12a^4 + 4a^2 - 10$$

$$= (3a^3 - 2a)^2 - 10$$

$$= 5^2 - 10$$

$$= 15,$$

$$\therefore 9a^6 - 12a^4 + 4a^2 - 10 \text{ 的值为 } 15.$$

故答案为： 15.

三、计算下列各式（本题共 6 题，每题 6 分，满分 36 分）

19. 分解因式： $8mn(n-m) + 2(n-m)^3$.

【答案】 $2(n-m)(n+m)^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解. 因式分解就是把一个多项式写成几个因式乘积的形式, 本题中首先提公因式 $2mn(n-m)$, 得到原式 $= 2(n-m)[4mn+(n-m)^2]$, 然后把中括号里的展开得到原式 $= 2(n-m)(n^2+2mn+m^2)$, 再利用完全平方公式分解因式可得结果为 $2(n-m)(n+m)^2$.

【详解】 解: $8mn(n-m)+2(n-m)^3$
 $= 2(n-m)[4mn+(n-m)^2]$
 $= 2(n-m)[4mn+n^2-2mn+m^2]$
 $= 2(n-m)(n^2+2mn+m^2)$
 $= 2(n-m)(n+m)^2$.

20. 分解因式: $x^2(x^2+4)-5$.

【答案】 $(x^2+5)(x+1)(x-1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键; 因此此题可根据十字相乘法进行因式分解.

【详解】 解: 原式 $= x^4+4x^2-5 = (x^2+5)(x^2-1) = (x^2+5)(x+1)(x-1)$.

21. 分解因式: $2a^3+8b-2a^2b-8a$.

【答案】 $2(a-b)(a+2)(a-2)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分组分解法, 综合提公因式和公式法分解因式等知识点, 熟练掌握分解因式的方法是解题的关键.

先对原式使用分组分解法分解因式, 得到 $(a-b)(2a^2-8)$, 然后提取公因式 2, 再对剩余部分使用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解: $2a^3+8b-2a^2b-8a$
 $= 2a^3-2a^2b+8b-8a$
 $= 2a^2(a-b)-8(a-b)$

$$\begin{aligned}
&= (a-b)(2a^2-8) \\
&= 2(a-b)(a^2-4) \\
&= 2(a-b)(a+2)(a-2).
\end{aligned}$$

22. 分解因式: $(x^2-4x)^2-8(x^2-4x)-48$.

【答案】 $(x-2)^2(x-6)(x+2)$

【解析】

【分析】 先把 x^2-4x 看作一个整体, 利用十字乘法作第一次分解, 再把两个因式再一次分解因式即可.

【详解】 解: $(x^2-4x)^2-8(x^2-4x)-48$

$$\begin{aligned}
&= (x^2-4x+4)(x^2-4x-12) \\
&= (x-2)^2(x-6)(x+2).
\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查的是利用十字乘法分解因式, 掌握利用十字乘法分解因式的方法与步骤是解本题的关键.

23. 分解因式: $(ab+1)^2-(a+b)^2$

【答案】 $(a+1)(b+1)(a-1)(b-1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平方差公式分解因式, 分组分解法等知识点, 熟练掌握分解因式的方法是解题的关键.

先对原式利用平方差公式分解因式, 得到 $(ab+a+b+1)(ab-a-b+1)$, 然后对前后两部分分别使用分组分解法即可.

【详解】 解: $(ab+1)^2-(a+b)^2$

$$\begin{aligned}
&= [(ab+1)+(a+b)] \times [(ab+1)-(a+b)] \\
&= (ab+1+a+b) \times (ab+1-a-b) \\
&= (ab+a+b+1) \times (ab-a-b+1) \\
&= [a(b+1)+(b+1)] \times [a(b-1)-(b-1)] \\
&= (a+1)(b+1)(a-1)(b-1).
\end{aligned}$$

24. 分解因式: $(x^2 + 4x)^2 - 8(x^2 + 4x + 6)$.

【答案】 $(x+2)^2(x-2)(x+6)$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键; 先根据整体思想把代数式展开, 然后再根据十字相乘法进行因式分解即可.

【详解】 解: 原式 $= (x^2 + 4x)^2 - 8(x^2 + 4x) - 48$
 $= (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x - 12)$
 $= (x+2)^2(x-2)(x+6)$.

四、解答题 (本题共 2 题, 每题 5 分, 满分 10 分)

25. 在学习整式乘法一章时, 小明发现: 若一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是整数) 的形式, 则称这个数为“智慧数”. 例如: 5 是“智慧数”, 因为 $5 = 2^2 + 1^2$; 再如: $M = x^2 + 2xy + 2y^2 = (x+y)^2 + y^2$ (x, y 是整数), 所以 M 也是“智慧数”

(1) 请你再写一个小于 10 的 (5 除外) “智慧数” _____, 并判断 29 是否为“智慧数” _____ (填“是”或者“否”);

(2) 已知 $S = x^2 + 4y^2 + 4x - 12y + k$ (x, y 是整数), k 是常数, 要使 S 为“智慧数”, 试求出符合条件的一个 k 值.

【答案】 (1) 8; 是

(2) 13

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解的应用, 完全平方公式的运用, 阅读理解题目表述的意思是本题的关键.

(1) 利用“智慧数”的定义可得;

(2) 利用配方法, 将 S 配成智慧数, 可求 k 的值.

【小问 1 详解】

$$\because 8 = 2^2 + 2^2,$$

$\therefore 8$ 是“智慧数”.

$\therefore$ 小于 10 的 (5 除外) “智慧数”为 8; (答案不唯一),

$$\because 29 = 2^2 + 5^2$$

∴ 29 是“智慧数”.

【小问 2 详解】

$$S = x^2 + 4y^2 + 4x - 12y + k$$

$$= (x+2)^2 - 4 + (2y-3)^2 - 9 + k$$

$$= (x+2)^2 + (2y-3)^2 + k - 13,$$

∵ S 是“智慧数”，

$$\therefore k - 13 = 0,$$

$$\therefore k = 13.$$

∴ 当 $k = 13$ 时, S 为“智慧数”.

26. 观察下列各式,你发现了什么规律?

$$1^2 = 1 = \frac{6}{6} = \frac{1 \times 2 \times 3}{6}$$

$$1^2 + 2^2 = 5 = \frac{30}{6} = \frac{2 \times 3 \times 5}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 = \frac{84}{6} = \frac{3 \times 4 \times 7}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30 = \frac{180}{6} = \frac{4 \times 5 \times 9}{6}$$

(1) 填空: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 =$ _____ (用含有 n 的代数式表示)

(2) 计算: $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \dots + 28^2 + 30^2$

【答案】 (1) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; (2) 4960;

【解析】

【分析】 (1) 观察规律即可解决问题;

(2) 矩形恒等变形, 利用结论即可解决问题;

【详解】 (1) 根据规律可知, $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

故答案为 $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

(2) $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \dots + 28^2 + 30^2 = 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2) = 2^2 \times \frac{15 \times 16 \times 31}{6} = 4960$.

【点睛】 此题考查有理数的混合运算, 规律型: 数字的变化类, 解题关键在于理解题意找到规律.