

2024 学年度第一学期七年级数学学科阶段练习二

(时间 50 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

B. $(a^3)^2 = a^6$

C. $a^2 + a^3 = 2a^5$

D. $(3a)^2 = 6a^2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查合并同类项, 积的乘方和幂的乘方以及完全平方公式, 运用相关知识计算出各选项再判断即可.

【详解】 解: A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 故原选项计算错误, 不符合题意;

B. $(a^3)^2 = a^6$, 计算正确, 符合题意;

C. a^2 与 a^3 不是同类项, 无法计算, 计算错误, 不符合题意;

D. $(3a)^2 = 9a^2$, 故原选项计算错误, 不符合题意;

故选: B.

2. 下列式子从左到右变形, 正确的是 ()

A. $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$

B. $\frac{x+1}{y+1} = \frac{x}{y}$

C. $\frac{4x^2}{2xy} = \frac{2x}{y}$

D. $\frac{x+3}{y-1} = \frac{3x+3}{3y-3}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了分式的基本性质, 根据分式的基本性质举例判断即可.

【详解】 解: A、不一定成立, 如当 $x = -2$, $y = 2$ 时, 左边 $= -1$, 右边 $= 1$, 等式不成立, 故此选项不符合题意;

B、不一定成立, 如当 $x = 3$, $y = 1$ 时, 左边 $= 2$, 右边 $= 3$, 等式不成立, 故此选项不符合题意;

C、分式的分子、分母同时除以 $2x(x \neq 0)$, 分式的值不变, 故此选项符合题意;

D、不一定成立，如当 $x=2$, $y=2$ 时，左边=5，右边=3，等式不成立，故此选项不符合题意；

故选：C.

3. 下列等式从左到右是因式分解，且结果正确的是（ ）

A. $a^2 + 8a + 16 = (a + 4)^2$

B. $4a^2b^2 - 6ab^2 + 2ab = 2ab(2ab - 3b)$

C. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = (a + b)(a - b) + (c + d)(c - d)$

D. $(a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查因式分解的意义，把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做分解因式，据此逐项判断即可.

【详解】解： $a^2 + 8a + 16 = (a + 4)^2$ 符合因式分解的定义，则 A 符合题意，

$4a^2b^2 - 6ab^2 + 2ab = 2ab(2ab - 3b + 1)$ ，则 B 不符合题意，

$a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = (a + b)(a - b) + (c + d)(c - d)$ 中等号右边不是积的形式，则 C 不符合题意，

$(a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$ 是乘法运算，则 D 不符合题意，

故选：A.

4. 下列分式中，是最简分式的是（ ）

A. $\frac{2x^2 - 8}{x - 2}$

B. $\frac{2x^2 - 8}{x + 2}$

C. $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$

D. $\frac{2x^2 + y^2}{4(x + y)}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了最简分式的定义，分子和分母不能约分的分式叫做最简分式，据此求解即可.

【详解】解：A、 $\frac{2x^2 - 8}{x - 2} = \frac{2(x^2 - 4)}{x - 2} = \frac{2(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = 2x + 4$ ，原分式不是最简分式，不符合题意；

B、 $\frac{2x^2 - 8}{x + 2} = \frac{2(x^2 - 4)}{x + 2} = \frac{2(x + 2)(x - 2)}{x + 2} = 2x - 4$ ，原分式不是最简分式，不符合题意；

C、 $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)}{x + y} = x - y$ ，原分式不是最简分式，不符合题意；

D、 $\frac{2x^2 + y^2}{4(x + y)}$ 是最简分式，符合题意；

故选：D.

5. 如果分式 $\frac{a+b}{4ab}$ 中的字母 a 、 b 都扩大为原来的 2 倍，那么分式的值等于 ()

A. 原来的 4 倍

B. 原来的 2 倍

C. 原来的 $\frac{1}{4}$

D. 原来的 $\frac{1}{2}$

【答案】D

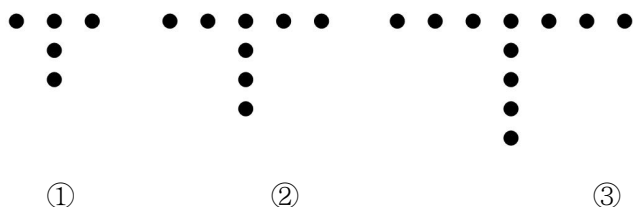
【解析】

【分析】本题考查分式的基本性质，根据分式的基本性质即可求出答案.

【详解】解： $\frac{2a+2b}{16ab} = \frac{a+b}{8ab} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a+b}{4ab}$ ，

故选：D.

6. 归纳“T”字形，用棋子摆成的“T”字形如图所示，按照图①，图②，图③的规律摆下去，摆成第 n 个“T”字形需要的棋子个数为 ()



①

②

③

A. $3n + 2$

B. $4n + 1$

C. $3n + 5$

D. $3n + 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了规律型：图形的变化类，设摆成第 n (n 为正整数) 个“T”字形需要 a_n 个棋子，根据摆成各个图形所需棋子数量的变化，可找出变化规律“ $a_n = 3n + 2$ ”，此题得解.

【详解】解：设摆成第 n (n 为正整数) 个“T”字形需要 a_n 个棋子.

观察图形，可知： $a_1 = 5 = 3 \times 1 + 2$ ，

$a_2 = 8 = 3 \times 2 + 2$ ，

$$a_3 = 11 = 3 \times 3 + 2,$$

...

$$\therefore a_n = 3n + 2.$$

故选：A.

二、填空（每题3分，共36分）

7. 计算： $3^{-2} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了负整数指数幂，根据 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 进行计算求解即可.

【详解】 解： $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9},$

故答案为： $\frac{1}{9}.$

8. 当 x _____ 时，分式 $\frac{2}{5-x}$ 有意义.

【答案】 $\neq 5$

【解析】

【分析】 本题主要考查分式有意义的条件，根据分式有意义，分母不为0列式求解即可.

【详解】 解： $\because$ 分式 $\frac{2}{5-x}$ 有意义，

$$\therefore 5 - x \neq 0,$$

解得， $x \neq 5,$

故答案为： $\neq 5.$

9. 分解因式： $2x + y + xy + 2 =$ _____.

【答案】 $(x+1)(y+2)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，将原式分组后利用提公因式法因式分解即可.

【详解】 解： $2x + y + xy + 2$

$$= (xy + 2x) + (y + 2)$$

$$= x(y + 2) + (y + 2)$$

$$= (x + 1)(y + 2),$$

故答案为: $(x + 1)(y + 2)$.

10. 计算: $(12ax^3 - 27ax^2 - 3ax) \div (-3ax) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $-4x^2 + 9x + 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式除以单项式的计算, 直接根据多项式除以单项式的计算法则求解即可.

【详解】 解: $(12ax^3 - 27ax^2 - 3ax) \div (-3ax)$

$$= 12ax^3 \div (-3ax) - 27ax^2 \div (-3ax) - 3ax \div (-3ax)$$

$$= -4x^2 + 9x + 1,$$

故答案为: $-4x^2 + 9x + 1$.

11. 若分式 $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ 的值为零, 则 x 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查了分式的值是 0 的条件, 根据 $x^2 - 4 = 0$ 且 $x - 2 \neq 0$ 即可求解.

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ 的值为零,

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \text{ 且 } x - 2 \neq 0.$$

解得: $x = -2$,

故答案为: -2 .

12. 如果 $(x - 2y)^2 + M = (x + 2y)^2$, 那么 $M = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $8xy$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式，根据题意得到 $M = (x+2y)^2 - (x-2y)^2$ ，利用完全平方公式展开，再合并同类项即可.

【详解】 解： $\because (x-2y)^2 + M = (x+2y)^2$,

$$\begin{aligned}\therefore M &= (x+2y)^2 - (x-2y)^2 \\ &= x^2 + 4xy + 4y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2 \\ &= 8xy\end{aligned}$$

故答案为： $8xy$.

13. 将 $\frac{a-b}{2a^2b^3}$ 表示成不含分母的形式： _____.

【答案】 $2^{-1}a^{-2}b^{-3}(a-b)$

【解析】

【分析】 本题主要考查负整数指数幂，根据负整数指数幂的运算法则进行解答即可.

【详解】 解： 将 $\frac{a-b}{2a^2b^3}$ 表示成不含分母的形式为 $2^{-1}a^{-2}b^{-3}(a-b)$,

故答案为： $2^{-1}a^{-2}b^{-3}(a-b)$

14. 计算： $-1^{2024} + (2024 - \pi)^0 =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查零指数幂、有理数的乘方，根据有理数的乘方和零指数幂的计算方法，可以解答本题.

【详解】 解： $-1^{2024} + (2024 - \pi)^0$

$$= -1 + 1$$

$$= 0,$$

故答案为： 0.

15. 若 $a^2 - a - 10 = 0$. 求 $(3-a)(2+a)$ 的值是_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】 本题考查了多项式乘多项式，由已知条件得出 $a^2 - a = 10$ ，再根据多项式乘多项式法则计算得出

$-(a^2 - a) + 6$ ，然后代入计算即可.

【详解】 解： $\because a^2 - a - 10 = 0$,

$$\therefore a^2 - a = 10,$$

$$(3 - a)(2 + a)$$

$$= 6 + 3a - 2a - a^2$$

$$= -a^2 + a + 6$$

$$= -(a^2 - a) + 6$$

$$= -10 + 6$$

$$= -4,$$

故答案为： -4 .

16. 已知 $27 = 9^y, 16^y = 8^{x+4}$ ，则 $x - y =$ _____.

【答案】 -3.5

【解析】

【分析】 本题考查幂的乘方，利用幂的乘方法则将各式变形后求得 x, y 的值后计算 $x - y$ 的值即可.

【详解】 解： $\because 27 = 9^y, 16^y = 8^{x+4}$,

$$\therefore 3^3 = 3^{2y}, 2^{4y} = 2^{3x+12},$$

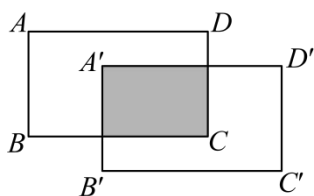
$$\text{则 } 2y = 3, 4y = 3x + 12,$$

$$\text{解得： } x = -2, y = 1.5,$$

$$\therefore x - y = -2 - 1.5 = -3.5,$$

故答案为： -3.5 .

17. 如图，将长为 6，宽为 4 的长方形 $ABCD$ 先向右平移 2，再向下平移 1，得到长方形 $A'B'CD'$ ，则阴影部分的面积为 _____.



【答案】 12

【解析】

【分析】 本题主要考查图形的平移，掌握图形平移求线段长度的方法是解题的关键.

根据图形移动可求出阴影部分的长和宽，根据几何图形面积的计算方法即可求解.

【详解】 解：由题意可得，阴影部分是矩形，长 $6-2=4$ ，宽 $4-1=3$ ，

$\therefore$ 阴影部分的面积 $= 4 \times 3 = 12$ ，

故答案为12.

18. 设 $a = 19^2 \times 918$ ， $b = 888^2 - 30^2$ ， $c = 698^2 - 220^2$ ，则 a ， b ， c 的大小关系为_____ . (用 “<” 号连接)

【答案】 $a < c < b$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分解因式，用平方差公式分解因式得到 $b = 918 \times 858$ ， $c = 918 \times 478$ ，再由 $a = 361 \times 918$ 即可得到答案.

【详解】 解： $\because b = 888^2 - 30^2$ ， $c = 698^2 - 220^2$ ，

$\therefore b = (888 + 30) \times (888 - 30)$ ， $c = (698 + 220)(698 - 220)$ ，

$\therefore b = 918 \times 858$ ， $c = 918 \times 478$ ，

$\because a = 19^2 \times 918 = 361 \times 918$ ，且 $361 < 478 < 858$ ，

$\therefore a < c < b$ ，

故答案为： $a < c < b$.

三、解答题： (19-25 题各 6 分， 26 题 10 分， 共 52 分)

19. 计算： $(2x + 3y)^2 - 2x(2x - 3y)$.

【答案】 $18xy + 9y^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式和单项式乘以多项式的计算，先根据完全平方公式和单项式乘以多项式的计算法则去括号，然后合并同类项即可得到答案.

【详解】解： $(2x+3y)^2 - 2x(2x-3y)$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x^2 + 6xy$$

$$= 18xy + 9y^2.$$

20. 计算： $\frac{1}{x+3} - \frac{3x+5}{x^2+2x-3}$.

【答案】 $-\frac{2}{x-1}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的加减法，先通分，再相减即可.

【详解】解： $\frac{1}{x+3} - \frac{3x+5}{x^2+2x-3}$

$$= \frac{1}{x+3} - \frac{3x+5}{(x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{x-1-(3x+5)}{(x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{-2x-6}{(x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{-2(x+3)}{(x-1)(x+3)}$$

$$= -\frac{2}{x-1}.$$

21. 计算： $\left(y-1-\frac{3}{y+1}\right) \div \frac{y^2-4y+4}{y+1}$.

【答案】 $\frac{y+2}{y-2}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的运算，先对括号内分式进行通分，再把除法运算转换为乘法运算，进行约分，即可得到结果.

【详解】解： $\left(y-1-\frac{3}{y+1}\right) \div \frac{y^2-4y+4}{y+1}$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{(y-1)(y+1)}{y+1} - \frac{3}{y+1} \right] \times \frac{y+1}{(y-2)^2} \\
&= \frac{y^2-4}{y+1} \times \frac{y+1}{(y-2)^2} \\
&= \frac{(y+2)(y-2)}{y+1} \times \frac{y+1}{(y-2)^2} \\
&= \frac{y+2}{y-2}.
\end{aligned}$$

22. 因式分解: $2x^3 - 8x^2y + 8xy^2$.

【答案】 $2x(x-2y)^2$

【解析】

【分析】 先提取公因式, 然后再利用完全平方公式进行因式分解即可.

【详解】 解: $2x^3 - 8x^2y + 8xy^2$

$$\begin{aligned}
&= 2x(x^2 - 4xy + 4y^2) \\
&= 2x(x-2y)^2.
\end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键.

23. 因式分解: $(y^2 - y)^2 - 14(y^2 - y) + 24$.

【答案】 $(y-2)(y+1)(y-4)(y+3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了十字相乘法分解因式, 直接利用十字相乘法分解因式得出答案

【详解】 解: $(y^2 - y)^2 - 14(y^2 - y) + 24$

$$\begin{aligned}
&= (y^2 - y - 2)(y^2 - y - 12) \\
&= (y-2)(y+1)(y-4)(y+3).
\end{aligned}$$

24. 计算: $\frac{1-x^{-1} \cdot y^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}}$ (结果不含负整数指数幂).

【答案】 $\frac{xy-1}{x+y}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了负整数指数幂，分式的化简，先把负整数指数幂化成分式的形式，再计算求解即可.

【详解】 解: $\frac{1-x^{-1} \cdot y^{-1}}{x^{-1}+y^{-1}}$

$$= \frac{1 - \frac{1}{xy}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

$$= \frac{\frac{xy-1}{xy}}{\frac{x+y}{xy}}$$

$$= \frac{xy-1}{x+y}.$$

25. 若 a 、 b 满足 $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 10ab + 16 = 0$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题主要考查了完全平方公式的应用以及非负数的性质，先配方得到 $(ab+4)^2 + (a+b)^2 = 0$ ，进而得出 $ab = -4$ ， $(a+b)^2 = 0$ ，再求出 $a^2 + b^2$ 的值即可.

【详解】 解: $\because a^2b^2 + a^2 + b^2 + 10ab + 16 = 0$,

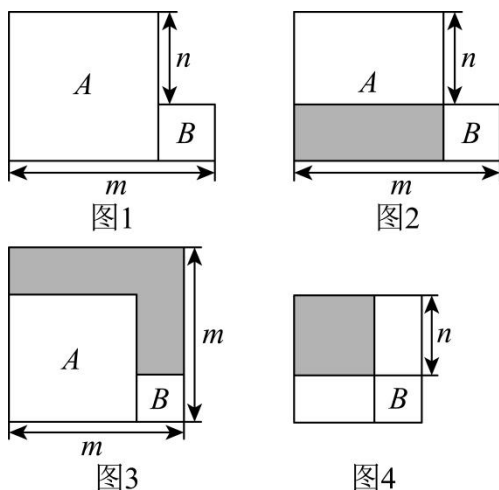
$$\therefore a^2b^2 + 8ab + 16 + a^2 + 2ab + b^2 = 0,$$

$$\therefore (ab+4)^2 + (a+b)^2 = 0,$$

$$\therefore ab = -4, (a+b)^2 = 0,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 0^2 - 2 \times (-4) = 0 + 8 = 8.$$

26. 已知 A 、 B 是两个边长不相等的正方形纸片，它们的边长之和是 m ，边长之差是 n .



- (1) 如图 1, 用含 m 、 n 的代数式表示 A 、 B 两个正方形纸片的面积之和: _____, 当 $m = 7$, $n = 3$ 时, A 、 B 两个正方形纸片的面积之和为 _____.
- (2) 如图 2, 如果 A 、 B 两个正方形纸片的面积之和为 5, 阴影部分的面积为 2, 试求 m 、 n 的值.
- (3) 现将正方形纸片 A 、 B 并排放置后构造新的正方形得图 3, 将正方形纸片 B 放在正方形纸片 A 的内部得图 4, 如果图 3 和图 4 中阴影部分的面积分别为 12 和 1, 那么 A 、 B 两个正方形纸片的面积之和为 _____.

【答案】 (1) $\frac{m^2 + n^2}{2}$, 29;

(2) $m = 3$, $n = 1$;

(3) 13

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用, 完全平方公式的应用, 整式的加减的应用, 熟练掌握完全平方公式, 正确找出题目中的等量关系是解题关键.

(1) 设 A 、 B 两个正方形纸片的边长分别为 a 、 b , 根据图形的特点列出方程组, 从而求出大正方形的面积与小正方形的边长, 进而得到面积和, 再代入计算即可;

(2) 设 A 、 B 两个正方形纸片的边长分别为 a 、 b , 由题意得: $a^2 + b^2 = 5$, $ab = 2$, 进而求出 $m^2 = 9$, $n^2 = 1$, 即可求出 m 、 n 的值;

(3) 设 A 、 B 两个正方形纸片的边长分别为 a 、 b , 由题意得: $(a+b)^2 - a^2 - b^2 = 12$, $(a-b)^2 = 1$, 进而求得 $a^2 + b^2 = 13$, 即可求出面积和.

【小问 1 详解】

解: 设 A 、 B 两个正方形纸片的边长分别为 a 、 b ,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} a+b=m \\ a-b=n \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=\frac{m+n}{2} \\ b=\frac{m-n}{2} \end{cases},$$

$\therefore A、B$ 两个正方形纸片的面积之和为

$$a^2 + b^2 = \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m-n}{2}\right)^2 = \frac{m^2 + 2mn + n^2 + m^2 - 2mn + n^2}{4} = \frac{m^2 + n^2}{2},$$

当 $m=7$, $n=3$ 时, $A、B$ 两个正方形纸片的面积之和为 $\frac{7^2 + 3^2}{2} = 29$,

故答案为: $\frac{m^2 + n^2}{2}$, 29;

【小问 2 详解】

解: 设 $A、B$ 两个正方形纸片的边长分别为 $a、b$,

由题意得: $a^2 + b^2 = 5$, $ab = 2$,

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 5 + 4 = 9, \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 1,$$

$$\therefore m^2 = 9, \quad n^2 = 1$$

$$\because m > 0, \quad n > 0$$

$$\therefore m = 3, \quad n = 1;$$

【小问 3 详解】

解: 设 $A、B$ 两个正方形纸片的边长分别为 $a、b$,

由题意得: $(a+b)^2 - a^2 - b^2 = 12$, $(a-b)^2 = 1$,

$$\therefore 2ab = 12,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 1 + 12 = 13,$$

$\therefore A、B$ 两个正方形纸片的面积之和为 13,

故答案为: 13.