

2024-2025 学年上海市杨浦区存志学校七年级（上）

月考数学试卷（9 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列代数式书写正确的是（ ）

A. $1\frac{2}{3}x$

B. $2x \div 3$

C. $\frac{2x+3}{x}$

D. $x^2 + 2x = -1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查代数式的书写习惯，掌握代数式的书写习惯是解题的关键。

根据代数式的书写要求判断各项。

【详解】解：A. 正确的书写格式是 $\frac{5}{3}x$ ，故此项不符合题意；

B. 正确的书写格式是 $\frac{2x}{3}$ ，故此项不符合题意

C. 代数式的书写正确，故此项符合题意；

D. 不是代数式，此项不符合题意。

故选：C

2. 下列计算结果正确的是（ ）

A. $a^{2n} \div a^n = a^2$

B. $a^{2n} \div a^2 = a^{2n-2}$

C. $(xy)^5 \div xy^3 = xy^2$

D. $x^6 \div x^2 \cdot x^3 = x$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查整式的除法，合并同类项的方法，以及同底数幂的乘法和幂的乘方与积的乘方的运算，要熟练掌握运算法则。根据整式的除法，合并同类项的方法，以及同底数幂的乘法和幂的乘方与积的乘方的运算方法逐一判断即可。

【详解】解：A、 $a^{2n} \div a^n = a^n$ ，原式计算错误，不符合题意；

B、 $a^{2n} \div a^2 = a^{2n-2}$ ，原式计算正确，符合题意；

C、 $(xy)^5 \div xy^3 = x^5y^5 \div xy^3 = x^4y^2$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $x^6 \div x^2 \cdot x^3 = x^4 \cdot x^3 = x^7$ ，原式计算错误，不符合题意；

故选：B.

3. 下列各式中，能用平方差公式分解因式的是（ ）

- A. $-x^2 - y^2$ B. $x^2 - 5y^2$ C. $x^2 + 4y^2$ D. $-x^2 + y^2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平方差公式分解因式，熟记平方差公式结构是解题的关键. 根据能用平方差公式分解因式的式子必须是两项平方项的差即可判断.

【详解】解：A、 $-x^2 - y^2$ 不能用平方差公式分解因式，不符合题意；

B、 $x^2 - 5y^2$ 不能用平方差公式分解因式，不符合题意；

C、 $x^2 + 4y^2$ 不能用平方差公式分解因式，不符合题意；

D、 $-x^2 + y^2 = y^2 - x^2$ 是 y 与 x 的平方的差，能用平方差公式分解因式，符合题意；

故选：D.

4. 下列各式因式分解正确的是（ ）

- A. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ B. $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$
- C. $x^2 + 2x - 3 = x\left(x+2-\frac{3}{x}\right)$ D. $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x+3y)^2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查因式分解，根据因式分解就是把一个多项式化为几个整式的积的形式，熟练掌握相关的知识点是解题的关键. 根据因式分解的方法逐项判断即可.

【详解】解：A、 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ，是整式乘法，不符合题意；

B、 $x^2 - 5x + 6 = x(x-5) + 6$ ，不是积的形式，不符合题意；

C、 $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$ ，故原式分解错误，不符合题意；

D、 $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x+3y)^2$ ，分解正确，符合题意；

故选：D.

5. 下列各式中，能用完全平方公式计算的是（ ）

A. $(a-b)(-a+b)$

B. $(a-b)(b+a)$

C. $(a-b)(-a-b)$

D. $(-b-a)(a-b)$

【答案】A

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式，以及平方差公式，熟练掌握公式是解本题的关键.

利用平方差公式，及完全平方公式判断即可.

【详解】 解： A. $(a-b)(-a+b) = -(b-a)(b-a) = -(b-a)^2 = -b^2 + 2ab - a^2$ ，此项符合题意；

B. $(a-b)(b+a) = a^2 - b^2$ ，此项不符合题意；

C. $(a-b)(-a-b) = -(a-b)(a+b) = b^2 - a^2$ ，此项不符合题意；

D. $(-b-a)(a-b) = -(a+b)(a-b) = b^2 - a^2$ ，此项不符合题意.

故选：A.

6. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2005} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{2006}$ 的计算结果是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了同底数幂的乘法、积的乘方逆运算法则，解题的关键是注意掌握同底数幂的乘法、积的乘方的运算法则，并会使用逆运算. 先根据负数的偶次幂得正，处理好符号，再根据同底数幂的乘法的

逆运算，把 $\left(-\frac{3}{2}\right)^{2006}$ 拆成 $\left(\frac{3}{2}\right)^{2005} \times \frac{3}{2}$ ，然后使用积的乘方的逆运算计算即可.

【详解】 解： 原式 $= \left(\frac{2}{3}\right)^{2005} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2006}$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{2005} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2005} \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right)^{2005} \cdot \frac{3}{2}$$

$$= 1 \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2},$$

故选：C.

二、填空题：本题共 11 小题，每小题 3 分，共 33 分.

7. 多项式 $4x^3 + 3x^2 - x - 4x^3 + 2$ 是_____次_____项式，一次项系数是_____.

【答案】 ①. 二 ②. 三 ③. -1

【解析】

【分析】 本题考查多项式的项数，次数和系数及合并同类项. 多项式中含有单项式的个数即为多项式的项数，包含的单项式中未知数的次数总和的最大值即为多项式的次数. 先将多项式中能合并的项合并，再根据多项式的定义进行解答.

【详解】 解： $\because 4x^3 + 3x^2 - x - 4x^3 + 2 = 3x^2 - x + 2,$

$\therefore$ 多项式 $4x^3 + 3x^2 - x - 4x^3 + 2$ 中最高次项是 $3x^2$ ，次数是 2，由三个单项式组成，一次项是 $-x$ ，系数是 -1，

故答案为：二，三，-1.

8. 把多项式 $-5xy^2 + 3x^3y - x^2y^3 + 2 + y$ 按 x 升幂排列：_____.

【答案】 $2 + y - 5xy^2 - x^2y^3 + 3x^3y$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的项的概念和升幂排列的概念. 多项式中的每个单项式叫做多项式的项；一个多项式的各项按照某个字母指数从大到小或者从小到大的顺序排列，叫做降幂或升幂排列. 在解题时要注意灵活运用. 根据多项式的项的概念和升幂排列的概念解答即可.

【详解】 解： 多项式 $-5xy^2 + 3x^3y - x^2y^3 + 2 + y$ 按 x 升幂排列： $2 + y - 5xy^2 - x^2y^3 + 3x^3y,$

故答案为： $2 + y - 5xy^2 - x^2y^3 + 3x^3y.$

9. 当 $x = \frac{1}{3}$ 时，代数式 $x(x^3 - 3) - (x^2 + 2)(x^2 - 2)$ 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了整式化简求值，熟练掌握整式混合运算法则，是解题的关键. 先根据整式乘法运算法则进行计算，然后再代入数据求值即可.

【详解】 解： $x(x^3 - 3) - (x^2 + 2)(x^2 - 2)$

$$= x^4 - 3x - (x^4 - 4)$$

$$= x^4 - 3x - x^4 + 4$$

$$= 4 - 3x,$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{1}{3} \text{ 时, 原式} = 4 - 3 \times \frac{1}{3} = 3.$$

故答案为: 3.

10. 已知单项式 $5a^{2m}b^n$ 与单项式 $-3a^4b^3$ 的和仍是单项式, 则 $mn =$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了同类项的定义, 掌握同类项的定义: 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的项叫同类项. 根据同类项的定义列出方程, 再求解即可.

【详解】 解: 由同类项定义可知 $2m = 4$, $n = 3$,

解得 $m = 2$, $n = 3$,

$$\therefore mn = 6.$$

故答案为: 6.

11. 已知 $a^{2m} = 3$, $a^{3n} = 5$, 则 $2a^{6m} - 4 =$ _____, $a^{4m-6n} =$ _____.

【答案】 ①. 50 ②. $\frac{9}{25}$

【解析】

【分析】 本题考查同底数幂除法, 幂的乘方, 利用幂的乘方法则, 同底数幂除法法则将各式变形后代入数值计算即可.

【详解】 解: $\because a^{2m} = 3$, $a^{3n} = 5$,

$$\therefore 2a^{6m} - 4$$

$$= 2(a^{2m})^3 - 4$$

$$= 2 \times 3^3 - 4$$

$$= 2 \times 27 - 4$$

$$= 50;$$

$$a^{4m-6n}$$

$$= a^{4m} \div a^{6n}$$

$$= (a^{2m})^2 \div (a^{3n})^2$$

$$= 3^2 \div 5^2$$

$$= 9 \div 25$$

$$= \frac{9}{25};$$

故答案为: 50; $\frac{9}{25}$.

12. 已知 $a - \frac{1}{a} = 3$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 ①. 11 ②. 13

【解析】

【分析】 本题考查了分式的化简求值, 解题的关键是根据 a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数的特点, 利用完全平方公式求解.

对已知条件等号两边平方, 整理后求解即可.

【详解】 解: $\because a - \frac{1}{a} = 3$,

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 9,$$

$$\text{即 } a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 9,$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 11,$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 11 + 2 = 13.$$

故答案为: 11; 13.

13. 计算: $\left(-2a^3b^4\right)^2 \div \left(-3ab^2\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{4}{27}a^3b^2$

【解析】

【分析】 本题考查了积的乘方, 单项式除以单项式, 准确熟练地进行计算是解题的关键. 先算积的乘方, 再算除法, 即可解答.

【详解】 解: $\left(-2a^3b^4\right)^2 \div \left(-3ab^2\right)^3$

$$= 4a^6b^8 \div (-27a^3b^6)$$

$$= -\frac{4}{27}a^3b^2,$$

$$\text{故答案为: } -\frac{4}{27}a^3b^2.$$

$$14. \text{ 简便运算: } 19.8 \times 20.2 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad 99.7^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 ①. 399.96 ②. 9940.09

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式、完全平方公式、小数的运算，熟练掌握平方差公式、完全平方公式是解题的关键. 先把 19.8×20.2 变形为 $(20 - 0.2) \times (20 + 0.2)$ ，然后利用平方差公式计算即可；先把 99.7^2 变形为 $(100 - 0.3)^2$ ，然后利用完全平方公式计算即可.

【详解】 解: 19.8×20.2

$$= (20 - 0.2) \times (20 + 0.2)$$

$$= 20^2 - 0.2^2$$

$$= 400 - 0.04$$

$$= 399.96;$$

$$99.7^2$$

$$= (100 - 0.3)^2$$

$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 0.3 + 0.3^2$$

$$= 10000 - 60 + 0.09$$

$$= 9940.09$$

故答案为: 399.96; 9940.09

$$15. \text{ 已知多项式 } A \text{ 除以 } x^2 + 2x - 3 \text{ 得商式 } 3x, \text{ 余式 } x + 2, \text{ 则多项式 } A \text{ 为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $3x^3 + 6x^2 - 8x + 2$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式乘多项式，熟练掌握运算法则是解题的关键.

根据题意列出式子 $3x(x^2 + 2x - 3) + x + 2$ ，然后根据多项式乘多项式的运算法则计算即可.

【详解】解：根据题意得， $A = 3x(x^2 + 2x - 3) + x + 2$

$$= 3x^3 + 6x^2 - 9x + x + 2$$

$$= 3x^3 + 6x^2 - 8x + 2,$$

故答案为： $3x^3 + 6x^2 - 8x + 2$.

16. 已知4个连续的偶数 a 、 b 、 c 、 d ，满足 $bd - ac = 412$ ，则这四个偶数是_____.

【答案】100, 102, 104, 106

【解析】

【分析】本题主要考查了列一元一次方程的应用；解题的关键是准确表示出这四个数，正确列出方程来解答. 首先用字母 m 来表示出这四个数，然后根据等式 $bd - ac = 412$ ，列出方程求解即可解决问题.

【详解】解： $\because a$ 、 b 、 c 、 d 是4个连续的偶数，

设最后一个数是 $m + 4$,

$$\therefore a = m - 2, b = m, c = m + 2,$$

$$\because bd - ac = 412,$$

$$\therefore m(m + 4) - (m - 2)(m + 2) = m^2 + 4m - m^2 + 4 = 412,$$

$$\therefore m = 102,$$

$$\therefore a = 100, b = 102, c = 104, d = 106,$$

故答案为：100, 102, 104, 106.

17. 已知多项式 $p = a^2 + 2b^2 + 2a + 4b + 2027$ ，则 p 的最小值是_____.

【答案】2024

【解析】

【分析】本题考查全平方公式的应用，掌握完全平方公式、偶次方的非负性是解题的关键. 利用完全平方公式把原式变形，根据偶次方的非负性解答.

【详解】解： $p = a^2 + 2b^2 + 2a + 4b + 2027$

$$= a^2 + 2a + 1 + 2b^2 + 4b + 2 + 2024$$

$$= (a + 1)^2 + 2(b + 1)^2 + 2024,$$

$$\because (a + 1)^2 \geq 0, 2(b + 1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (a + 1)^2 + 2(b + 1)^2 + 2024 \geq 2024,$$

$\therefore p$ 的最小值是 2024,

故答案为: 2024.

三、解答题: 本题共 20 小题, 共 160 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

18. 分解因式: $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$.

【答案】 $(a+b+c)(a+b-c)$

【解析】

【分析】 原式前三项利用完全平方公式分解, 再利用平方差公式分解即可.

此题考查了因式分解, 分组分解法, 适当的结合是解本题的关键.

【详解】 解: $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

$$= (a+b)^2 - c^2$$

$$= (a+b+c)(a+b-c)$$

19. 计算: $(3x^3y^2)^4 \div (6x^2y)^2 - \left(-\frac{1}{3}x^3y^2\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}xy\right)^2$

【答案】 $\frac{20}{9}x^8y^6$

【解析】

【分析】 先算乘方, 再算乘除, 后算加减, 即可解答.

本题考查了整式的运算, 准确熟练地进行计算是解题的关键.

【详解】 解: $(3x^3y^2)^4 \div (6x^2y)^2 - \left(-\frac{1}{3}x^3y^2\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}xy\right)^2$

$$= 81x^{12}y^8 \div 36x^4y^2 - \frac{1}{9}x^6y^4 \cdot \frac{1}{4}x^2y^2$$

$$= \frac{81}{36}x^8y^6 - \frac{1}{36}x^8y^6$$

$$= \frac{20}{9}x^8y^6.$$

20. 计算: $(x+2y)(-x-2y) - (2x+y)(-2x+y)$

【答案】 $3x^2 - 4xy - 5y^2$

【解析】

【分析】 本题考查了平方差公式、完全平方公式、熟练掌握公式是解题的关键. 先根据完全平方公式、平

方差公式进行计算，再合并即可.

【详解】解： $(x+2y)(-x-2y)-(2x+y)(-2x+y)$
 $=-(x+2y)(x+2y)-(2x+y)(-2x+y)$
 $=-(x+2y)^2-(y+2x)(y-2x)$
 $=-(x^2+4xy+4y^2)-(y^2-4x^2)$
 $=-x^2-4xy-4y^2-y^2+4x^2$
 $=3x^2-4xy-5y^2.$

21. 分解因式： $27x^2y-12y^3$

【答案】 $3y(3x+2y)(3x-2y)$

【解析】

【分析】此题主要考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握相关的知识点是解题的关键. 先提取公因式 $3y$ ，再利用平方差公式分解因式得出答案.

【详解】解： $27x^2y-12y^3=3y(9x^2-4y^2)=3y(3x+2y)(3x-2y)$ ，
故答案为： $3y(3x+2y)(3x-2y)$.

22. 分解因式： $4x^2-11xy-3y^2$.

【答案】 $(x-3y)(4x+y)$

【解析】

【分析】本题考查了利用了十字相乘法进行因式分解，利用了十字相乘法分解的分解原则是关键. 将 4 化为 1×4 ， $-3y^2$ 化为 $-3y \times y$ ，用十字相乘法分解因式即可.

【详解】解： $4x^2-11xy-3y^2=(x-3y)(4x+y)$.

23. 分解因式： $4x^2+6x-y^2-3y$

【答案】 $(2x-y)(2x+y+3)$

【解析】

【分析】本题主要考查的是因式分解，分组分解法及提公因式法、平方差公式是常用的因式分解法. 利用分组分解的方法进行因式分解.

【详解】解： $4x^2 + 6x - y^2 - 3y$

$$= 4x^2 - y^2 + 6x - 3y$$

$$= (2x + y)(2x - y) + 3(2x - y)$$

$$= (2x - y)(2x + y + 3).$$

24. 分解因式： $x^2 - 3xy - 10y^2 + x + 9y - 2$.

【答案】 $(x - 5y + 2)(x + 2y - 1)$

【解析】

【分析】把 y 看作常数，整理成关于字母 x 的降幂排列的二次三项式，然后用十字相乘法分解即可.

【详解】解： 原式 $= x^2 - x(3y - 1) - (10y^2 - 9y + 2)$

$$= x^2 - x(3y - 1) - (5y - 2)(2y - 1)$$

$$= [x - (5y - 2)][x + (2y - 1)]$$

$$= (x - 5y + 2)(x + 2y - 1)$$

【点睛】 本题考查了含两个字母的多项式的因式分解，把其中一个字母看作常数对多项式进行重新排列是解题的关键.

25. 先化简，再求值： $(x - 2y)(x + y) - (x - 2y)(x + 2y) - (2x - y)^2$ ，其中 $x = -\frac{1}{2}$, $y = -0.25$

【答案】 $-4x^2 + 3xy + y^2, -\frac{9}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算-化简求值，完全平方公式，平方差公式，熟练掌握运算法则是解本题的关键. 原式利用完全平方公式，平方差公式，以及单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

【详解】解： $(x - 2y)(x + y) - (x - 2y)(x + 2y) - (2x - y)^2$

$$= x^2 - xy - 2y^2 - x^2 + 4y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2)$$

$$= x^2 - xy - 2y^2 - x^2 + 4y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2$$

$$= -4x^2 + 3xy + y^2,$$

当 $x = -\frac{1}{2}$, $y = -0.25 = -\frac{1}{4}$ 时,

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)^2, \\
 &= -4 \times \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{16}, \\
 &= -1 + \frac{3}{8} + \frac{1}{16}, \\
 &= -\frac{9}{16},
 \end{aligned}$$

26. 已知 $x^2 + y^2 = 8\frac{1}{4}$, $x - y = 1.5$, 求 xy 的值.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式在计算中的应用，熟练掌握完全平方公式的特征是解题的关键. 先把 $x - y = 1.5$ 两边平方，利用完全平方公式展开后代入 $x^2 + y^2 = 8\frac{1}{4}$ 的值即可求解.

【详解】 解： $\because x - y = 1.5$,

$$\therefore (x - y)^2 = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x^2 - 2xy + y^2 = \frac{9}{4},$$

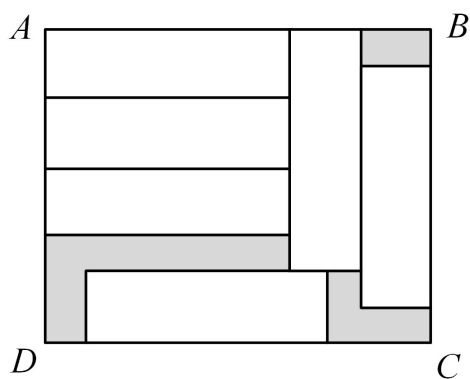
$$\because x^2 + y^2 = 8\frac{1}{4},$$

$$\therefore 8\frac{1}{4} - 2xy = \frac{9}{4},$$

$$\therefore 2xy = 6,$$

$$\therefore xy = 3;$$

27. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，放入 6 个形状和大小都相同的小长方形，已知小长方形的长为 a ，宽为 b .



(1) 用含 a ， b 的代数式表示长方形 $ABCD$ 的长 AB 、宽 AD ；

(2) 用含 a , b 的代数式表示阴影部分的面积.

【答案】(1) $AB = a + 2b$, $AD = a + b$

(2) $a^2 - 3ab + 2b^2$

【解析】

【分析】(1) 由图可得: $AB = a + b + b = a + 2b$, $AD = a + b$, 即可得到答案;

(2) 由 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{长方形}ABCD} - 6S_{\text{小长方形}}$, 进行计算即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 由图形得: $AB = a + 2b$, $AD = a + b$;

【小问 2 详解】

解: 由图可知:

$$S_{\text{阴影}} = S_{\text{长方形}ABCD} - 6S_{\text{小长方形}} = (a+b)(a+2b) - 6ab = a^2 + 2ab + ab + 2b^2 - 6ab = a^2 - 3ab + 2b^2.$$

【点睛】本题考查了列代数式, 整式的混合运算, 认真观察图形, 正确得出长方形 $ABCD$ 的长 AB 、宽 AD 是解题的关键.

28. 已知 $a - b = b - c = \frac{3}{5}$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 求式子 $ab + bc + ca$ 的值.

【答案】 $-\frac{2}{25}$

【解析】

【分析】根据已知条件 $a - b = \frac{3}{5}$, $b - c = \frac{3}{5}$, 求得 $a - c = \frac{6}{5}$, 然后由 $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (a - c)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$, 求 $ab + bc + ca$ 的值即可.

【详解】根据题意 $a - b = \frac{3}{5}$, $b - c = \frac{3}{5}$, 两式相加得: $a - c = \frac{6}{5}$.

$$\begin{aligned}\therefore ab + bc + ca &= -\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2)], \\ &= -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 - 2\right], \\ &= -\frac{2}{25}.\end{aligned}$$

故答案为: $-\frac{2}{25}$.

【点睛】本题考查了完全平方公式, 巧妙地用到了完全平方公式的变形式以及整体代换的思想, 熟练掌握完全平方公式的变形应用是解题的关键.

29. 已知: $x^2 + 5x - 990 = 0$, 请求出 $x^3 + 7x^2 - 980x + 35$ 的值.

【答案】 2015

【解析】

【分析】 本题考查了求代数式的值，渗透整体代入的方法是解题的关键. 首先由 $x^2 + 5x - 990 = 0$ ，得出 $x^2 + 5x = 990$ ，进一步分组整理代数式 $x^3 + 7x^2 - 980x + 35$ ，求得数值即可.

【详解】 解： $\because x^2 + 5x - 990 = 0$ ，
 $\therefore x^2 + 5x = 990$ ，
原式 $= x(x^2 + 5x) + 2x^2 - 980x + 35$
 $= 990x + 2x^2 - 980x + 35$
 $= 2x^2 + 10x + 35$
 $= 2(x^2 + 5x) + 35$
 $= 2 \times 990 + 35$
 $= 1980 + 35$
 $= 2015$.

30. 分解因式： $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$.

【答案】 $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 5)$

【解析】

【分析】 将原式展开，是关于 x 的四次多项式，分解因式较困难. 我们不妨将 $x^2 + x$ 看作一个整体，并用字母 y 来替代，于是原题转化为关于 y 的二次三项式的因式分解问题了.

【详解】 设 $x^2 + x = y$ ，则
原式 $= (y + 1)(y + 2) - 12 = y^2 + 3y - 10$
 $= (y - 2)(y + 5) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x + 5)$
 $= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 5)$.

【点睛】 本题主要考查了因式分解-十字相乘法，对于展开后次数较高的因式分解，不要急于展开，要多观察查找规律. 常用换元法来解决.

31. 因式分解： $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

【答案】 $(a - b)(c - a)(c - b)$

【解析】

【分析】 本题考查了分组分解法进行因式分解，解决本题的关键是进行分组. 先去括号，再进行分组，利

用提公因式法，即可解答.

$$\begin{aligned} & \text{【详解】解: } a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ &= a^2b-a^2c+b^2c-b^2a+c^2a-c^2b \\ &= (a^2b-b^2a)-(a^2c-b^2c)+(c^2a-c^2b) \\ &= ab(a-b)-c(a+b)(a-b)+c^2(a-b) \\ &= (a-b)[ab-c(a+b)+c^2] \\ &= (a-b)(c-a)(c-b). \end{aligned}$$

32. 分解因式: $x^4+4x^2y^2+16y^4$

$$\text{【答案】 } (x^2+4y^2-2xy)(x^2+4y^2+2xy)$$

【解析】

【分析】此题主要考查了公式法分解因式，直接利用完全平方公式分解因式，再利用平方差公式分解因式即可.

$$\begin{aligned} & \text{【详解】解: } x^4+4x^2y^2+16y^4 \\ &= (x^2+4y^2)^2-4x^2y^2 \\ &= (x^2+4y^2-2xy)(x^2+4y^2+2xy). \end{aligned}$$

33. 分解因式: $x^2+xy-6y^2-2x+19y-15$

$$\text{【答案】 } (x-2y+3)(x+3y-5)$$

【解析】

【分析】先把二次三项式 $x^2+xy-6y^2$ 利用十字相乘法进行因式分解，再利用十字相乘法继续分解即可.
本题考查的是利用分组分解法进行因式分解，把多项式进行正确的分组、灵活运用十字相乘法是解题的关键.

$$\begin{aligned} & \text{【详解】解: } x^2+xy-6y^2-2x+19y-15 \\ &= (x-2y)(x+3y)+(-2x+19y)-15 \\ &= (x-2y)(x+3y)-5(x-2y)+3(x+3y)-15 \end{aligned}$$

$$= (x-2y+3)(x+3y-5).$$

34. 二次三项式 $x^2 - 12x + k$ 在整数范围内可以分解成两个一次因式, 则 k 的值的个数有_____个.

【答案】 无数

【解析】

【分析】 本题考查了整式的因式分解, 掌握整式和因式分解的关系是解决本题的关键. 先设 $x^2 - 12x + k$ 分解的两个因式为 $(x+a)(x+b)$ (a, b 都是整数), 根据因式分解与整式的关系得 $a+b, ab$ 与 $-12, k$ 间关系, 判断满足条件的 a, b 得结论.

【详解】 解: $\because x^2 - 12x + k$ 在整数范围内可以分解成两个一次因式,

设 $x^2 - 12x + k$ 分解的两个因式为 $(x+a)(x+b)$ (a, b 都是整数),

$$\therefore (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab = x^2 - 12x + k,$$

$$\therefore a+b = -12, ab = k$$

在整数范围内, 满足两个整数的和为 -12 的 a, b 有无数对,

$\therefore$ 满足条件的 k 有无数个.

故答案为: 无数.

35. 已知 $x^2 - 3x + k = (x+k)(x+q)$, 其中 k, q 均为整数, 则 $k^2 - q^2 =$ _____.

【答案】 -9 或 15

【解析】

【分析】 把等式右边展开, 由对应相等得出 $k+q = -3$, $kq = k$, 再由 k, q 均为整数, 求出 k 和 q 的值, 即可求出答案.

本题考查因式分解—十字相乘法等, 熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

【详解】 解: $\because x^2 - 3x + k = (x+k)(x+q) = x^2 + (k+q)x + kq$,

$$\therefore k+q = -3, kq = k,$$

$$\therefore \text{当 } k = 0 \text{ 时, 则 } q = -3,$$

$$\therefore k^2 - q^2 = -9;$$

$$\text{当 } k \neq 0 \text{ 时, 则 } q = 1, k = -4,$$

$$\therefore k^2 - q^2 = 15;$$

故答案为-9或15

36. 已知: m, n 为非负整数, 且 $m^2 - n^2 = 11$, 求 m, n 的值.

【答案】6, 5

【解析】

【分析】首先利用平方差公式因式分解, 得出 $(m+n)(m-n)=11$, 根据 m, n 为非负整数, 由此得出 $m+n=11, m-n=1$, 建立 m, n 的方程组组, 求得方程组的解得出答案即可.

本题考查了平方差公式的应用, 解二元一次方程组, 熟练掌握平方差公式, 解二元一次方程组的方法是解题的关键.

【详解】解: $\because m^2 - n^2 = 11$,

$$\therefore (m+n)(m-n)=11,$$

$\because m, n$ 为非负整数,

$$\therefore \begin{cases} m+n=11 \\ m-n=1 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} m=6 \\ n=5 \end{cases}$

$\therefore m, n$ 的值分别为 6, 5

37. “试根法”是一种常见的数学方法可以应用于分解因式、多项式的除法等运算, 其算法如下: 对于多项式 $x^2 - 2x - 3$, 令 $x=3$ 时, $x^2 - 2x - 3=0$, 则 $x^2 - 2x - 3$ 必有一个因式是 $x-3$, 且 $x^2 - 2x - 3$ 可以分解为 $(x-3)(x+1)$, 对于多项式 $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$, 令 $x=2$ 时, $x^3 - 2x^2 - 4x + 8=0$, 则 $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ 必有一个因式是 $x-2$, 且 $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ 可以分解为 $(x+2)(x-2)^2$

(1) 分解因式: $x^3 - 2x^2 - 4x + 3$ (当 $x=3$ 时, 原式为 0) (方法任意);

(2) 已知多项式 $4x^3 + 9x^2 + mx + n$ 既能被 $x+3$ 整除, 又能被 $x-1$ 整除, 求 m, n 的值 (方法任意)

【答案】(1) $(x-3)(x^2+x-1)$

(2) $m=-10, n=-3$

【解析】

【分析】本题主要考查了因式分解的意义, 因式分解的应用, 整式的除法;

(1) 根据当 $x=3$ 时, $x^3 - 2x^2 - 4x + 3=0$, 得多项式 $x^3 - 2x^2 - 4x + 3$ 必有一个因式 $x-3$, 设

$x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x^2 + ax - 1)$, 然后比较同类项的系数 $a = 1$, 进而可得出答案;

(2) 根据多项式 $4x^3 + 9x^2 + mx + n$ 既能被 $x+3$ 整除, 又能被 $x-1$ 整除, 得当 $x = -3$ 或 $x = 1$ 时,

$4x^3 + 9x^2 + mx + n = 0$, 将 $x = -3$ 代入整理得 $-3m + n = 27$ ①, 将 $x = 1$ 代入整理得 $m + n = -13$ ②, 再由①②解出 m, n 的值即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 当 $x = 3$ 时, $x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = 3^3 - 2 \times 3^2 - 4 \times 3 + 3 = 0$,

$\therefore$ 多项式 $x^3 - 2x^2 - 4x + 3$ 必有一个因式 $x - 3$,

$\therefore$ 设 $x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x^2 + ax - 1)$,

$\therefore x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = x^3 + (a-3)x^2 - (3a+1)x + 3$,

比较同类项的系数得: $a-3 = -2$, $-(3a+1) = -4$,

由 $a-3 = -2$, 解得: $a = 1$,

由 $-(3a+1) = -4$, 解得: $a = 1$,

$\therefore x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x^2 + x - 1)$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 多项式 $4x^3 + 9x^2 + mx + n$ 既能被 $x+3$ 整除, 又能被 $x-1$ 整除,

$\therefore$ 多项式 $4x^3 + 9x^2 + mx + n$ 必有因式 $x+3$ 和 $x-1$,

$\therefore$ 当 $x = -3$ 或 $x = 1$ 时, $4x^3 + 9x^2 + mx + n = 0$,

$\therefore$ 当 $x = -3$ 时, $4 \times (-3)^3 + 9 \times (-3)^2 - 3m + n = 0$,

整理得: $-3m + n = 27$ ①,

当 $x = 1$ 时, $4 \times 1^3 + 9 \times 1^2 + m + n = 0$,

整理得: $m + n = -13$ ②,

①-②, 得: $-4m = -40$,

$\therefore m = -10$,

将 $m = -10$ 代入②, 得: $n = -3$.

$\therefore m = -10, n = -3$.