

八年级数学上学期期中综合提升练

(新教材沪教版 19~21 章)

一、单选题

- 下列各数: $\frac{\pi}{2}, \sqrt{9}, \frac{22}{7}, \sqrt{3}, 0.303003\cdots$ (两个 3 之间 0 的个数依次增加 1 个), 其中无理数的个数有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 数轴上点 A 表示的数是 1, 点 B, C 分别位于点 A 的两侧, 且到点 A 的距离相等. 若点 B 表示的数是 $\sqrt{7}$, 则点 C 表示的数是 ()
A. $-2-\sqrt{7}$ B. $2-\sqrt{7}$ C. $1-\sqrt{7}$ D. $-2+\sqrt{7}$
- 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 和 $\sqrt{0.2}$
C. $\sqrt{4ab}$ 和 $\sqrt{2ab}$ D. $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{a^2}$
- 已知 x, y 为实数, 且 $y = \sqrt{x-9} - \sqrt{9-x} + 4$, 求 $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 5 D. 13
- 已知关于 x 的方程 $(k+2)x^{|k|} + x + 4 = 0$ 是一元二次方程, 则 k 的值为 ()
A. ± 2 B. -2 C. 2 D. 不能确定
- 已知整式 $M: a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, 其中 $n, a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ 为正整数, 且 $a_0 < a_1 < \cdots < a_{n-1} < a_n$, 且 $a_0 \cdot a_1 \cdots a_{n-1} \cdot a_n = A$, 下列说法正确的个数是 ()
① 若 $A = 9$, 则多项式 M 可以为二次三项式; ② 若 $A = 12$, 满足条件的所有整式 M 的和为 $10x^2 + 27x + 8$;
③ 若 $A = 24$, 满足条件的所有二次三项式中, 当 x 取任意实数时, 其值一定为非负数的整式 M 共有 4 个
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

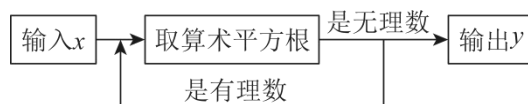
二、填空题

- 若式子 $\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.
- 一元二次方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 中, 二次项系数是_____, 常数项是_____.
- 在数轴上, 与数 2 距离为 $\sqrt{3}$ 的点所对应的数是_____.
- 已知 $\sqrt[3]{2.019} \approx 1.2639$, $\sqrt[3]{20.19} \approx 2.7230$, 则 $\sqrt[3]{-0.002019} \approx$ _____.
- 观察下列各式: ① $\sqrt{1+\frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{1}{3}}$, ② $\sqrt{2+\frac{1}{4}} = 3\sqrt{\frac{1}{4}}$, ③ $\sqrt{3+\frac{1}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}}$, , 请用含 $n(n \geq 1)$ 的式子写出你

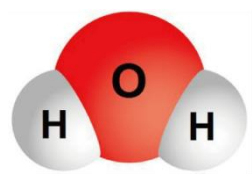
猜想的规律: _____.

12. 比较大小: $\frac{\sqrt{19}-2}{3}$ _____ $\frac{2}{3}$.

13. 有一个数值转换器, 原理如下: 当输入的 x 为 256 时, 输出的 y 是_____.



14. 我们生活在物质的世界里, 所有的物质都是由一些看不见的微小粒子构成的, 例如水就是由水分子构成的. 科学家们通过测量发现一个水分子的直径仅约 0.0000000004m , 其中 0.0000000004m 用科学记数法表示为_____.



15. 若最简二次根式 $\sqrt{a-1}$ 与 $\sqrt{1-b}$ 可以合并, 则 $a+b$ 的值是_____.

16. 已知 x, y 分别是 $10-2\sqrt{2}$ 的整数部分和小数部分, 则 $xy-y^2 =$ _____.

17. 用“ $\triangle$ ”定义新运算, 对于任意实数 a, b , 都有 $a \triangle b = \frac{\sqrt{b^2+1}}{|a-b|}$, 例如: $7 \triangle 4 = \frac{\sqrt{4^2+1}}{|7-4|} = \frac{\sqrt{17}}{3}$, 那么

$-1 \triangle 7 =$ _____.

18. 已知 $|a-2| + (b-1)^2 + \sqrt{6-c} = 0$, 则 $\sqrt{a+b+c}$ 的平方根为_____.

三、解答题

19. 解方程:

(1) $4(x-3) = 2x(x-3)$;

(2) $x^2 - 4x - 7 = 0$.

20. 已知 $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = 2 + \sqrt{3}$, 求代数式 $x^2 + xy + y^2$ 的值.

21. 已知 $|a| = 4$, b 是 9 的算术平方根, $3c - 2$ 的立方根是 -2 .

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 若 $a > b > c$, 求 $5a + b - c$ 的平方根.

22. “作差法”是数学中常用的比较两个数大小的方法, 若 $a - b > 0$, 则 $a > b$; 若 $a - b = 0$, 则 $a = b$; 若 $a - b < 0$, 则 $a < b$.

例: 比较 $\sqrt{10} - 2$ 和 2 的大小.

由“作差法”得 $\sqrt{10} - 2 - 2 = \sqrt{10} - 4$, 因为 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$, 所以 $3 < \sqrt{10} < 4$, 所以 $\sqrt{10} - 4 < 0$, 所以 $\sqrt{10} - 2 < 2$.

请你根据上面的方法解决下列问题:

(1) 比较 $\sqrt{5} - 1$ 和 1 的大小;

(2) 比较 $\sqrt{17} + 1$ 和 7 的大小.

23. 观察下列等式:

第一个等式: $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{1(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1,$

第二个等式: $a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2},$

第三个等式: $a_3 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3},$

按上述规律, 回答以下问题:

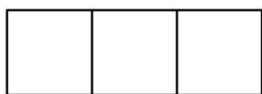
(1)按上面规律填空: $a_4 = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2)利用以上规律计算: $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2024};$

(3)求 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \right) \times (\sqrt{7}+1)$ 的值.

24. 素材 1: 如图, 某公司计划在 3 块并排的正方形地基上建造厂房, 地基的总面积为 1200m^2 .

素材 2: 又计划在厂房的一边建造一个面积为 300m^2 的长方形仓库, 为节省材料, 仓库一边与厂房共用一面墙, 并且共用部分不超过厂房的某一边长, 不考虑门窗, 另外三边用塑钢材料围成, 仓库的长与宽之比为 5:2. 根据上面两个素材, 回答下列问题:



(1)求每块正方形地基的边长;

(2)通过计算说明能否按照要求建造出长方形仓库, 若能, 求出该仓库的长与宽; 若不能, 请说明理由.

25. 某商场将进货价为 30 元的玩具以 40 元售出, 1 月份销售 400 个, 2 月份和 3 月份这种玩具销售量持续增加, 在售价不变的基础上, 3 月份的销售量达到 576 个, 设 2 月份和 3 月份两个月的销售量月平均增长率不变.

(1)求 2 月份和 3 月份两个月的销售量月平均增长率;

(2)从 4 月份起, 在 3 月份销售量的基础上, 商场决定降价促销. 经调查发现, 售价在 35 元至 40 元范围内, 这种玩具的售价每降价 0.5 元, 其销售量增加 6 个. 若商场要想使 4 月份销售这种玩具获利 4800 元, 则这种玩具应降价多少元?

26. 已知 $y = m^2 + m + 4$, 若 m 为整数, 在使得 y 为完全平方数的所有 m 的值中, 设 m 的最大值为 a , 最小值为 b , 次小值为 c . (注: 一个数如果是另一个整数的完全平方, 那么我们就称这个数为完全平方数)

(1) 求 a 、 b 、 c 的值;

(2) 对 a 、 b 、 c 进行如下操作: 任取两个求其和再除以 $\sqrt{2}$, 同时求其差再除以 $\sqrt{2}$, 剩下的另一个数不变, 这样就仍得到三个数, 再对所得三个数进行如上操作, 问能否经过若干次上述操作, 所得三个数的平方和等于 2012? 证明你的结论.