

上海市张江集团中学 2024-2025 学年第一学期

八年级期中考·数学试卷

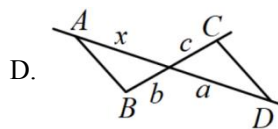
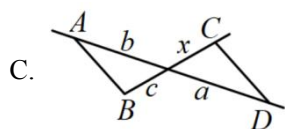
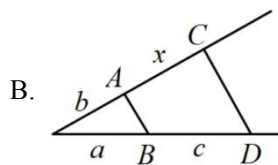
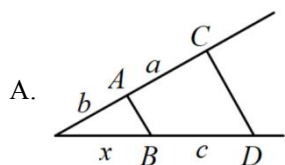
试卷满分：150 分

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，所得的抛物线解析式为（ ）

- A. $y = -5(x-1)^2 - 1$ B. $y = -5(x-1)^2 - 2$ C. $y = -5(x+1)^2 - 1$ D. $y = -5(x+1)^2 + 3$

2. 已知线段 a , b , c , 求作线段 x , 使 $ab = cx$, 则下列作图中 ($AB \parallel CD$) 作法正确的是 ()



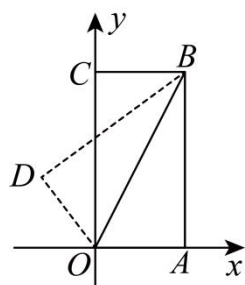
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , 下列式子中正确的是 ()

- A. $\sin A = \frac{AC}{AB}$ B. $\cos A = \frac{CD}{AC}$ C. $\tan A = \frac{CD}{BD}$ D. $\cot A = \frac{AC}{BC}$

4. 下列说法: ①三点确定一个圆; ②相等的圆心角所对的弧相等; ③同圆或等圆中, 等弦所对的弧相等; ④三角形的外心到三角形各顶点距离相等其中, 正确的个数共有 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

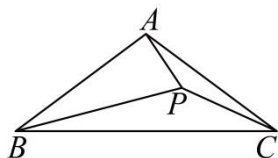
5. 如图, 平面直角坐标系中, 已知矩形 $OABC$, O 为原点, 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(1, 2)$, 连接 OB , 将 $\triangle OAB$ 沿直线 OB 翻折, 点 A 落在点 D 的位置, 则 $\cos \angle COD$ 的值是 ()



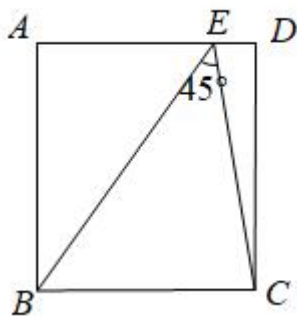
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

6. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\triangle AOD$ 是等边三角形, AO 和 DO 的延长线分别交边 BC 于点 E 和点 F , 连结 BD 交线段 AO 于点 G , 连结 BO , 下列结论中错误的是 ().

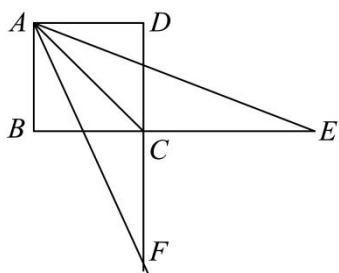
图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=8$, 点 P 为 $\triangle ABC$ 的布罗卡尔点, 如果 $PA=2$, 那么 $PC=$ _____.



17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, 若 $\angle BEC=45^\circ$ 且 $AE=4$, $ED=2$, 则 AB 的长为_____.



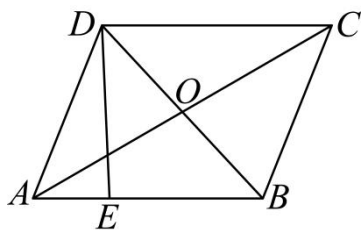
18. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为4, 一个以点 A 为顶点的 45° 角绕点 A 旋转, 角的两边分别与边 BC , DC 的延长线交于点 E , F , 连接 EF . 当 $\triangle AEF$ 是直角三角形时, $\tan \angle AEB =$ _____.



三. 解答题 (本大题共7题, 第19~22题每题10分; 第23、24题12分, 第25题14分, 满分78分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{2}}{4} \sin 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \frac{1}{2 - \tan 60^\circ} + 2 \sin 60^\circ$.

20. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 为边 AB 上一点, 且 $BE=2AE$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

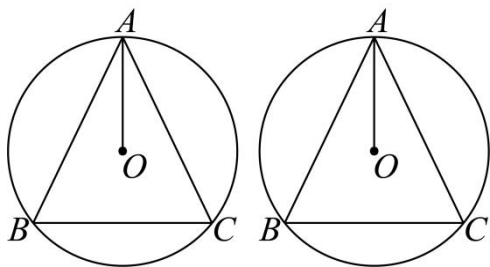


(1) 填空: 用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示向量 $\overrightarrow{DE} =$ _____;

(2) 如果点 F 是线段 OC 的中点, 那么用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{EF} =$ _____, 并在图中画出向量

$\overrightarrow{EF}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量.

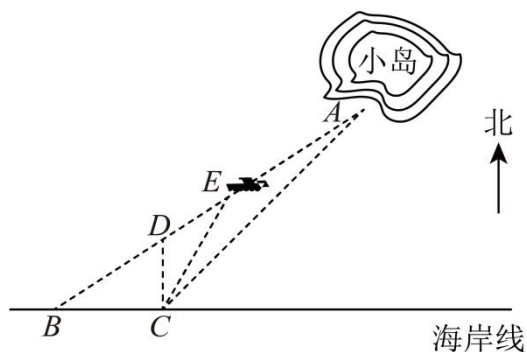
21. 如图, AB 、 AC 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $AB = AC$.



(1) 求证: AO 平分 $\angle BAC$;

(2) 若 $AB = 4\sqrt{5}$, $BC = 8$, 求半径 OA 的长.

22. 如图, A 点、 B 点分别表示小岛码头、海岸码头的位置, 离 B 点正东方向的 7.00km 处有一海岸瞭望塔 C , 又用经纬仪测出: A 点分别在 B 点的北偏东 57° 处、在 C 点的东北方向. (注: $\tan 33^\circ \approx 0.65$, $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$, 结果精确到 0.01km)



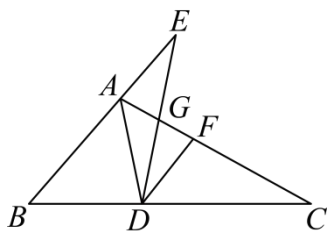
(1) 试求出小岛码头 A 点到海岸线 BC 的距离;

(2) 有一观光客轮 K 从 B 至 A 方向沿直线航行, 某瞭望员在 C 处发现, 客轮 K 刚好在正北方向的 D 处, 当客轮航行至 E 处时, 发现 E 点在 C 的北偏东 27° 处, 请求出 E 点到 C 点的距离;

23. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 2\angle B$, AD 平分 $\angle BAC$, $DF \parallel BE$, 点 E 在线段 BA 的延长线上, 联结 DE , 交 AC 于点 G , 且 $\angle E = \angle C$.

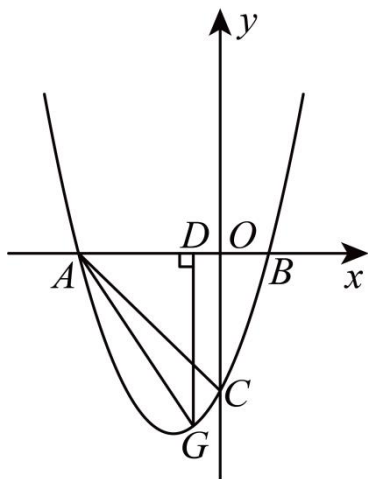
(1) 求证: $AD^2 = AF \cdot AB$;

(2) 求证: $AD \cdot BE = DE \cdot AB$.



24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$. 与 y 轴

交于点 C , D 是线段 OA 上一点.



- (1) 求这条抛物线的表达式和点 C 的坐标;
 - (2) 如图, 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴, 交该抛物线于点 G , 当 $\angle DGA = \angle DGC$ 时, 求 $\triangle GAC$ 的面积;
 - (3) 点 P 为该抛物线上第三象限内一点, 当 $OD = 1$, 且 $\angle DCB + \angle PBC = 45^\circ$ 时, 求点 P 的坐标.
25. 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, P 是边 AD 上一点, 将 $\triangle ABP$ 沿直线 BP 翻折, 使点 A 落在点 E 处, 连接 DE , 直线 DE 与射线 CB 交于点 F .

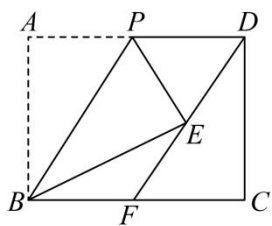


图 1

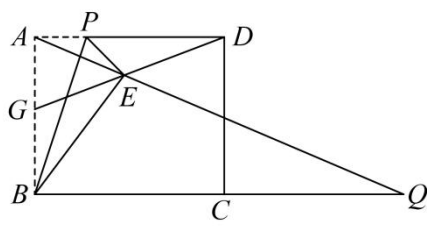


图 2

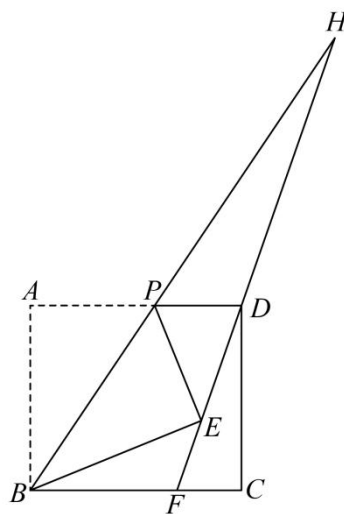


图 3

- (1) 如图1, 当点 F 在边 BC 上, 若 $PD = BF$ 时, 求 AP 的长;
- (2) 若射线 AE 交 BC 的延长线于点 Q , 设 $AP = x$, $QC = y$, 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出 x 定义域;
- (3) ①如图2, 直线 DE 与边 AB 交于点 G , 若 $\triangle PDE$ 与 $\triangle BEG$ 相似, 求 $\angle AEG$ 的正切值;
- ②如图3, 当直线 DE 与 BP 的延长线交于点 H , 若 $\triangle BPE$ 和 $\triangle DHP$ 面积相等, 请直接写出 DH 的长.