

数学 (八)

考试时间: 100 分钟 满分: 100 分

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 人体一根头发的直径约为 0.000052 米, 将数字 0.000052 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.52×10^{-4} B. 52×10^{-6} C. 5.2×10^{-6} D. 5.2×10^{-5}

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查科学记数法, 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 值可正可负, 当表示的数绝对值小于 1 时, n 值为负; 当表示的数绝对值大于 10 时, n 值为正; 熟记科学记数法的表示方法, 准确找到 a , n 是解决问题的关键.

【详解】解: $0.000052 = 5.2 \times 10^{-5}$,

故选: D.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 4 的平方根是 2 B. 27 的立方根是 ± 3
C. 9 的算术平方根是 3 D. 0 没有平方根

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平方根、立方根、算术平方根, 正数的立方根是正数, 正数的平方根有两个, 据此相关性内容进行逐项分析, 即可作答.

【详解】解: A、4 的平方根是 ± 2 , 故该选项不符合题意;

B、27 的立方根是 3, 故该选项不符合题意;

C、9 的算术平方根是 3, 故该选项符合题意;

D、0 有平方根, 且为 0, 故该选项不符合题意;

故选: C

3. 下列式子为最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2^2}$ D. $\sqrt{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了最简二次根式的定义，即①被开方数不含能开方的因数，②分母不含根号，熟练掌握最简二次根式的定义是解题关键.

根据最简二次根式的定义逐项分析判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，此选项不是最简二次根式，不符合题意；

B、 $\sqrt{2}$ 是最简二次根式，符合题意；

C、 $\sqrt{2^2} = 2$ ，此选项不是最简二次根式，不符合题意；

D、 $\sqrt{4} = 2$ ，此选项不是最简二次根式，不符合题意.

故选：B.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{8} + \sqrt{3} = \sqrt{11}$

B. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$

C. $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = 10$

D. $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式的加、减、乘、除运算，解题的关键是熟练掌握二次根式的各种运算法则.

根据二次根式的运算法则，逐一验证各选项的正确性.

【详解】解：选项 A： $\sqrt{8} + \sqrt{3} = \sqrt{11}$ 二次根式相加需被开方数相同才能合并， $\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{3}$ 无法合并，结果应为 $\sqrt{8} + \sqrt{3}$ ，故错误，不符合题意；

选项 B： $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$ 合并同类项： $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = (3-1)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，不等于 3，故错误，不符合题意；

选项 C： $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = 10$ 二次根式相乘法则： $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ，故 $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10} \neq 10$ ，故错误，不符合题意；

选项 D： $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$ 二次根式相除法则： $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ，故 $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ，正确，符合题意；

故选：D.

5. 如果关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 有一根为 -1 ，则 p 、 q 应满足 ()

- A. $p+q=1$ B. $p-q=1$ C. $p=0$ D. $q=0$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的解，根据题意将 $x=-1$ 代入方程即可得到结果.

【详解】 解： $\because$ 一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 有一根为 -1 ,

$$\therefore 1-p+q=0, \text{ 即 } p-q=1.$$

故选： B.

6. 利用“配方法”解方程 $x^2-4x-7=0$ ，配方结果正确的是（ ）

- A. $(x-2)^2=11$ B. $(x-2)^2=3$
C. $(x-4)^2=11$ D. $(x-4)^2=3$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，掌握配方法成为解题的关键. 直接运用配方法求解即可.

【详解】 解： $x^2-4x-7=0$,

$$x^2-4x=7,$$

$$x^2-4x+4=7+4,$$

$$(x-2)^2=11.$$

故选： A.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 64 的算术平方根是_____.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一个数的算术平方根，对于一个非负实数 a ，其算术平方根为 $\sqrt{a}$ ，据此求解即可.

【详解】 解： 64 的算术平方根是 $\sqrt{64}=8$.

故答案为： 8.

8. 作为共建“一带一路”的旗舰项目和标志性品牌，中欧班列开辟了亚欧大陆陆路运输新通道和经贸合作

新桥梁，去年中欧班列全年累计开行 17000 列，其中数据 17000 用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.7×10^4

【解析】

【分析】 本题主要考查科学记数法，熟练掌握科学记数法是解题的关键；科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于或等于 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负整数.

【详解】 解：将数据 17000 用科学记数法表示为 1.7×10^4 ；

故答案为 1.7×10^4 .

9. 已知 $\sqrt{x-4} + \sqrt{2+y} = 0$ ，则 xy 的立方根是_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查算术平方根的非负性，求一个数的立方根，根据非负性，求出 x, y 的值，再根据立方根的定义，进行求解即可.

【详解】 解： $\because \sqrt{x-4} + \sqrt{2+y} = 0$,

$$\therefore x-4=0, 2+y=0,$$

$$\therefore x=4, y=-2,$$

$$\therefore xy = 4 \times (-2) = -8 \text{ 的立方根为 } -2;$$

故答案为： -2

10. 计算： $\sqrt{27} - \sqrt{3} =$ _____.

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简，二次根式的减法，熟练掌握以上知识点是解题的关键. 先化简二次根式，然后再合并同类二次根式即可.

【详解】 解： $\sqrt{27} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

故答案为： $2\sqrt{3}$.

11. 已知 $x=0$ 是关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2 + mx + 4m^2 - 4 = 0$ 的一个解, 则 m 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程解的概念, 解题的关键是理解一元二次方程的概念, 把 $x=0$ 代入一元二次方程 $(m+1)x^2 + mx + 4m^2 - 4 = 0$ 中, 解关于 m 的一元二次方程即可求得 m 的值.

【详解】 解: 把 $x=0$ 代入一元二次方程 $(m+1)x^2 + mx + 4m^2 - 4 = 0$ 中, 得 $4m^2 - 4 = 0$.

解得 $m=1$ 或 -1 .

当 $m=-1$ 时, 原方程的二次项系数 $m+1=0$, 舍去.

故 m 的值是: 1.

故答案为: 1.

12. 将一元二次方程 $x^2 + 8x + 5 = 0$ 配方成 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 则 $a+b$ 的值为_____.

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查配方法解一元二次方程, 通过移项和配方, 将方程化为完全平方形式, 从而确定 a 和 b 的值, 再计算它们的和. 取一次项系数一半的平方, 再添加到方程两边形成完全平方形式即可. 解题的关键是掌握用配方法解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的一般步骤: (1) 化二次项系数为1, 当二次项系数不是1时, 方程两边同时除以二次项系数; (2) 在方程两边加上一次项系数一半的平方; (3) 配方后将原方程化为 $a(x+m)^2 = n$ 的形式, 再用直接开平方的方法解方程.

【详解】 解: $x^2 + 8x + 5 = 0$,

移项, 得: $x^2 + 8x = -5$,

配方, 得: $x^2 + 8x + 16 = -5 + 16$,

即 $(x+4)^2 = 11$,

$\therefore$ 方程可配方成 $(x+4)^2 = 11$,

又 $\because$ 一元二次方程 $x^2 + 8x + 5 = 0$ 可配方成 $(x+a)^2 = b$ 的形式,

$\therefore a=4$, $b=11$,

$\therefore a+b=4+11=15$,

$\therefore a+b$ 的值为 15.

故答案为: 15.

13. 在 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 3.14, $\frac{22}{7}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$, 0, π , $-\sqrt[3]{8}$, 2.020020002 中, 无理数的个数是_____个.

【答案】 2

【解析】

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项. 此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 0.1010010001..., 等有这样规律的数. 掌握无理数的概念是解题的关键.

【详解】解: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是无理数;

3.14 是有限小数, 是有理数;

$\frac{22}{7}$ 是分数, 是有理数;

$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ 是分数, 是有理数;

0 是整数, 是有理数;

π 是无限不循环小数, 是无理数;

$-\sqrt[3]{8} = -2$, 是整数, 是有理数;

2.020020002 是有限小数, 是有理数;

故无理数一共有 2 个,

故答案为: 2.

14. 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$ _____.

【答案】 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

【解析】

【分析】分子分母同乘以 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, 再进行计算即可.

【详解】解: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

故答案为: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的分母有理化, 解决本题的关键是熟练掌握二次根式的运算法则.

15. 要使式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式有意义的条件, 直接利用二次根式有意义的条件得出 $x-3 \geq 0$, 进而得出答案.

【详解】 解: 要使式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 则 $x-3 \geq 0$,

解得: $x \geq 3$.

故答案为: $x \geq 3$.

16. 方程 $3x^2-4=0$ 的实数解是_____.

【答案】 $x_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

【解析】

【分析】 本题主要考查一元二次方程解法, 根据直接开平方法得到答案即可;

【详解】 解: $3x^2-4=0$

$$3x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore x_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3};$$

故答案为: $x_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

17. 若 $\sqrt{15} \square \sqrt{5} = 5\sqrt{3}$, 则 “ $\square$ ” 内的运算符号为_____ (填 “+” “-” “ $\times$ ” “ $\div$ ”).

【答案】 $\times$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的乘法，根据二次根式的乘法法则计算即可得解，熟练掌握运算法则是解此题的关键．分别计算 $\sqrt{15}$ 与 $\sqrt{5}$ 进行加、减、乘、除运算的结果，与 $5\sqrt{3}$ 比较，判断等式成立的运算符号．

【详解】 加法： $\sqrt{15} + \sqrt{5}$ 不是同类二次根式，不能合并，且数值不相等．

减法： $\sqrt{15} - \sqrt{5}$ 不是同类二次根式，不能合并，且数值不相等．

乘法： $\sqrt{15} \times \sqrt{5} = \sqrt{15 \times 5} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ，等式成立．

除法： $\sqrt{15} \div \sqrt{5} = \sqrt{15 \div 5} = \sqrt{3} \neq 5\sqrt{3}$ ，等式不成立．

故答案为： $\times$ ．

18. 已知 m, n 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两根，则 $(7m^2 - 14m - 9)(3n^2 - 6n - 7) =$ _____.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的解，解一元二次方程，掌握一元二次方程的解是解题的关键．

根据 m, n 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个数根，可得 $m^2 - 2m - 1 = 0$ ， $n^2 - 2n - 1 = 0$ ，则有 $m^2 - 2m = 1$ ， $n^2 - 2n = 1$ ，然后代入求解即可．

【详解】 解： $\because m, n$ 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根，

$$\therefore m^2 - 2m - 1 = 0, \quad n^2 - 2n - 1 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 1, \quad n^2 - 2n = 1,$$

$$\therefore 7m^2 - 14m = 7(m^2 - 2m) = 7 \times 1 = 7, \quad 3n^2 - 6n = 3(n^2 - 2n) = 3 \times 1 = 3,$$

$$\therefore (7m^2 - 14m - 9)(3n^2 - 6n - 7)$$

$$= (7 - 9) \times (3 - 7)$$

$$= -2 \times (-4)$$

$$= 8.$$

故答案为： 8.

三、解答题（本大题共有 6 题，第 19 题 9 分，第 20 题 5 分，其余 4 分一题，满分 30 分）

19. 解方程：

(1) $x^2 - 2x - 4 = 0$.

(2) $(2x - 5)^2 = 9$.

(3) $3x(x - 1) = 2(x - 1)$.

【答案】(1) $x_1 = 1 + \sqrt{5}$, $x_2 = 1 - \sqrt{5}$

(2) $x_1 = 1$, $x_2 = 4$

(3) $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = 1$

【解析】

【分析】 本题考查的是一元二次方程的解法.

(1) 把方程化为 $x^2 - 2x + 1 = 5$, 再利用配方法解方程即可.

(2) 直接利用开平方法解方程即可.

(3) 把方程化为 $(3x - 2)(x - 1) = 0$, 再解方程即可.

【小问 1 详解】

解: $x^2 - 2x - 4 = 0$,

$$\therefore x^2 - 2x = 4,$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 5,$$

$$\therefore (x - 1)^2 = 5,$$

$$\therefore x - 1 = \pm\sqrt{5},$$

解得: $x_1 = 1 + \sqrt{5}$, $x_2 = 1 - \sqrt{5}$.

【小问 2 详解】

解: $(2x - 5)^2 = 9$,

$$\therefore 2x - 5 = -3 \text{ 或 } 2x - 5 = 3,$$

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

【小问 3 详解】

解: $3x(x - 1) = 2(x - 1)$,

$$\therefore 3x(x-1)-2(x-1)=0,$$

$$\therefore (3x-2)(x-1)=0,$$

$$\therefore 3x-2=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1.$$

$$20. \text{ 计算: } \frac{1}{3}\sqrt{9a} - a\sqrt{\frac{1}{a}} + 3a\sqrt{\frac{a}{25}} (a > 0).$$

【答案】 $\frac{3a\sqrt{a}}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的加减混合运算，二次根式的性质，二次根式的加减运算. 先化为最简二次根式，再利用二次根式的加减运算法则，进行运算即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{1}{3}\sqrt{9a} - a\sqrt{\frac{1}{a}} + 3a\sqrt{\frac{a}{25}} \\ &= \sqrt{a} - \sqrt{a} + 3a \cdot \frac{\sqrt{a}}{5} \\ &= \frac{3a\sqrt{a}}{5}. \end{aligned}$$

$$21. \text{ 先化简，再求值: } a + \sqrt{1-2a+a^2}, \text{ 其中 } a=1012.$$

如图是小亮和小芳的解答过程.



小亮

解: 原式 = $a + \sqrt{(1-a)^2}$
 $= a + 1 - a = 1$



小芳

解: 原式 = $a + \sqrt{(1-a)^2}$
 $= a + a - 1 = 2023$

(1) _____ 的解法是错误的;

(2) 错误的原因在于未能正确地运用二次根式的性质: _____;

(3) 先化简，再求值: $a + 2\sqrt{a^2 - 6a + 9}$ ，其中 $a = -2025$.

【答案】 (1) 小亮 (2) $\sqrt{a^2} = |a|$

(3) $-a + 6$, 2031

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的性质，掌握相关知识是解决问题的关键.

(1) 小亮的解法错误；

(2) 因为 $\sqrt{a^2} = |a|$ ，利用此性质即可判断；

(3) $\sqrt{a^2 - 6a + 9}$ 可化为 $\sqrt{(a-3)^2}$ ，利用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行化简，再进一步计算求值即可.

【小问 1 详解】

答：小亮的解法错误，

故答案为：小亮；

【小问 2 详解】

解： $\because \sqrt{a^2} = |a|$ ，

$\therefore$ 当 $a = 1012$ 时，

$$a + \sqrt{1 - 2a + a^2},$$

$$= a + \sqrt{(1-a)^2},$$

$$= a + |1-a|,$$

$$= a + (a-1),$$

$$= 2a - 1 = 2023;$$

故答案为： $\sqrt{(a)^2} = |a|$ ；

【小问 3 详解】

解： 当 $a = -2025$ 时，

$$a + 2\sqrt{a^2 - 6a + 9},$$

$$= a + 2\sqrt{(a-3)^2},$$

$$= a + 2|3-a|,$$

$$= a + 2(3-a),$$

$$= 6 - a = 2031.$$

22. 先填写表，通过观察后再回答问题.

a	...	0.0004	0.04	4	400	40000	...
-----	-----	--------	------	---	-----	-------	-----

$\sqrt{a}$	...	0.02	x	2	20	y	...
------------	-----	------	-----	---	----	-----	-----

(1) 表格中 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 从表格中探究 a 与 $\sqrt{a}$ 数位的规律, 并利用这个规律解决下面两个问题:

①已知 $\sqrt{7} \approx 2.65$, $\sqrt{70} \approx 8.37$, 则 $\sqrt{700} \approx \underline{\hspace{2cm}}$;

②已知 $\sqrt{m} = 12.34$, $\sqrt{n} = 1.234$, 用含 m 的代数式表示 n , 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) 0.2, 200;

(2) ① 26.5; ② $\frac{1}{100}m$;

【解析】

【分析】 本题主要考查算术平方根的理解和规律的应用.

(1) 填写表格, 通过计算, 即可得到答案;

(2) 观察规律, 从表格中可发现当 a 的值扩大到原来100倍时, $\sqrt{a}$ 的值扩大到原来10倍, ①从 $\sqrt{7}$ 到 $\sqrt{700}$

被开方数扩大到原来100倍, 结果扩大到原来10倍, 即可得到答案; ②根据题意可得: $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} = 10$, 可得到

$\frac{m}{n} = 100$, 进而得到答案.

【小问1详解】

解: 根据表格可得: $\because a = 0.04$, $\sqrt{a} = x$,

$\therefore x = \sqrt{0.04} = 0.2$;

$\because a = 40000$, $\sqrt{a} = y$,

$y = \sqrt{40000} = 200$,

故答案为: 0.2; 200.

【小问2详解】

解: ①从表格中可发现当 a 的值扩大到原来100倍时, $\sqrt{a}$ 的值扩大到原来10倍,

$\therefore$ 从 $\sqrt{7}$ 到 $\sqrt{700}$ 被开方数扩大到原来100倍,

$\therefore \sqrt{7} \approx 2.65$,

$$\therefore \sqrt{700} \approx 26.5;$$

$$\textcircled{2} \because \sqrt{m} = 12.34, \quad \sqrt{n} = 1.234,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} = 10,$$

$$\therefore \frac{m}{n} = 100,$$

$$\therefore n = \frac{m}{100}.$$

23. 已知 $3(x-1)^3 + 375 = 0$, $x-3y$ 是 121 的平方根, 求 x, y 的值.

【答案】 $x = -4$; $y = -5$ 或 $\frac{7}{3}$

【解析】

【分析】 该题考查了平方根和立方根, 根据 $3(x-1)^3 + 375 = 0$ 求出 $x = -4$, 根据 $x-3y$ 是 121 的平方根, 得出 $x-3y = \pm 11$, 即可解答.

【详解】 解: $\because 3(x-1)^3 + 375 = 0$,

$$\therefore 3(x-1)^3 = -375,$$

$$\therefore (x-1)^3 = -125,$$

$$\therefore x-1 = -5,$$

$$\therefore x = -4,$$

$$\because x-3y \text{ 是 } 121 \text{ 的平方根},$$

$$\therefore x-3y = \pm 11,$$

$$x-3y = -11 \text{ 时}, y = \frac{7}{3}.$$

$$x-3y = 11 \text{ 时}, y = -5.$$

24. 已知关于 x 的方程 $x^2 + (m+2)x + m = 0$, 求证: 方程有两个不相等的实数根.

【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 与根的关系, 熟练掌握根的

判别式与根的关系是解答本题的关键. 当 $\Delta > 0$ 时, 一元二次方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 一元二次方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 一元二次方程没有实数根.

根据根的判别式判断即可.

【详解】证明: $\because \Delta = (m+2)^2 - 4 \times 1 \times m = m^2 + 4$,

而 $m^2 \geq 0$,

故 $\Delta > 0$.

所以方程有两个不相等的实数根.

四、解答题 (本大题共有 3 题, 第 25 题 6 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 8 分, 满分 22 分)

25. 已知 $\sqrt{a-1} = 2$, $3a-b+1$ 的平方根是 ± 3 , c 是 $\sqrt{73}$ 的整数部分, 求代数式 $2a+b+c$ 的平方根.

【答案】 ± 5

【解析】

【分析】 本题综合考查了实数的内容, 熟知平方根的概念以及估算是解题的关键. 根据平方根的概念, 结合 $\sqrt{a-1} = 2$, $3a-b+1$ 的平方根是 ± 3 , 得出 $a-1 = 2^2$, $3a-b+1 = 9$, 求出 a, b 的值, 利用实数的估算方法求出 $\sqrt{73}$ 的整数部分, 再代入代数式求出代数式的值, 最后即可求出平方根.

【详解】 解: 由 $\sqrt{a-1} = 2$, 得 $a-1 = 2^2$,

$\therefore a = 5$;

$\because 3a-b+1$ 的平方根是 ± 3 ,

$\therefore 3a-b+1 = 9$,

$\therefore 3 \times 5 - b + 1 = 9$,

解得 $b = 7$;

$\because \sqrt{64} < \sqrt{73} < \sqrt{81}$, c 是 $\sqrt{73}$ 的整数部分,

$\therefore c = 8$,

则 $2a+b+c = 2 \times 5 + 7 + 8 = 25$,

$\therefore 25$ 的平方根为 ± 5 ,

$\therefore 2a+b+c$ 的平方根为 ± 5 .

26. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$. 若 ABC 为等腰三角形, $AB = 3\text{cm}$, 另外两条边是方程的根, 求 ABC 的周长.

【答案】 7cm 或 11cm

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程与几何的应用，求出判别式的符号，推出 $x=3$ 是方程的一个解，代入方程求出 m 的值，进而求出方程的另一个解，求出 ABC 的周长即可.

【详解】 解: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$,

$$\therefore \Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - 1) = 4m^2 - 4m^2 + 4 = 4 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根,

$\therefore 3$ 是方程的一个解,

$$\therefore 3^2 - 6m + m^2 - 1 = 0,$$

解得 $m_1 = 2$, $m_2 = 4$,

当 $m = 2$ 时, $x^2 - 4x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$,

$\therefore$ 等腰三角形的三边为 1cm, 3cm, 3cm, 周长为 $1 + 3 + 3 = 7(\text{cm})$;

当 $m = 4$ 时, $x^2 - 8x + 15 = 0$, 解得 $x_1 = 5, x_2 = 3$,

$\therefore$ 等腰三角形的三边为 5cm, 3cm, 3cm, 周长为 $5 + 3 + 3 = 11(\text{cm})$;

综上: ABC 的周长为 7cm 或 11cm.

27. 阅读下面的解题过程, 体会如何发现隐含条件并回答下面的问题.

化简: $(\sqrt{1-3x})^2 - |1-x|$.

解: 隐含条件 $1-3x \geq 0$, 解得 $x \leq \frac{1}{3}$, 所以 $1-x > 0$,

所以原式 $= (1-3x) - (1-x) = 1-3x-1+x = -2x$.

(1) 试化简: $\sqrt{(x-3)^2} - (\sqrt{2-x})^2$;

(2) 已知 a, b 满足 $\sqrt{(2-a)^2} = a+3$, $\sqrt{a-b+1} = a-b+1$, 求 ab 的值.

【答案】 (1) 1

(2) ab 的值为 $\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质和化简, 算术平方根的非负性的知识, 掌握以上知识是解答本题的关键;

(1) 先求得隐含条件 $x \leq 2$, 得到 $x-3 < 0$, 然后根据二次根式化简知识, 即可求解;

(2) 先根据题意得到 $a < 2$, 再根据 $\sqrt{a-b+1} = a-b+1$, 求得 $a-b+1=1$ 或 0 , 然后即可求解;

【小问 1 详解】

解: 隐含条件 $2-x \geq 0$, 解得 $x \leq 2$, 所以 $x-3 < 0$,

$$\therefore \text{原式} = |x-3| - (2-x) = -(x-3) - (2-x) = -x+3-2+x=1.$$

【小问 2 详解】

解: $\because \sqrt{(2-a)^2} = a+3$, 若 $a \geq 2$, 则 $a-2 = a+3$, 显然不成立, 故 $a < 2$.

$$\therefore 2-a = a+3, \text{ 解得 } a = -\frac{1}{2}.$$

$$\because \sqrt{a-b+1} = a-b+1,$$

$$\therefore a-b+1=1 \text{ 或 } 0.$$

$$\text{当 } a-b+1=1 \text{ 时, 解得: } b = -\frac{1}{2}, \text{ 则 } ab = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4};$$

$$\text{当 } a-b+1=0 \text{ 时, 解得: } b = \frac{1}{2}, \text{ 则 } ab = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}.$$

综上所述, ab 的值为 $\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{4}$.