

徐汇区 2025 学年初二年级第一学期
期中考试 (数学) 试卷

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 一个正方形的面积是 8, 估计它的边长大小在 ()

- A. 1 与 2 之间 B. 2 与 3 之间 C. 3 与 4 之间 D. 4 与 5 之间

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了算术平方根的定义和估算无理数的大小, 由正方形的面积等于边长的平方, 故根据已知的面积开方即可求出正方形的边长为 $\sqrt{8}$, 然后由 $4 < 8 < 9$ 可得 $\sqrt{8}$ 的取值范围.

【详解】 解: 设正方形边长为 a ,

由正方形的面积为 8 得: $a^2 = 8$,

又 $\because a > 0$,

$$\therefore a = \sqrt{8},$$

$$\because 4 < 8 < 9,$$

$$\therefore 2 < \sqrt{8} < 3,$$

$$\therefore 2 < a < 3,$$

即正方形的边长在 2 与 3 之间, 故 B 正确.

故选: B.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 4 B. 负数没有立方根
C. 64 的立方根是 ± 4 D. $(-5)^2$ 的算术平方根是 5

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查平方根、立方根及算术平方根的概念, 熟练掌握相关概念是解题的关键. 需逐一分析各选项的正确性.

【详解】 A 中, $\sqrt{16} = 4$, 4 的平方根是 ± 2 , 而非 ± 4 , 故 A 错误;

B 中, 负数有立方根, 如 -8 的立方根是 -2 , 故 B 错误;

C 中，64 的立方根是 4（因 $4^3 = 64$ ），而非 ± 4 ，故 C 错误；

D 中， $(-5)^2 = 25$ ，25 的算术平方根是 5，故 D 正确；

故选：D.

3. 下列实数中，无理数是（ ）

A. $\sqrt{8}$

B. 3.14

C. $\frac{22}{7}$

D. $\sqrt[3]{64}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了无理数的定义，即无限不循环小数叫做无理数，掌握其概念是解题的关键．根据无理数的概念逐一判断即可．

【详解】解：A、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，是无理数，符合题意；

B、3.14 是小数，不符合题意；

C、 $\frac{22}{7}$ 是分数，不符合题意；

D、 $\sqrt[3]{64} = 4$ ，是整数，不符合题意；

故选：A.

4. 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为（ ）

A. $\sqrt{x}$

B. $-\sqrt{-x}$

C. $-\sqrt{x}$

D. $\sqrt{-x}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质，熟练掌握性质是解答本题的关键．根据二次根式的性质

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases} \text{化简即可.}$$

【详解】解：∵ $-\frac{1}{x} > 0$,

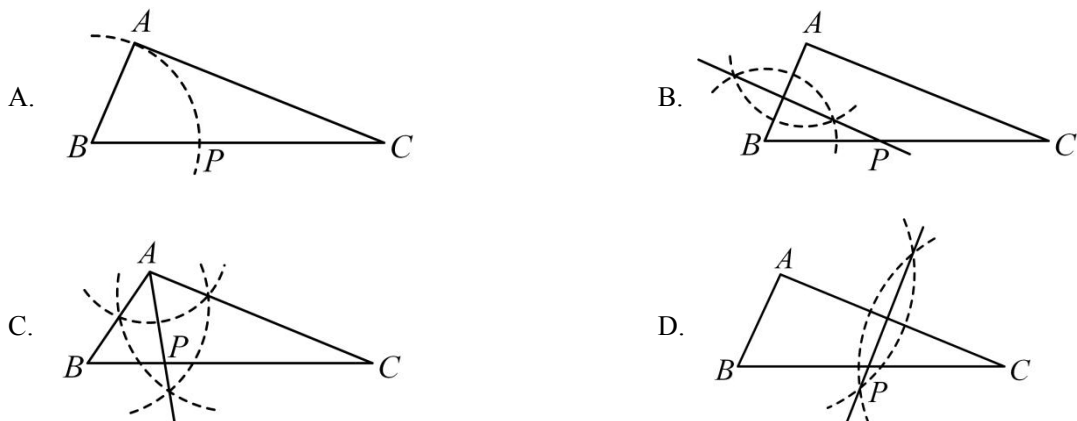
$$\therefore x < 0,$$

$$\therefore x\sqrt{-\frac{1}{x}} = x\sqrt{-\frac{x}{x^2}} = x \times \left| \frac{1}{x} \right| \sqrt{-x} = x \times \left(-\frac{1}{x} \right) \sqrt{-x} = -\sqrt{-x}.$$

故选 B.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC > AB$ ，用尺规作图在 BC 边上确定一点 P ，使 $PA + PB = BC$ ，则一定符合

要求的选项是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了尺规作图，垂直平分线判定，准确理解题意是解题的关键.

在 BC 上找一点使得 $PA + PB = BC$ ，必须使得 $PA = PC$ ，所以作线段 AC 的垂直平分线即可.

【详解】解：∵ $PB + PC = BC$ ， $PA + PB = BC$ ，

∴ $PA = PC$ ，

∴ 点 P 在 AC 垂直平分线上，

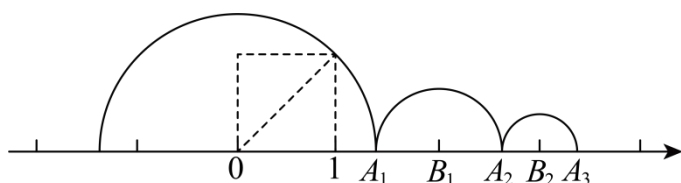
∴ 作线段 AC 的垂直平分线，

故选：D.

6. 如图，通过画边长为 1 的正方形，就能准确的把 $\sqrt{2}$ 表示在数轴上点 A_1 处，记 A_1 右侧最近的整数点为 B_1 ，

以点 B_1 为圆心， A_1B_1 半径画半圆，交数轴于点 A_2 ，记 A_2 右侧最近的整数点为 B_2 ，以点 B_2 为圆心， A_2B_2 为

半径画半圆，交数轴于点 A_3 ，如此继续，则 $A_{11}B_{11}$ 的长为 ()



A. $2 - \sqrt{2}$

B. $\sqrt{2} - 1$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2} + 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了实数与数轴、估算无理数的大小以及探索规律，通过估算无理数的大小，找到图形变化规律是解题的关键. 利用 A_1 表示的数，根据实数与数轴的关系，逐一计算各点所对应的数，在计算

A_1B_1 、 A_2B_2 ，得出规律即可解决.

【详解】解：由题意可得 A_1 表示的数是 $\sqrt{2}$ ，

$\therefore A_1$ 右侧最近的整数点为 B_1 ，

$\therefore B_1$ 表示的数是 2，

$\therefore A_1B_1 = 2 - \sqrt{2}$ ，

$\therefore A_2$ 表示的数是 $2 + 2 - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$ ， B_2 表示的数是 3，

$\therefore A_2B_2 = 3 - (4 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$ ，

同理可得 A_3 表示的数是 $3 + \sqrt{2} - 1 = 2 + \sqrt{2}$ ， B_3 表示的数是 4， $A_3B_3 = 4 - (2 + \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}$ ，

A_4 表示的数是 $4 + 2 - \sqrt{2} = 6 - \sqrt{2}$ ， B_4 表示的数是 5， $A_4B_4 = 5 - (6 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$ ，

可知 A_nB_n 以 $2 - \sqrt{2}$ ， $\sqrt{2} - 1$ 两个数一环出现，

$\therefore 11 \div 2 = 5 \cdots 1$ ，

$\therefore A_{11}B_{11} = 2 - \sqrt{2}$ ，

故选：A.

二、填空题（每题 2 分，共 28 分）

7. 25 的平方根是_____.

【答案】 ± 5

【解析】

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的一个平方根.

【详解】 $\because (\pm 5)^2=25$ ，

$\therefore 25$ 的平方根是 ± 5 .

【点睛】本题主要考查了平方根的意义，正确利用平方根的定义解答是解题的关键.

8. 解方程： $(x-1)^3 = 3\frac{3}{8}$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】先整理，然后再求 $x-1$ 的立方根，进而可得 x 的值.

【详解】解： $(x-1)^3 = 3\frac{3}{8}$,

$$(x-1)^3 = \frac{27}{8},$$

$$x-1 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}.$$

故答案为： $\frac{5}{2}$.

【点睛】此题主要考查了立方根，关键是掌握立方根的性质：一个数的立方根只有一个，正数的立方根是正数，负数的立方根是负数，0 的立方根是 0.

9. $\sqrt{28}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{x-1}$ 为同类二次根式，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 8

【解析】

【分析】本题考查了同类二次根式，最简二次根式，掌握同类二次根式定义，最简二次根式定义是解题的关键. 化成最简二次根式后，根据被开方数相等解答即可.

【详解】解： $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$,

$\therefore \sqrt{28}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{x-1}$ 为同类二次根式，

$$\therefore x-1 = 7,$$

$$\therefore x = 8.$$

故答案为： 8.

10. 比较大小： $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\frac{3}{4}$.

【答案】 $>$

【解析】

【分析】本题考查了实数的大小比较，利用作差法比较实数的大小是解题的关键. 利用作差法比较实数的大小即可得出答案.

【详解】解： $\therefore \frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{5}-2}{4}$, $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$,

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-2}{4} > 0,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}+1}{4} > \frac{3}{4}.$$

故答案为：>.

11. $2\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ 的有理化因式是_____.

【答案】 $2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数因式的定义，根据“如果两个含有二次根式的非零代数式相乘，它们的积不含有二次根式，就说这两个非零代数式互为有理化因式”，即可解答.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：} & \because (2\sqrt{6}+3\sqrt{2})(2\sqrt{6}-3\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 24-18 \\ &= 6, \\ &\therefore 2\sqrt{6}+3\sqrt{2} \text{ 的有理化因式是 } 2\sqrt{6}-3\sqrt{2}, \end{aligned}$$

故答案为： $2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$.

12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-10=0$ 的一个根为 5，则 m 的值为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的解，将 $x=5$ 代入 $x^2+mx-10=0$ 求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：} & \because \text{关于 } x \text{ 的一元二次方程 } x^2+mx-10=0 \text{ 的一个根为 } 5, \\ &\therefore 5^2+5m-10=0, \end{aligned}$$

解得 $m=-3$.

故答案为： -3 .

13. 科技兴则民族兴，科技强则国家强. 近几年我国一直在芯片工艺上进行技术攻坚，目前，我国科学家研发出一款芯片拥有近 6000 个晶体管，每个晶体管只有 3 个原子厚，即厚度约为 0.00000000065m，则数字“0.00000000065”用科学记数法表示为_____

【答案】 6.5×10^{-10}

【解析】

【分析】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 正确确定 a 的值以及 n 的值是解决问题的关键. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负整数.

【详解】 解: $0.00000000065 = 6.5 \times 10^{-10}$.

故答案为: 6.5×10^{-10} .

14. 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数, 则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组, 相反数, 非负数的性质, 熟练掌握运算是解答关键. 利用相反数的性质和非负数的性质列出方程求出 a 和 b , 再进行计算求解.

【详解】 解: $\because |a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数,

$$\therefore |a-b+1| + \sqrt{a+2b+4} = 0,$$

$$\therefore |a-b+1| = 0, \quad \sqrt{a+2b+4} = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} a-b+1=0 \\ a+2b+4=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases},$$

$$\therefore a+b = -2-1 = -3.$$

故答案为: -3 .

15. 定义一种新的运算: 对于任意实数 a, b , 都有 $a*b = (a-1)^2 + b^2$, 则 $(\sqrt{3}+1)*(-\sqrt{7})$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了新定义运算、实数的混合运算, 熟练掌握以上知识点是解题的关键. 根据新运算的定义进行计算即可.

【详解】解：由定义， $a*b=(a-1)^2+b^2$ ，

代入 $a=\sqrt{3}+1$ ， $b=-\sqrt{7}$ ，得：

$$(\sqrt{3}+1)^*(-\sqrt{7})=(\sqrt{3}+1-1)^2+(-\sqrt{7})^2=3+7=10.$$

故答案为：10.

16. 不等式 $\sqrt{5}x-1>2x$ 的解集是_____.

【答案】 $x>\sqrt{5}+2$ 或 $x>2+\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，分母有理化，严格遵循解不等式的基本步骤是解本题的关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数，不等号方向要改变. 通过移项、合并同类项、系数化为1，再根据分母有理化化简即可求出不等式的解集.

【详解】解： $\sqrt{5}x-1>2x$

$$\sqrt{5}x-2x>1$$

$$(\sqrt{5}-2)x>1$$

$$x>\frac{1}{\sqrt{5}-2}, \text{ 即 } x>\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$$

故答案为： $x>\sqrt{5}+2$.

17. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-3mx+x+2m-1=0$ 的根的判别式的值为1，那么 m 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了根的判别式、一元二次方程的定义以及因式分解法解一元二次方程，利用二次项系数非零及根的判别式为1，找出 m 的值是解题的关键. 由二次项系数非零可得出 $m\neq 0$ ，由根的判别式 $\Delta=1$ 可得出关于 m 的方程，解之即可得出 m 的值.

【详解】解： $\because$ 方程 $mx^2-3mx+x+2m-1=0$ 为一元二次方程，

$$\therefore m\neq 0$$

$\because$ 方程 $mx^2-3mx+x+2m-1=0$ 的根的判别式的值为1，

$$\therefore \Delta=(-3m+1)^2-4\times m\times(2m-1)=1,$$

$$\therefore 9m^2 - 6m + 1 - 8m^2 + 4m = 1,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 0,$$

解得: $m_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $m_2 = 2$.

故答案为: 2.

18. 我们称一元二次方程的两个根差的绝对值为两个根的距离, 若关于 x 的方程 $(x+2)(mx+n)=0$ 的两根

距离为 3, 则 $\frac{m-n}{3m} = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程, 解绝对值方程.

由方程 $(x+2)(mx+n)=0$ 可得两根分别为 $x_1 = -2$ 和 $x_2 = -\frac{n}{m}$. 根据两根距离为 3, 得 $|x_1 - x_2| = 3$, 即

$\left| -2 + \frac{n}{m} \right| = 3$. 解此绝对值方程, 得到 $\frac{n}{m} = 5$ 或 $\frac{n}{m} = -1$. 代入所求表达式 $\frac{m-n}{3m} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{n}{m} \right)$, 即可求得

值.

【详解】 方程 $(x+2)(mx+n)=0$ 的两根为 $x_1 = -2$, $x_2 = -\frac{n}{m}$.

两根距离为 $|x_1 - x_2| = \left| -2 - \left(-\frac{n}{m} \right) \right| = \left| -2 + \frac{n}{m} \right| = 3$.

即 $\left| \frac{n}{m} - 2 \right| = 3$,

解得 $\frac{n}{m} - 2 = 3$ 或 $\frac{n}{m} - 2 = -3$,

所以 $\frac{n}{m} = 5$ 或 $\frac{n}{m} = -1$.

$$\frac{m-n}{3m} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{n}{m} \right).$$

当 $\frac{n}{m} = 5$ 时, $\frac{m-n}{3m} = \frac{1}{3} \times (1-5) = -\frac{4}{3}$;

当 $\frac{n}{m} = -1$ 时, $\frac{m-n}{3m} = \frac{1}{3} \times [1 - (-1)] = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{4}{3}$.

19. 定义: 若三角形的两个内角 α 和 β 满足 $\alpha + 2\beta = 90^\circ$, 则称这样的三角形为“奇异互余三角形”. 在

$\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 58^\circ$, P 是射线 CB 上一点, 若 $\triangle APB$ 是“奇异互余三角形”, 则 $\angle APC =$ _____

【答案】 74° 或 32° 或 26°

【解析】

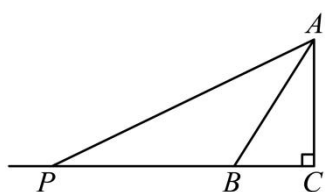
【分析】 本题主要考查了“奇异互余三角形”的定义, 三角形外角的性质, 直角三角形的性质等知识, 理解新定义“奇异互余三角形”是解题关键. 根据“奇异互余三角形”的定义, 分三种情况: 当点 P 在 CB 延长线上, $\angle APB = \alpha$, 则 $\angle BAP = \beta$, 当点 P 在 CB 延长线上, $\angle APB = \beta$ 时, 则 $\angle BAP = \alpha$, 当点 P 在线段 CB 上时, $\angle BAP = \beta$, $\angle ABP = \alpha = 58^\circ$, 分别求出结果即可.

【详解】 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 58^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 32^\circ,$$

分三种情况讨论,

如图, 当点 P 在 CB 延长线上, $\angle APB = \alpha$, 则 $\angle BAP = \beta$,



此时 $\angle APB + \angle BAP + \angle BAC = 90^\circ$,

$$\text{即 } \alpha + \beta + 32^\circ = 90^\circ,$$

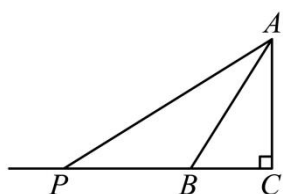
$$\therefore \alpha + \beta = 58^\circ \text{ ①},$$

$$\therefore \alpha + 2\beta = 90^\circ \text{ ②},$$

由 ②-①, 可得 $\beta = 32^\circ$,

$$\therefore \angle APC = \alpha = 58^\circ - \beta = 26^\circ;$$

如图, 当点 P 在 CB 延长线上, $\angle APB = \beta$ 时, 则 $\angle BAP = \alpha$,



此时 $\angle APB + \angle BAP + \angle BAC = 90^\circ$, 即 $\alpha + \beta + 32^\circ = 90^\circ$,

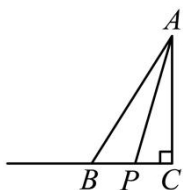
$$\therefore \alpha + \beta = 58^\circ \text{ ③},$$

$$\therefore \alpha + 2\beta = 90^\circ \text{ ④},$$

$$\therefore \text{④} - \text{③} \text{ 得 } \beta = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = \beta = 32^\circ;$$

如图, 当点 P 在线段 CB 上时, $\angle BAP = \beta$, $\angle ABP = \alpha = 58^\circ$,



$$\therefore \beta = \frac{1}{2}(90^\circ - 58^\circ) = 16^\circ,$$

$$\therefore \text{此时 } \angle APC = \angle ABP + \angle BAP = 58^\circ + 16^\circ = 74^\circ;$$

综上所述, $\angle APC$ 的所有可能的度数为 74° 或 32° 或 26° .

故答案为: 74° 或 32° 或 26° .

20. 已知实数 x 满足方程: $(x^2 + x)^2 - 4(x^2 + x) - 12 = 0$, 则 $x^2 + x =$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了换元法、解一元二次方程, 熟练掌握以上知识点是解题的关键.
通过换元法, 将原方程转化为关于新变量的二次方程, 求解后验证实数解的存在性.

【详解】 解: 设 $y = x^2 + x$, 则原方程化为: $y^2 - 4y - 12 = 0$,

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 16 + 48 = 64,$$

$$\therefore y = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2},$$

$$\text{即 } y = 6 \text{ 或 } y = -2,$$

$$\text{当 } y = -2 \text{ 时, } x^2 + x = -2, \text{ 即 } x^2 + x + 2 = 0,$$

判别式为: $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$, 无实数解;

$$\text{当 } y = 6 \text{ 时, } x^2 + x = 6, \text{ 即 } x^2 + x - 6 = 0,$$

判别式为: $\Delta = 1^2 - 4 \times (-6) = 25 > 0$, 有实数解;

$$\therefore x^2 + x = 6.$$

故答案为: 6.

三、解答题

21. 计算: $(\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3})$

【答案】 $6 - 2\sqrt{15}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握平方差公式和完全平方公式, 二次根式混合运算的运算顺序以及运算法则是解题的关键.

根据平方差公式与完全平方公式展开, 合并, 即可.

【详解】 解: $(\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3})$
 $= (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - 2$
 $= 8 - 2\sqrt{15} - 2$
 $= 6 - 2\sqrt{15}.$

22. 计算: $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$

【答案】 $-\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 1$

【解析】

【分析】 本题考查的是二次根式的混合运算, 先化简二次根式, 计算二次根式的乘法与除法运算, 再合并即可.

【详解】 解: $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$
 $= |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - 2\sqrt{3} + \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 1$
 $= -\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 1.$

23. 计算 $\frac{n}{m} \cdot \left(-\frac{1}{m} \sqrt{\frac{n^3}{m^3}} \right) \div \sqrt{\frac{n}{2m^3}} \quad (m > 0)$

【答案】 $-\frac{n^2}{m^2} \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简，解决此题的关键是注意符号的正负；根据二次根式化简的步骤化简即可

【详解】 解： $\frac{n}{m} \cdot \left(-\frac{1}{m} \sqrt{\frac{n^3}{m^3}} \right) \div \sqrt{\frac{n}{2m^3}} \quad (m > 0)$

$$= -\frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m^2} \sqrt{\frac{n}{m}} \times m \sqrt{\frac{2m}{n}}$$

$$= -\frac{n}{m} \cdot \frac{n}{m^2} \sqrt{\frac{n}{m} \times \frac{2m}{n}} \times m$$

$$= -\frac{n^2}{m^2} \sqrt{2}.$$

24. 用合适方法解方程： $x^2 - 14x + 45 = 0$

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = 9$

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元二次方程，利用因式分解法解方程即可.

【详解】 解： $x^2 - 14x + 45 = 0,$

$$(x-5)(x-9) = 0,$$

$$x-5=0 \text{ 或 } x-9=0,$$

$$x_1 = 5, x_2 = 9.$$

25. 用合适方法解方程：

$$3x^2 - 4x - 5 = 0$$

【答案】 $x_1 = \frac{2+\sqrt{19}}{3}, x_2 = \frac{2-\sqrt{19}}{3}.$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的求根公式，利用公式法解一元二次方程的条件是 $b^2 - 4ac \geq 0$. 先确定 a 、 b 、 c 及判别式的值，然后再利用求根公式求解即可.

【详解】 解： $3x^2 - 4x - 5 = 0$,

$\therefore a = 3$, $b = -4$, $c = -5$,

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 3 \times (-5) = 76 > 0$

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{76}}{2 \times 3} = \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}$,

$\therefore x_1 = \frac{2 + \sqrt{19}}{3}$, $x_2 = \frac{2 - \sqrt{19}}{3}$.

26. 用合适方法解方程:

$x^2 - 2x - 899 = 0$

【答案】 $x_1 = 31, x_2 = -29$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程，熟练掌握解一元二次方程的常用方法（直接开平方法、配方法、公式法、换元法、因式分解法等）是解题关键.

方程可以变形为 $(x-1)^2 = 900$, 再两边同时开平方解方程即可得.

【详解】 解： $x^2 - 2x - 899 = 0$,

$x^2 - 2x = 899$,

$x^2 - 2x + 1 = 899 + 1$,

$(x-1)^2 = 900$,

$x-1 = 30$ 或 $x-1 = -30$,

$x = 31$ 或 $x = -29$,

所以方程的解为 $x_1 = 31, x_2 = -29$.

27. 超速驾驶是造成交通事故的重要原因之一. 交警部门一般会根据刹车后滑行的距离判断车辆的行驶速度,

公式为 $v = 16\sqrt{df}$, 其中 v 表示车速 (单位: km/h) , d 表示刹车后滑行的距离 (单位: m) , f 表示摩擦因

数. 若交警在处理某次交通事故时, 测得 $d = 19.2\text{m}$, $f = 1.25$, 已知该路段限速 70km/h , 那么该汽车

超速了吗？请说明理由。（已知： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ，结果保留一位小数）

【答案】 该汽车超速了，见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式乘法运算的应用，解题的关键是熟练掌握二次根式运算法则，根据二次根式性质进行运算即可。

【详解】 解：该汽车超速了；理由：

$$\because v = 16\sqrt{df}, \quad d = 19.2\text{m}, \quad f = 1.25,$$

$$\therefore v = 16 \times \sqrt{19.2 \times 1.25}$$

$$= 16 \times 2\sqrt{6}$$

$$= 32 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$\approx 32 \times 1.4 \times 1.7$$

$$= 76.2 > 70.$$

故该汽车超速了.

28. 先化简，后求值： $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{9a+6\sqrt{ab}+b}{3\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ，其中 $a = \frac{1}{3}, b = 3$.

【答案】 $-2\sqrt{a}$ ； $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的化简求值. 先将分子进行因式分解，再约分化简，最后代入数据求值.

【详解】 解：
$$\begin{aligned} & \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{9a+6\sqrt{ab}+b}{3\sqrt{a}+\sqrt{b}} \\ &= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{(3\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{3\sqrt{a}+\sqrt{b}} \\ &= \sqrt{a}+\sqrt{b}-3\sqrt{a}-\sqrt{b} \\ &= -2\sqrt{a}, \end{aligned}$$

当 $a = \frac{1}{3}, b = 3$ 时，

$$\text{原式} = -2 \times \sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

29. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3$ 时, 求 m 的值.

【答案】(1) $m \geq -1$ 且 $m \neq 0$;

(2) $m = \frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系, 一元二次方程根的判别式, 正确理解题意是解题的关键.

(1) 根据题意可得 $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$, 据此求解即可;

(2) 由根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$, $x_1x_2 = -\frac{1}{m}$,

再根据已知条件得到 $\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3$, 解之即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 由题意得, $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$, 且 $m \neq 0$

$\therefore m \geq -1$ 且 $m \neq 0$;

【小问 2 详解】

由题意得, $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$, $x_1x_2 = -\frac{1}{m}$,

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3$,

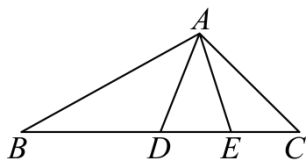
$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = -6x_1x_2 + 3$, 即 $\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3$,

整理得: $3m^2 + 4m - 4 = 0$,

解得: $m = \frac{2}{3}$ 或 $m = -2$ (舍),

$\therefore m = \frac{2}{3}$.

30. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BD = DC = AC$, AD 平分 $\angle BAE$, 求证: E 是 DC 的中点.

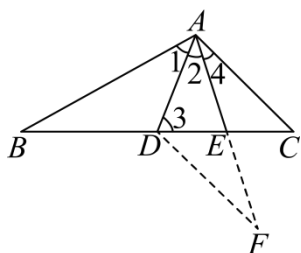


【答案】证明见解析

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质、三角形全等的判定与性质等知识，通过作辅助线，构造全等三角形是解题关键。延长 AE 至点 F ，使得 $AF = AB$ ，连接 DF ，先证出 $\triangle ABD \cong \triangle AFD$ ，根据全等三角形的性质可得 $BD = DF, \angle B = \angle F$ ，则 $AC = FD$ ，再根据等腰三角形的性质、三角形的外角性质可得 $\angle B = \angle 4$ ，则 $\angle 4 = \angle F$ ，然后证出 $\triangle ACE \cong \triangle FDE$ ，根据全等三角形的性质可得 $CE = DE$ ，由此即可得证。

【详解】证明：如图，延长 AE 至点 F ，使得 $AF = AB$ ，连接 DF ，



$\because AD$ 平分 $\angle BAE$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AFD$ 中，

$$\begin{cases} AB = AF \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AD = AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle AFD$ (SAS)，

$\therefore BD = DF, \angle B = \angle F$ ，

$\because BD = AC$ ，

$\therefore AC = FD$ ，

$\because AC = DC$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle DAC$ ，

$\because \angle 3 = \angle 1 + \angle B$ ， $\angle DAC = \angle 2 + \angle 4$ ，

$\therefore \angle B = \angle 4$ ，

$\therefore \angle 4 = \angle F$ ，

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle FDE$ 中，

$$\begin{cases} \angle 4 = \angle F \\ \angle AEC = \angle FED, \\ AC = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle FDE$ (AAS),

$\therefore CE = DE$,

$\therefore E$ 是 DC 的中点.

31. 阅读材料并解决问题

材料 1: 我们学了一元二次方程的解法, 其中最基本的方式, 是利用因式分解进行降次. 那么对于更高次的方程, 我们也可以用类似方法进行求解. 例如: 解方程: $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$, 可将其左边通过拆项, 试根等方式, 因式分解为 $(x-2)(x+1)(x-3) = 0$, 则方程的根为 $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 3$

材料 2: 当我们知道一个方程两根之和与两根之积时, 利用韦达定理, 我们可以构建满足这样条件的方程
例如: 设一元二次方程的两根为 x_1 , x_2 , 且已知 $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$, $x_1 x_2 = -5$, 则满足这两个解的方程是:

$$x^2 - \frac{2}{3}x - 5 = 0$$

材料 3: 我们知道若 x_1 , x_2 , 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根, 则我们可以把方程写为

$$a(x-x_1)(x-x_2) = 0, \text{ 展开后得 } ax^2 - a(x_1+x_2)x + ax_1x_2 = 0, \text{ 比较两个方程的对应系数, 不难发现}$$

$$b = -a(x_1+x_2), \quad c = ax_1x_2$$

由此我们也能得到一元二次方程的根与系数关系: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

(1) 利用材料推导一元三次方程的根与系数关系

即, 若 x_1 , x_2 , x_3 , 是方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) 的三个实数解, 试用 a , b , c , d 表示:

$$x_1 + x_2 + x_3, \quad x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1, \quad x_1 x_2 x_3$$

$$(2) \text{ 根据材料求方程组 } \begin{cases} a+b+c=7 \\ ab+bc+ac=11 \\ abc=-3 \end{cases} \text{ 的一组实数解 (写出一组即可)}$$

【答案】 (1) $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = \frac{c}{a}; \quad x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}$

(2) $a = 3, \quad b = 2 + \sqrt{5}, \quad c = 2 - \sqrt{5}.$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元三次方程根与系数的关系和整式乘法，解决此题的关键是熟练运用因式分解的方法解方程；

(1) 根据题意和因式分解方法解方程把方程变形，进而得到答案；

(2) 根据 (1) 中得到的关系， a, b, c 可以看作一元三次方程的三个根，根据题目中试根的方法得到答案即可；

【小问 1 详解】

解： $\because x_1, x_2, x_3$ 是方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 的三个实数解，

由材料可知方程可写成： $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$ ，

化简得： $x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)x - x_1x_2x_3 = 0$ ，

而方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 可化为： $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0 (a \neq 0)$ ，

$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a}, x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$ ；

【小问 2 详解】

解： 由 (1) 和题意可知 a, b, c 可以看作方程 $x^3 - 7x^2 + 11x + 3 = 0$ 的三个根；

通过试根可知当 $x = 3$ 时，方程左右两边相等，即 $x = 3$ 是 $x^3 - 7x^2 + 11x + 3 = 0$ 的根，

根据材料因式分解方程可化为： $(x - 3)(x^2 - 4x - 1) = 0$ ，

$\therefore$ 令 $x - 3 = 0$ 或 $x^2 - 4x - 1 = 0$ ，

$\therefore x = 3$ ，

解一元二次方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 得 $x = 2 + \sqrt{5}$ 或 $x = 2 - \sqrt{5}$ ，

$\therefore a = 3, b = 2 + \sqrt{5}, c = 2 - \sqrt{5}$ 。

附加题

32. 已知： $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ xy + yz + xz = 3 \end{cases}$ ，求 z 的最大值

【答案】 $\frac{13}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是一元二次方程根的判别式的应用，因式分解法解一元二次方程，由条件可得

$x + y = 5 - z, xy = 3 - yz - (5 - y - z)z = z^2 - 5z + 3$ ，可得 x, y 是方程 $t^2 - (5 - z)t + z^2 - 5z + 3 = 0$ 的两

根，再进一步求解即可.

【详解】解： $\because x + y + z = 5$,

$$\therefore x + y = 5 - z, \quad x = 5 - y - z,$$

$$\therefore xy + yz + xz = 3,$$

$$\therefore xy = 3 - yz - (5 - y - z)z = z^2 - 5z + 3,$$

$\therefore x, y$ 是方程 $t^2 - (5 - z)t + z^2 - 5z + 3 = 0$ 的两根,

$$\therefore \Delta = [-(5 - z)]^2 - 4(z^2 - 5z + 3) = -3z^2 + 10z + 13 \geq 0,$$

$\therefore$ 当 $-3z^2 + 10z + 13 = 0$ 时,

$$\text{解得: } z = -1 \text{ 或 } z = \frac{13}{3},$$

$$\therefore -1 \leq z \leq \frac{13}{3},$$

$\therefore z$ 的最大值为 $\frac{13}{3}$.