

2025-2026 学年八年级数学上学期期中模拟卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)(2024) 19.1 平方根与立方根~21.2 一元二次方程的解法。

第一部分(选择题 共 12 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 满分 12 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. (本题 2 分) 下列说法不正确的是 ()

- A. 平方根与立方根相等的数只有 0 B. 立方根等于它本身的数只有 0 和 ± 1
C. 7 是 49 的算术平方根 D. 0.01 是 0.1 的一个平方根

【答案】D

【分析】本题考查了平方根、算术平方根和立方根的定义, 掌握相关的定义是解决本题的关键。根据平方根、算术平方根和立方根的定义逐一判断即可。

【详解】解: A、平方根与立方根相等的数只有 0, 该选项正确, 不符合题意;
B、立方根等于它本身的数只有 0 和 ± 1 , 该选项正确, 不符合题意;
C、7 是 49 的算术平方根, 该选项正确, 不符合题意;
D、0.1 是 0.01 的一个平方根, 该选项错误, 符合题意;
故选 D。

2. (本题 2 分) 下列等式中, 正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-5)^2} = -5$ B. $\sqrt{(\pm 2)^2} = \pm 2$ C. $\pm \sqrt[3]{27} = \pm 3$ D. $\sqrt[3]{(\pm 8)^2} = \pm 4$

【答案】C

【分析】本题考查的是二次根式的化简、立方根的概念, 掌握二次根式的性质是解题的关键。根据二次根式的性质、立方根的概念计算, 得到答案。

【详解】解：A、 $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ ，本选项不符合题意；

B、 $\sqrt{(\pm 2)^2} = \sqrt{4} = 2$ ，本选项不符合题意；

C、 $\pm \sqrt[3]{27} = \pm 3$ ，正确，本选项符合题意；

D、 $\sqrt[3]{(\pm 8)^2} = \sqrt[3]{64} = 4$ ，本选项不符合题意.

故选：C.

3. (本题 2 分) 下列说法中错误的个数是 ()

①一个有理数除以无理数若有意义，则运算结果必为无理数；

②带根号的都是无理数；

③无理数可以分为正无理数和负无理数两类；

④无理数是无限小数；

⑤0.101001000100001 是无理数.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【分析】此题考查的无理数和实数的定义和分类，根据无理数，实数的定义和分类逐一判断即可，掌握相关知识是解题的关键.

【详解】解：①若有理数为 0，则除以无理数运算结果为 0 (有理数)，原说法错误，故①符合题意；

②带根号的数不一定是无理数，原说法错误，故②符合题意；

③无理数可以分为正无理数和负无理数两类，正确，故③不符合题意；

④无理数是无限小数，正确，故④不符合题意；

⑤0.101001000100001 是有理数，原说法错误，故⑤符合题意；

故选：C.

4. (本题 2 分) 下列说法正确的是 ()

A. 无理数与无理数的和一定为无理数

B. 一个数的算术平方根一定不比这个数大

C. 数轴上的每一个点都有一个有理数与它对应

D. 实数可分为有理数和无理数

【答案】D

【分析】本题考查了无理数，实数，有理数，数轴等概念，熟练掌握这些概念是解题的关键；

根据实数的分类及实数与数轴的关系对各选项进行逐一分析即可.

【详解】解：A. 无理数与无理数的和不一定还是无理数，有可能是有理数， $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ ，0是有理数，故此选项不符合题意；

B. 一个数的算术平方根有可能比这个数大，例如 $\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ ，故此选项不符合题意；

C. 数轴上的点和实数一一对应，故此选项不符合题意.

D. 实数可分为有理数和无理数，此说法正确，故此选项符合题意；

故选：D.

5. (本题2分) 下列各组二次根式中，是同类二次根式的是 ()

A. $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ 和 $\sqrt{72}$ B. $\sqrt{12}$ 和 $b\sqrt{18}$ C. $-\sqrt{8x}$ 和 $\sqrt{x^5}$ D. $\sqrt{xy}$ 和 $\sqrt{x^4y^3}$

【答案】A

【分析】本题考查同类二次根式的定义，解题的关键是将二次根式化为最简二次根式后，判断被开方数是否相同.

将每个选项中的二次根式化为最简二次根式，再比较被开方数是否相同，从而确定是否为同类二次根式.

【详解】解：A、 $-\sqrt{\frac{1}{8}} = -\sqrt{\frac{1 \times 2}{8 \times 2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ ； $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$. 两者最简二次根式的被开方数都是2，属于同类二次根式；

B、 $\sqrt{12} : \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ ； $b\sqrt{18} = b\sqrt{9 \times 2} = 3b\sqrt{2}$. 被开方数分别为3和2，不是同类二次根式；

C、 $-\sqrt{8x} = -2\sqrt{2x}$ ； $\sqrt{x^5} = x^2\sqrt{x}$. 被开方数分别为 $2x$ 和 x ，不是同类二次根式；

D、 $\sqrt{xy}$ (已是最简)； $\sqrt{x^4y^3} = x^2y\sqrt{y}$ ，被开方数分别为 xy 和 y ，不是同类二次根.

故选：A.

6. (本题2分) 若关于 x 的方程 $(m-2)x^{|m|} - 2x - 3 = 0$ 是一元二次方程，则 ()

A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = \pm 2$ D. $m \neq \pm 2$

【答案】B

【分析】本题主要考查了一元二次方程的定义，掌握一元二次方程的一般形式 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数且 $a \neq 0$) 是解题的关键.

根据一元二次方程的定义，列出关于 m 的方程求解即可.

【详解】解： $\because$ 关于 x 的方程 $(m-2)x^{|m|} - 2x - 3 = 0$ 是一元二次方程，

$\therefore |m| = 2$ 且 $m - 2 \neq 0$,

$\therefore m = -2$.

故答案为: B.

第二部分 (非选择题 共 88 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. (本题 2 分) $\sqrt{196}$ 的算术平方根为_____.

【答案】 $\sqrt{14}$

【分析】 本题考查了平方根, 求出 $\sqrt{196} = 14$, 即可得出结论.

【详解】 解: $\because \sqrt{196} = 14$,

又 $\because 14$ 的算术平方根是 $\sqrt{14}$,

$\therefore \sqrt{196}$ 的算术平方根为 $\sqrt{14}$.

故答案为: $\sqrt{14}$.

8. (本题 2 分) 比较大小: $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ _____ $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$. (填“>”“<”或“=”)

【答案】 >

【分析】 本题考查二次根式的混合运算、分母有理化、实数比较大小, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 先分母有理化, 然后根据负数比较大小的方法进行比较即可.

【详解】 解: $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = -(\sqrt{2}+\sqrt{3})$,

$$\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = -(\sqrt{3}+2),$$

$$\because \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{3}+2,$$

$$\therefore -(\sqrt{2}+\sqrt{3}) > -(\sqrt{3}+2), \text{ 即 } \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{3}-2},$$

故答案为: >.

9. (本题 2 分) 0.000000091 用科学记数法表示为_____.

【答案】 9.1×10^{-8}

【分析】 本题考查用科学记数法表示绝对值较小的数, 正确确定 a 和 n 的值, 是解题的关键. 用科学记数法表示绝对值较小的数, 形式为 $a \times 10^{-n}$ (n 为正整数), a 的取值范围为 $1 \leq a < 10$, n 的确定, 只需看从左到右第一个非零数字前 0 的个数, 即为 n 的值, 或者用平移小数点的方法确定. 直接根据 a 和 n 的确定方法解

题即可.

【详解】解: $0.000000091 = 9.1 \times 10^{-8}$.

故答案为: 9.1×10^{-8} .

10. (本题 2 分) 若 x 是 $\sqrt{3}$ 的小数部分, 则代数式 $x(x+2)$ 的值为_____.

【答案】2

【分析】本题主要考查了无理数小数部分的表示, 利用平方差公式进行二次根式的运算, 解题的关键是熟练掌握无理数小数部分的表示.

根据无理数的取值范围表示出小数部分, 然后代入求值即可.

【详解】解: $\because \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$,

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore x(x+2) = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1 + 2) = 3 - 1 = 2,$$

故答案为: 2.

11. (本题 2 分) 已知实数 a 满足 $\sqrt{a-2025} + |2024-a| = a$, 则 $a-2025^2 =$ _____.

【答案】-2024

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件, 绝对值的性质, 代数式求值, 由了二次根式有意义的条件可得 $a \geq 2025$, 即得 $2024-a < 0$, 进而得到 $\sqrt{a-2025} + a - 2024 = a$, 即得到 $a = 2025 + 2024^2$, 再代入代数式计算即可求解, 掌握二次根式有意义的条件是解题的关键.

【详解】解: 由题意可得, $a - 2025 \geq 0$,

$$\therefore a \geq 2025,$$

$$\therefore 2024 - a < 0,$$

$$\therefore \sqrt{a-2025} + |2024-a| = a,$$

$$\therefore \sqrt{a-2025} + a - 2024 = a,$$

$$\therefore \sqrt{a-2025} = 2024,$$

$$\therefore a - 2025 = 2024^2,$$

$$\therefore a = 2025 + 2024^2,$$

$$\therefore a - 2025^2$$

$$= 2025 + 2024^2 - 2025^2$$

$$= 2025 + (2024 + 2025)(2024 - 2025)$$

$$= 2025 - 4049$$

$$= -2024,$$

故答案为：-2024.

12. (本题 2 分) 若最简二次根式 $\sqrt[3x-y]{3y+4x}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2x-y+6}$ 是同类二次根式, 则 $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【分析】 本题考查了同类二次根式的定义, 解二元一次方程组, 代数式求值, 根据同类二次根式的定义得到关于 x 、 y 的方程组, 解方程求出 x 、 y 的值, 再代入代数式计算即可求解, 掌握同类二次根式的定义是解题的关键.

【详解】 解: 由题意得,
$$\begin{cases} 3x-y=2 \\ 3y+4x=2x-y+6 \end{cases}$$

化简得,
$$\begin{cases} 3x-y=2 \\ x+2y=3 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases},$$

$$\therefore x+y=1+1=2,$$

故答案为: 2.

13. (本题 2 分) 已知 $\sqrt[3]{2.019} \approx 1.2639$, $\sqrt[3]{20.19} \approx 2.7230$, 则 $\sqrt[3]{-0.002019} \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -0.12639

【分析】 本题主要考查了立方根, 正确掌握相关的定义与性质是解题的关键. 利用立方根的性质结合已知数据得出答案即可.

【详解】 解: $\because \sqrt[3]{2.019} \approx 1.2639,$

$$\therefore \sqrt[3]{-0.002019} = \sqrt[3]{-\frac{1}{1000} \times 2.019}$$

$$= \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{10}\right)^3} \times \sqrt[3]{2.019}$$

$$= -\frac{1}{10} \times \sqrt[3]{2.019}$$

$$\approx -0.12639.$$

故答案为: -0.12639.

14. (本题 2 分) 对于 $\sqrt{540a}$, 当 $\sqrt{540a}$ 是整数时, 最小的正整数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 15

【分析】 本题考查了二次根式, 由 $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 即可求解, 理解题意是解题的关键.

【详解】 解: $\because 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$,

$\therefore$ 当 $\sqrt{540a}$ 是整数时, 最小的正整数 $a = 3 \times 5 = 15$,

故答案为: 15.

15. (本题 2 分) 化简 $2\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{21-12\sqrt{3}}$ 的结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 5

【分析】 此题主要考查了二次根式的化简求值, 正确应用完全平方公式是解题关键.

直接利用完全平方公式将根号内部分变形开平方得出答案.

【详解】 解: $2\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{21-12\sqrt{3}}$

$$= 2\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-3)^2}$$
$$= 2(\sqrt{3}+1) - (2\sqrt{3}-3)$$
$$= 5$$

故答案为: 5.

16. (本题 2 分) 如果方程 $(m+2)x^{m^2-2} + (m-2)x - 3 = 0$ 是一元二次方程, 那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义: 含有一个未知数, 并且未知数的最高次数为 2 的整式方程叫一元二次方程.

根据一元二次方程的定义得到 $m+2 \neq 0$ 且 $m^2 - 2 = 2$, 再求解即可.

【详解】 方程 $(m+2)x^{m^2-2} + (m-2)x - 3 = 0$ 是一元二次方程,

所以 $m+2 \neq 0$ 且 $m^2 - 2 = 2$,

解得 $m = 2$.

故答案为: 2.

17. (本题 2 分) 已知三角形的一边长为 $4x\sqrt{12xy}$, 这条边上的高为 $\frac{2}{3}\sqrt{6xy^3}$, 则这个三角形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $8\sqrt{2}x^2y^2$

【分析】 本题考查了二次根式的应用，熟练掌握该知识点是关键.

根据三角形的面积公式进行计算即可求解.

【详解】 解：依题意，这个三角形的面积为： $\frac{1}{2} \cdot 4x\sqrt{12xy} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{6xy^3} = \frac{4x}{3}\sqrt{72x^2y^4} = 8x|x|y^2\sqrt{2}$ ，

因为边长 $4x\sqrt{12xy} \geq 0$ 且 $\sqrt{12xy} \geq 0$ ，

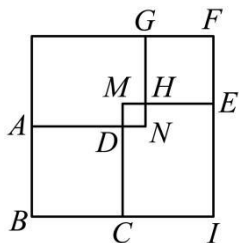
所以 $x \geq 0$ ，故 $|x| = x$ ，

所以面积为 $8x^2y^2\sqrt{2}$

故答案为： $8\sqrt{2}x^2y^2$ 。

18. (本题 2 分) 如图，在大正方形纸片中放置两个小正方形 (正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$)，已知：

$AB = \sqrt{23} + 1$ ， $EF = \sqrt{23} - 1$ ， $S_{\text{四边形}MCIE} = 25$ ，则大正方形的边长为_____.



【答案】 $\sqrt{26} + \sqrt{23} / \sqrt{23} + \sqrt{26}$

【分析】 本题考查了算术平方根的应用，平方差、完全平方公式，设大正方形的边长为 x ，则有 $CI = x - \sqrt{23} - 1$ ，

$EI = x - \sqrt{23} + 1$ ，然后通过 $S_{\text{四边形}MCIE} = 25$ ，则 $(x - \sqrt{23} - 1)(x - \sqrt{23} + 1) = 25$ ，所以 $(x - \sqrt{23})^2 = 26$ ，然后求出 x 的值即可，掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解：设大正方形的边长为 x ，

$$\because AB = \sqrt{23} + 1, \quad EF = \sqrt{23} - 1,$$

$$\therefore CI = x - \sqrt{23} - 1, \quad EI = x - \sqrt{23} + 1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MCIE} = 25,$$

$$\therefore (x - \sqrt{23} - 1)(x - \sqrt{23} + 1) = 25,$$

$$(x - \sqrt{23})^2 - 1 = 25$$

$$(x - \sqrt{23})^2 = 26$$

$$x - \sqrt{23} = \pm\sqrt{26},$$

$\therefore x = \sqrt{26} + \sqrt{23}$ 或 $x = -\sqrt{26} + \sqrt{23}$ (舍去),

$\therefore$ 大正方形的边长为 $\sqrt{26} + \sqrt{23}$,

故答案为: $\sqrt{26} + \sqrt{23}$.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 64 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (本题 6 分) 计算: $3\sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{11} + 2\sqrt{11} - \frac{4}{3}\sqrt{11}$.

【答案】 $\frac{10}{3}\sqrt{11}$

【分析】 本题考查二次根式的加减运算, 合并同类二次根式即可.

【详解】 解: $3\sqrt{11} - \frac{1}{3}\sqrt{11} + 2\sqrt{11} - \frac{4}{3}\sqrt{11}$
 $= \left(3 - \frac{1}{3} + 2 - \frac{4}{3}\right)\sqrt{11}$
 $= \frac{10}{3}\sqrt{11}$6 分

20. (本题 6 分) 计算: $\frac{1}{2}\sqrt{6} \times 4\sqrt{\frac{1}{12}} \div \frac{2}{3}\sqrt{1\frac{1}{2}}$.

【答案】 $\sqrt{3}$

【分析】 本题考查了二次根式的乘除混合运算, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

先根据二次根式的性质化简, 再根据乘除法法则计算.

【详解】 解: $\frac{1}{2}\sqrt{6} \times 4\sqrt{\frac{1}{12}} \div \frac{2}{3}\sqrt{1\frac{1}{2}}$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{6} \times 4\sqrt{\frac{3}{36}} \div \frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{6} \times \left(4 \times \frac{1}{6}\sqrt{3}\right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{6} \times \frac{2}{3}\sqrt{3} \div \frac{1}{3}\sqrt{6}$
 $= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \div \frac{1}{3}\right)\sqrt{6 \times 3 \div 6}$
 $= \sqrt{3}$6 分

21. (本题 6 分) 计算: $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}} + \sqrt{(-2)^2} - (-0.5)^0 \div \sqrt{4}$

【答案】 3

【分析】 本题考查实数的混合运算, 熟练掌握算术平方根和立方根的定义是解题的关键.

先根据算术平方根和立方根的定义、负整数指数幂和零指数幂的运算法则计算，再进行加减计算即可.

【详解】解： $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}} + \sqrt{(-2)^2} - (-0.5)^0 \div \sqrt{4}$

$$= \frac{3}{2} + 2 - 1 \div 2$$
$$= \frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2}$$
$$= 3 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

22. (本题 6 分) $4(3x-1)^2 - 9(3x+1)^2 = 0$ (用因式分解法)

【答案】 $x_1 = -\frac{1}{15}, x_2 = -\frac{5}{3}$

【分析】 本题考查了运用因式分解法进行解一元二次方程，先把原式整理得

$[2(3x-1)+3(3x+1)][2(3x-1)-3(3x+1)] = 0$ ，再化简括号内的运算得 $(15x+1)(-5-3x) = 0$ ，令每个因式为 0 进行解方程，即可作答.

【详解】解： $\because 4(3x-1)^2 - 9(3x+1)^2 = 0$,

$$\therefore [2(3x-1)]^2 - [3(3x+1)]^2 = 0,$$

$$\therefore [2(3x-1)+3(3x+1)][2(3x-1)-3(3x+1)] = 0,$$

整理得 $(15x+1)(-5-3x) = 0$,

$$\therefore 15x+1=0 \text{ 或 } -5-3x=0,$$

解得 $x_1 = -\frac{1}{15}, x_2 = -\frac{5}{3} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

23. (本题 6 分) 用配方法解方程: $2x^2 + x - 2 = 0$

【答案】 $x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$

【分析】 利用配方法求解即可.

本题考查了配方法求解方程的根，选择适当解方程的方法是解题的关键.

【详解】解： $2x^2 + x - 2 = 0$,

移项，得 $2x^2 + x = 2$.

系数化为 1，得 $x^2 + \frac{1}{2}x = 1$

配方，得 $x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 + \frac{1}{16}$ ，即 $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$.

两边开平方, 得 $x + \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$.

解得 $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$6 分

24. (本题 8 分) 化简, 求值: 已知 $m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{8}$, 求 $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m+9n-6\sqrt{mn}}{\sqrt{m}-3\sqrt{n}}$.

【答案】 $2\sqrt{m}-2\sqrt{n}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

【分析】 本题考查了二次根式的化简求值, 解题的关键是熟练掌握运算法则.

先对分子进行因式分解化简, 再代入求值即可.

【详解】 解: $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m+9n-6\sqrt{mn}}{\sqrt{m}-3\sqrt{n}}$
$$= \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{(\sqrt{m}-3\sqrt{n})(\sqrt{m}-3\sqrt{n})}{\sqrt{m}-3\sqrt{n}}$$

$$= \sqrt{m} + \sqrt{n} + \sqrt{m} - 3\sqrt{n}$$

$$= 2\sqrt{m} - 2\sqrt{n} \text{4 分}$$

当 $m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{8}$ 时, 原式 $= 2 \times \sqrt{\frac{1}{2}} - 2 \times \sqrt{\frac{1}{8}} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$8 分

25. (本题 8 分) 二次根式 $\sqrt{28}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2a+1}$ 是同类二次根式, b 是 8 的立方根.

(1) 求 $a+3b$ 的平方根:

(2) 若 $x = \sqrt{b} - a$, 求 $x^2 + 6x + 7$ 的值.

【答案】 (1) ± 3

(2) 0

【分析】 本题考查了同类二次根式的定义, 平方根及立方根的意义.

(1) 根据同类二次根式的被开方数相同列式求解即可;

(2) 把 $x^2 + 6x + 7$ 变形为 $(x+3)^2 - 2$, 然后把 $x = \sqrt{2} - 3$ 代入计算即可.

【详解】 (1) 解: $\because$ 二次根式 $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2a+1}$ 是同类二次根式,

$$\therefore 2a+1=7,$$

$$\therefore a=3.$$

$\because b$ 是 8 的立方根,

$$\therefore b=2,$$

$$\therefore a+3b=3+6=9,$$

$$\therefore a+3b \text{ 的平方根 } \pm\sqrt{9}=\pm 3; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 解: } \because a=3, \quad b=2,$$

$$\therefore x=\sqrt{b}-a=\sqrt{2}-3,$$

$$\therefore x^2+6x+7$$

$$=x^2+6x+9-2$$

$$=(x+3)^2-2$$

$$=(\sqrt{2}-3+3)^2-2$$

$$=2-2=0. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

26. (本题 8 分) 在数学小组探究学习中, 小华与他的小组成员遇到这样一道题:

已知 $a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$, 求 $2a^2-8a+1$ 的值. 他们是这样解答的:

$$\therefore a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3},$$

$$\therefore a-2=-\sqrt{3}$$

$$\therefore (a-2)^2=3 \text{ 即 } a^2-4a+4=3$$

$$\therefore a^2-4a=-1$$

$$\therefore 2a^2-8a+1=2(a^2-4a)+1=2\times(-1)+1=-1$$

请你根据小华小组的解题方法和过程, 解决以下问题:

$$(1) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \text{化简: } \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}} + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}};$$

$$(3) \text{若 } a=\frac{1}{\sqrt{5}-2},$$

①求 a^2-4a 的值;

②求 $2a^4-8a^3-8a+4$ 的值.

$$\text{【答案】 (1) } \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$(2) 44$$

$$(3) \text{① } 1; \text{ ② } 6$$

【分析】 本题考查了二次根式的化简求值的知识，二次根式的化简求值，一定要先化简再代入求值，也考查了分母有理化的知识，掌握以上知识是解答本题的关键.

(1) 把分子分母都乘以 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ，然后利用平方差公式计算；

(2) 先分母有理化，然后合并二次根式即可；

(3) 先分母有理化得到 $a=\sqrt{5}+2$ ，移项后再平方得到 $a^2-4a=1$ ，再把原式化简变形为 $2a^2(a^2-4a)-8a+4$ ，接着利用整体代入法计算得到原式 $=2a^2-8a+4$ ，再应用同样方法计算即可.

【详解】 (1) 解: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$,

故答案为: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$;2 分

(2) 解: 原式 $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{2024}-\sqrt{2023}+\sqrt{2025}-\sqrt{2024}$
 $=\sqrt{2025}-1$
 $=45-1$
 $=44$;5 分

(3) 解: ① $\because a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$,

$\therefore a-2=\sqrt{5}$,

$\therefore (a-2)^2=5$,

$\therefore a^2-4a=1$;

② $\because a^2-4a=1$,

$\therefore 2a^4-8a^3-8a+4$

$=2a^2(a^2-4a)-8a+4$

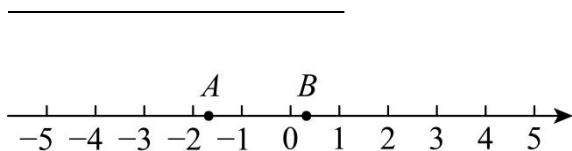
$=2a^2-8a+4$

$=2(a^2-4a)+4$

$=2+4$

$=6$8 分

27. (本题 10 分) 如图，一只蚂蚁从点 A 沿数轴向右爬了 2 个单位长度到达点 B ，点 A 表示 $-\sqrt{3}$ ，设点 B 所表示的数为 m .



(1) 实数 m 的值是_____

(2) 求 $|m+1| - |m-1|$ 的值

(3) 在数轴上还有 C 、 D 两点分别表示实数 c 、 d ，且实数 c 满足 $(\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$ ，实数 d 表示面积为 27 的正方形的边长，小蚂蚁从点 C 出发，爬到点 D 后，就沿着数轴向左爬行，小蚂蚁的爬行速度为每秒 3 个单位长度，请判断第 2 秒结束时，小蚂蚁在点 B 的左侧还是右侧？并写出判断过程。

【答案】 (1) $2 - \sqrt{3}$

(2) $4 - 2\sqrt{3}$

(3) 在点 B 的右侧，过程见解析

【分析】 本题主要考查实数与数轴，化简绝对值，相反数的意义，非负数的性质及算术平方根的意义，解题的关键是熟练掌握绝对值与算术平方根的意义。

(1) 根据利用数轴表示数的方法求解即可；

(2) 将 m 的值代入，判断 $m+1$ 、 $m-1$ 的正负，然后化简绝对值计算即可；

(3) 先根据 $(\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$ 求出 $c = 2$ ，再求出 $d = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ ，再根据题意求出小蚂蚁最后的位置表示的数，进一步判断出在点 B 的左侧还是右侧即可。

【详解】 (1) 解： $m = -\sqrt{3} + 2 = 2 - \sqrt{3}$ ，

故答案为： $2 - \sqrt{3}$ ；2 分

(2) 解： $\because m = 2 - \sqrt{3}$ ，

则 $m+1 = 2 - \sqrt{3} + 1 = 3 - \sqrt{3} > 0$ ， $m-1 = 2 - \sqrt{3} - 1 = 1 - \sqrt{3} < 0$ ，

$\therefore |m+1| - |m-1| = m+1 - (1-m) = m+1-1+m = 2m = 2(2 - \sqrt{3}) = 4 - 2\sqrt{3}$ 4 分

(3) 在点 B 的右侧，

理由： $\because (\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$ ，

$\therefore c-2 \geq 0$ ，

解得 $c \geq 2$ ，

$\therefore 3-2c \leq -1 < 0$ ，

$$\therefore \sqrt{(3-2c)^2} = |3-2c| = 2c-3, \quad (\sqrt{c-2})^2 = c-2,$$

$$\therefore c-2+2c-3=1,$$

解得 $c=2$,

$\therefore$ 实数 d 表示面积为 27 的正方形的边长,

$$\therefore d = \sqrt{27} = 3\sqrt{3},$$

$\therefore$ 小蚂蚁的爬行速度为每秒 3 个单位长度, 爬行时间为 2 秒,

$\therefore$ 小蚂蚁爬行的路程为 $3 \times 2 = 6$ 个单位长度,

$\therefore$ 点 C 表示的数为 2, 点 D 表示的数为 $3\sqrt{3}$,

$$\therefore CD = 3\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore \text{此时小蚂蚁的位置表示的数为 } 3\sqrt{3} - [6 - (3\sqrt{3} - 2)] = 6\sqrt{3} - 8,$$

$$\therefore 6\sqrt{3} = \sqrt{108}, \sqrt{64} = 8, \text{ 且 } \sqrt{108} > \sqrt{64},$$

$$\therefore 6\sqrt{3} - 8 > 0,$$

$\therefore$ 小蚂蚁在点 B 右侧,

$$\text{则 } (6\sqrt{3} - 8) - (2 - \sqrt{3}) = 7\sqrt{3} - 10,$$

$$\therefore 7\sqrt{3} = \sqrt{147}, 10 = \sqrt{100}, \quad \sqrt{147} > \sqrt{100},$$

$$\therefore (6\sqrt{3} - 8) - (2 - \sqrt{3}) = 7\sqrt{3} - 10 > 0$$

$\therefore$ 在点 B 的右侧.10 分