

上海市宝山区庙行实验学校 2025-2026 学年八年级上学期期中

数学试题

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列实数中, 无理数是 ()

A. 0

B. 0.23232323

C. $\sqrt{7}$

D. $\sqrt{16}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了无理数的定义, 无理数是无限不循环小数.

选项 A、B、D 均为有理数, C 中 $\sqrt{7}$ 是无理数.

【详解】解: 0 是整数, 属于有理数;

0.23232323 是有限小数, 属于有理数;

$\sqrt{7}$ 是无限不循环小数, 是无理数;

$\sqrt{16} = 4$ 是整数, 属于有理数;

故选: C.

2. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

B. $\sqrt{25} = \pm 5$

C. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{6}$

D. $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = 9$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的化简, 二次根式的加法, 二次根式的除法.

根据二次根式的运算法则逐一判断即可.

【详解】解: $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$, A 正确;

$\sqrt{25} = 5$, B 错误;

$\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \neq \sqrt{6}$, C 错误;

$\sqrt{18} \div \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 3 \neq 9$, D 错误;

故选: A.

3. 下列方程是一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 - y = 0$ B. $x^2 - \frac{1}{x} = 0$ C. $3x^2 + 1 = 0$ D. $x^2 = (x-2)(x+1)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的定义.

根据一元二次方程的定义 (只含一个未知数, 且未知数的最高次数为 2 的整式方程), 判断各选项是否符合即可.

【详解】解: 一元二次方程需满足: ①一个未知数; ②最高次数为 2; ③整式方程.

选项 A: 含有两个未知数 x 和 y , 不符合①;

选项 B: 分母含有未知数, 不是整式方程, 不符合③;

选项 C: 只有一个未知数 x , 最高次数为 2, 且是整式方程, 符合定义;

选项 D: 化简得 $x^2 = x^2 - x - 2$, 即 $x + 2 = 0$, 为一次方程, 不符合②;

故选: C.

4. 下列说法正确的是 ()

- A. $\sqrt{81}$ 的算术平方根是 9 B. 无理数和有理数统称为实数
C. 立方根等于它本身的数是 0 和 1 D. 数轴上的每一个点都有一个有理数与它对应

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了实数的定义、算术平方根、立方根和数轴的性质.

根据实数的定义、算术平方根、立方根和数轴的性质逐个判断.

【详解】解: $\sqrt{81} = 9$, 9 的算术平方根是 3, 不是 9, A 错误;

有理数和无理数统称为实数, B 正确;

立方根等于本身的数有 -1 , 0 , 1 , C 错误;

数轴上的点与实数一一对应, D 错误;

故选: B.

5. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -1$ B. $k \geq -1$
C. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义，二次项系数不能为零；再根据根的判别式，方程有实数根时判别式非负，联立求解

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$,

$\therefore k \neq 0$,

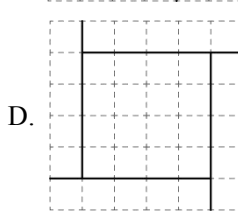
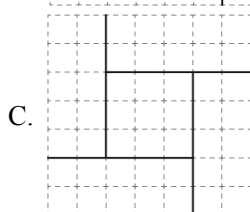
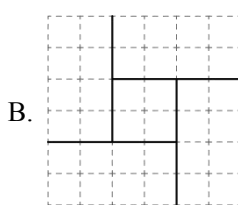
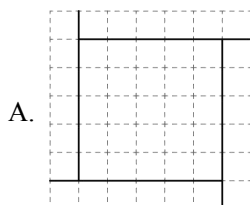
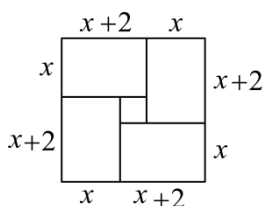
又 $\because$ 方程有实数根,

$\therefore$ 判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot k \cdot (-1) = 4 + 4k \geq 0$,

解得 $k \geq -1$

$\therefore k$ 的取值范围是 $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$

6. 我国古代数学家赵爽在其所著的《勾股圆方图注》中记载过一元二次方程（正根）的几何解法. 以方程 $x^2 + 2x - 35 = 0$, 即 $x(x+2) = 35$ 为例, 记载的方法如下: 构造如图所示的正方形, 大正方形的面积是 $(x+x+2)^2$, 同时它又等于四个矩形的面积加上中间小正方形的面积, 即 $4 \times 35 + 2^2$, 因此 $x = 5$, 在下面四个选项中, 能正确说明方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 解法的构图是 ()



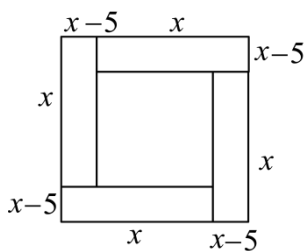
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 理解一元二次方程的正数解的几何解法是解题的关键.

根据题意, 画出方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$, 即 $x(x-5) = 6$ 的拼图过程, 由面积之间的关系可得出答案.

【详解】解: 方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$, 即 $x(x-5) = 6$ 的拼图如图所示;



中间小正方形的边长为 $x - (x - 5) = 5$ ，其面积为 25，

大正方形的面积： $(x + x - 5)^2 = 4x(x - 5) + 25 = 4 \times 6 + 25 = 49$ ，其边长为 7，

因此，A 选项所表示的图形符合题意，

故选：A.

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分）

7. $-\frac{8}{27}$ 的立方根为_____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了求一个数的立方根，解题关键是掌握上述知识点并能运用求解.

根据立方根的定义求解.

【详解】 解： $-\frac{8}{27}$ 的立方根为 $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$ ，

故答案为： $-\frac{2}{3}$.

8. $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ 的值是_____.

【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 该题考查了算术平方根，根据算术平方根的性质计算即可.

【详解】 解： $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ ，

故答案为： $\frac{5}{3}$.

9. 比较大小（用 $>$ 、 $<$ 、 $=$ 、 $\neq$ 中的一个符号）： $\sqrt{5}$ _____ 2.

【答案】 $>$

【解析】

【分析】 本题考查了实数大小的比较，解题的关键是掌握实数的大小的比较方法．通过比较平方数的大小关系推断平方根的大小．

【详解】 解：因为 $2^2 = 4$ ，且 $5 > 4$ ，

所以 $\sqrt{5} > \sqrt{4}$ ，即 $\sqrt{5} > 2$ ；

故答案为 $>$ ．

10. 一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的一次项系数是_____．

【答案】 -2

【解析】

【分析】 此题考查了一元二次方程的一般形式及概念，解题的关键是熟记：一般地，任何一个关于 x 的一元二次方程经过整理，都能化成如下形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，这种形式叫一元二次方程的一般形式．其中 ax^2 叫做二次项， a 叫做二次项系数； bx 叫做一次项； b 叫做一次项系数， c 叫做常数项．

根据一元二次方程的一般形式，即可解答．

【详解】 解：一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的一次项系数是 -2 ，

故答案为： -2 ．

11. 我国的嫦娥六号探测器成功执行了月球背面采样返回任务，这是人类首次从月球背面采集样品并带回地球．月球距离地球的平均距离为 384000 千米，数据 384000 用科学记数法表示为_____．

【答案】 3.84×10^5

【解析】

【分析】 本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法表示绝对值较大的数时，形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．

根据科学记数法的表示方法作答即可．

【详解】 解： $384000 = 3.84 \times 10^5$ ．

故答案为： 3.84×10^5 ．

12. 在实数范围内，当 x _____ 时， $\sqrt{1-x}$ 有意义．

【答案】 ≤ 1

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件.

根据二次根式有意义的条件, 被开方数必须大于或等于零计算即可.

【详解】 解: $\because \sqrt{1-x}$ 有意义,

$$\therefore 1-x \geq 0,$$

解得 $x \leq 1$.

故答案为: ≤ 1 .

13. 若一个正数的两个平方根是 $8-a$ 和 $3a+2$, 则 a 的值是_____.

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题考查平方根的性质, 解题的关键是掌握一个正数的两个平方根互为相反数.

根据一个正数的两个平方根互为相反数, 列出方程求解.

【详解】 解: 因为一个正数的两个平方根互为相反数, 所以 $8-a$ 与 $3a+2$ 的和为 0,

$$\text{即: } 8-a+3a+2=0,$$

解得: $a=-5$,

故答案为: -5 .

14. $\sqrt{a+b}$ 的有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{b+a}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理化因式, 如果两个含有二次根式的非零代数式相乘, 它们的积不含有二次根式, 就说这两个非零代数式互为有理化因式.

根据有理化因式的定义: 两个根式相乘的积不含根号即可解答.

【详解】 解: $\because \sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a+b} = a+b$,

$$\therefore \sqrt{a+b} \text{ 的有理化因式为 } \sqrt{a+b}.$$

故答案为: $\sqrt{a+b}$.

15. 一元二次方程 $5x^2 = 4x$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程，先把 $5x^2 = 4x$ 移项再进行因式分解，即可作答.

【详解】 解：依题意， $5x^2 = 4x$ ，

$$5x^2 - 4x = 0,$$

$$x(5x - 4) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } 5x - 4 = 0,$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{5},$$

故答案为： $x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{5}$.

16. 已知一元二次方程 $2x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 ，则 $x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2$ 的值是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ ## 0.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系，根据一元二次方程根与系数的关系得出 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$ ， $x_1 + x_2 = -1$ ，再整体代入变形后的式子计算即可得出答案.

【详解】 解： $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $2x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}, x_1 + x_2 = -1,$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) = -\frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$

17. 在实数范围内因式分解： $2x^2 + 4x + 1 =$ _____

【答案】 $(\sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1)$

【解析】

【分析】 本题考查配方法将代数式变形为完全平方式及平方差公式进行因式分解，熟记公式结构是本题的解题关键.

先提取公因数，再配方，最后利用平方差公式求解即可.

【详解】 解： $2x^2 + 4x + 1$

$$= 2(x^2 + 2x) + 1$$

$$\begin{aligned}
&= 2[(x+1)^2 - 1] + 1 \\
&= 2(x+1)^2 - 1 \\
&= [\sqrt{2}(x+1)]^2 - 1^2 \\
&= [\sqrt{2}(x+1)+1][\sqrt{2}(x+1)-1] \\
&= (\sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1),
\end{aligned}$$

故答案为: $(\sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1)(\sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1)$.

18. 阅读材料: 如果一个数的平方等于 -1 , 记为 $i^2 = -1$, 这个数 i 叫做虚数单位, 那么形如 $a+bi$ (a 、 b 实数) 的数就叫做复数, a 叫这个复数的实部, b 叫这个复数的虚部.

它有如下特点:

(1) 它的加、减、乘法运算与整式的加、减、乘法运算类似, 例如:

$$(2+i) + (3-4i) = (2+3) + (1-4)i = 5-3i \quad (3+i)i = 3i + i^2 = 3i-1$$

(2) 若两个复数, 它们的实部相等, 虚部互为相反数, 则称这两个复数共轭, 如: $1+2i$ 的共轭复数为 $1-2i$.

若 $a+bi$ 是 $(3-i)^2$ 的共轭复数, 则 $a(a-b)^2 =$ _____.

【答案】 32

【解析】

【分析】 本题主要考查了实数的新定义运算, 准确理解所给定义式是解题的关键;

根据完全平方公式展开计算即可.

【详解】 解: $(3-i)^2 = 3^2 - 6i + i^2 = 9 - 6i - 1 = 8 - 6i$,

$\therefore a+bi$ 是 $(3-i)^2$ 的共轭复数,

$\therefore a=8, b=6$,

$\therefore a(a-b)^2 = 8 \times (8-6)^2 = 8 \times 4 = 32$,

故答案为: 32.

三、计算 (本大题共 5 小题, 19 题—22 题, 每题 5 分, 23 题 6 分, 共 26 分)

19. 计算: $2\sqrt{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{5}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{2}$.

【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 首先合并同类二次根式，然后利用分数的加减法则计算括号里面即可求解.

【详解】 解: $2\sqrt{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{5}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{2}$
 $= (2 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{6})\sqrt{2}$
 $= \frac{12-4+5-1}{6} \times \sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{2}.$

【点睛】 本题主要考查了同类二次根式的合并，掌握运算法则是解题关键.

20. 计算: $\frac{2}{b}\sqrt{ab} \times (-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}) \div \frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}}$

【答案】 $-\frac{9a^2}{b}\sqrt{ab}$

【解析】

【分析】 直接利用二次根式的性质化简进而得出答案.

【详解】 解: $\frac{2}{b}\sqrt{ab} \cdot (-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}) \div \frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}} (a > 0)$
 $= -\frac{3}{b} \cdot a^2b \div \frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}}$
 $= -9a^2\sqrt{\frac{a}{b}}$
 $= -\frac{9a^2}{b}\sqrt{ab}$

【点睛】 此题主要考查了二次根式的乘除运算， 正确化简二次根式是解题关键.

21. 解方程: $x(x+12) = 64$

【答案】 4 或 -16

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程，解题的关键是在于根据方程选择合适的方法，本题选择配方法，先去括号，根据一次项系数进行配方，方程两边同时加上一个数，进行配方，然后开方，解得方程.

【详解】 $x(x+12) = 64$

去括号得 $x^2 + 12x = 64$

配方得 $x^2 + 12x + 6^2 = 64 + 6^2$

用完全平方公式得 $(x+6)^2 = 100$

开方得 $x+6 = \pm\sqrt{100}$

$x+6 = 10$ 或 $x+6 = -10$

解得 $x = 4$ 或 $x = -16$

22. 用配方法解方程: $3x^2 - 6x - 8 = 0$

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{33}}{3}$

【解析】

【分析】 根据配方法的步骤解一元二次方程即可求解.

【详解】 解: $3x^2 - 6x - 8 = 0$,

移项, 得 $3x^2 - 6x = 8$,

方程两边同时除以 3, 得 $x^2 - 2x = \frac{8}{3}$,

配方, 得 $x^2 - 2x + 1 = \frac{8}{3} + 1$,

则 $(x-1)^2 = \frac{11}{3}$,

所以, $x-1 = \pm\frac{\sqrt{33}}{3}$,

所以, $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{33}}{3}$.

【点睛】 本题考查了配方法解一元二次方程, 掌握配方法是解题的关键.

23. 解分式方程: $\frac{x-3}{x^2-x} + \frac{2}{x-1} = 1$

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】 本题考查解可化成一元二次方程的分式方程, 先去分母变成整式方程, 再解整式方程, 最后检验下结论即可.

【详解】解：方程两边同乘 $x(x-1)$ 得： $x-3+2x=x^2-x$ ，

整理得 $x^2-4x+3=0$ ，

$$(x-1)(x-3)=0,$$

解得 $x_1=1, x_2=3$ ，

检验，当 $x=1$ 时， $x(x-1)=0$ ，不是方程的解；

当 $x=3$ 时， $x(x-1) \neq 0$ ，是方程的解；

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x=3$ 。

四、简答题（本大题共小题，24 题和 25 题各 6 分，26 题和 27 题各 8 分，28 题 10 分，共 38 分）

24. 先化简，再求值： $\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+1+2x}}{x^2+x}$ ，其中 $x = \frac{1}{5+2\sqrt{6}}$

【答案】

$$x-1+\frac{1}{x}, 9$$

【解析】

【分析】结合二次根式的性质完成分式的化简，再将 $x = \frac{1}{5+2\sqrt{6}}$ 代入即可求解。

【详解】解： $\because x = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} > 0$ ，

$$\therefore x+1 > 0,$$

$$\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+1+2x}}{x^2+x},$$

$$= \frac{(x-1)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{x(x+1)},$$

$$= (x-1) + \frac{(x+1)}{x(x+1)},$$

$$= x-1+\frac{1}{x};$$

$$\therefore x = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{(5-2\sqrt{6})}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = 5-2\sqrt{6},$$

$$\therefore \text{原式} = 5 - 2\sqrt{6} - 1 + \frac{1}{(5 - 2\sqrt{6})},$$

$$= 5 - 2\sqrt{6} - 1 + 5 + 2\sqrt{6},$$

$$= 9.$$

【点睛】 本题考查的知识点是分式的化简求值、分母有理化、二次根式的性质，解题关键是熟练掌握分式的化简求值.

25. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 - 9 = 0$.

(1) 求证：此方程有两个不相等的实数根；

(2) 设此方程的两个根分别为 x_1, x_2 ，若 $x_1 + x_2 = 6$ ，求 m 的值.

【答案】 (1) 见解析 (2) 3

【解析】

【分析】 本题考查了根据判别式判断一元二次方程根的情况、根与系数的关系，熟练掌握根的判别式和根与系数的关系，是解题关键.

(1) 根据根的判别式即可验证；

(2) 利用根与系数的关系可得 $x_1 + x_2 = 2m$ ，据此即可求解.

【小问 1 详解】

证明：根据题意可知： $\Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - 9) = 36 > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根；

【小问 2 详解】

解：由题意得： $x_1 + x_2 = 2m$,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m = 6,$$

解得 $m = 3$.

26. 为了加快数字化城市建设，某市计划新建一批智能充电桩，一月份新建了 320 个充电桩，三月份新建了 500 个充电桩，一月份到三月份充电桩数量的月增长率相同.

(1) 求一月至三月份该市新建智能充电桩数量的月增长率；

(2) 预计四月份保持一月至三月份的充电桩数量的月增长率. 已知该市四月份上半月已建智能充电桩 325 个，则四月份下半月（15 天）日均新建智能充电桩为多少个？

【答案】 (1) 一月至三月份该市新建智能充电桩个数的月平均增长率为 25%

(2) 四月份下半月 (15 天) 日均新建智能充电桩为 20 个

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的实际应用中的增长率问题，读懂题意是解题的关键.

(1) 根据变化前数量 $\times(x+1)^2 =$ 变化后数量，列出方程求解即可.

(2) 根据 (1) 中月平均增长率，先求出四月份新建智能充电桩个数，再作差求出下半月新建智能充电桩个数，即可解答.

【小问 1 详解】

解：设月平均增长率为 x ,

由题意可得： $320 \times (x+1)^2 = 500$,

解得 $x = 0.25 = 25\%$ (负值已舍去),

故一月至三月份该市新建智能充电桩个数的月平均增长率为 25% ;

【小问 2 详解】

解： $\because 500 \times (1+25\%) = 625$ (个),

$625 - 325 = 300$ (个),

$300 \div 15 = 20$ (个),

$\therefore$ 四月份下半月 (15 天) 日均新建智能充电桩为 20 个.

27. 某服装店在销售中发现：衬衫平均每天可售出 30 件，每件盈利 40 元. 为了迎接“双十一”购物节，该服装店决定采取适当的降价措施，扩大销售量，增加盈利. 经市场调查发现：如果每件衬衫降价 1 元，那么平均每天就可多售出 3 件.

(1) 若每件衬衫降价 5 元，那么平均每天就可售出_____件;

(2) 为保持节后销售价格的稳定性，规定降价不能超过 15 元. 要想平均每天销售这种衬衫盈利 1800 元，那么每件衬衫应降价多少元?

【答案】 (1) 45 (2) 10 元

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

(1) 根据题意可求得销售数量 $= 30 + 5 \times 3 = 45$ 件;

(2) 设每件衬衫应降价 x 元，则每件盈利 $(40 - x)$ 元，每天可售出 $(30 + 3x)$ 件，利用每天销售衬衫获得的总利润 = 每件衬衫的销售利润 $\times$ 每天的销售量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之即可得出 x 的值，再结合降价不能超过 15 元即可求得.

【小问1 详解】

解: $30+5\times 3=45$ (件),

故答案为: 45;

【小问2 详解】

设每件衬衫应降价 x 元, 则每件盈利 $(40-x)$ 元, 每天可售出 $(30+3x)$ 件,

依题意得: $(40-x)(30+3x)=1800$,

整理得: $x^2-30x+200=0$,

解得: $x_1=10$, $x_2=20$.

又 $\because$ 降价不能超过 15 元,

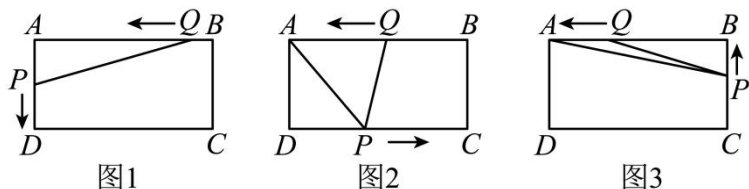
$\therefore x_2=20$ 舍去,

故 $x=10$.

答: 每件衬衫应降价 10 元.

28. 综合与实践

如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$, 动点 P , Q 分别以 2cm/s , 1cm/s 的速度从点 A , B 同时出发, 点 P 沿着 $AD \rightarrow DC \rightarrow CB$ 运动到点 B 时停止, 点 Q 沿着 BA 运动到点 A 时停止. 设运动时间为 $t\text{s}$.



(1) 当点 P 在 AD 上运动时, $AP =$ _____ cm , $AQ =$ _____ cm ; (用含 t 的代数式表示)

(2) 在 (1) 的条件下, 当 $S_{\triangle PAQ} = 7\text{cm}^2$ 时, 求 t 的值;

(3) 如图 2、图 3, 点 P 沿着 $DC \rightarrow CB$ 运动到点 B 的过程中、当 $\triangle PAQ$ 的面积为 1cm^2 时, 求 t 的值.

【答案】(1) $2t$; $(8-t)$

(2) 1 (3) 7

【解析】

【分析】本题主要考查了列代数式, 矩形的性质, 一元二次方程的应用, 解答本题的关键是熟练运用矩形的性质解决问题.

- (1) 根据路程等于速度乘以时间得到 $AP = 2t\text{cm}$, $BQ = t\text{cm}$, 则 $AQ = AB - BQ = (8 - t)\text{cm}$;
- (2) 根据矩形的性质得到 $\angle A = 90^\circ$, 再根据直角三角形面积计算公式建立方程求解即可;
- (3) 分点 P 在 CD 和点 P 在 BC 上两种情况, 根据三角形面积计算公式列出方程求解即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意得, $AP = 2t\text{cm}$, $BQ = t\text{cm}$,

$$\therefore AQ = AB - BQ = (8 - t)\text{cm},$$

故答案为: $2t$; $(8 - t)$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle PAQ} = \frac{1}{2} AQ \cdot AP = 7\text{cm}^2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2t(8 - t) = 7,$$

解得 $t = 1$ 或 $t = 7$ (舍去);

【小问 3 详解】

解: 当点 P 在 CD 上运动时, $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AQ \cdot AD$,

$$\therefore \triangle PAQ \text{ 的面积为 } 1\text{cm}^2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4(8 - t) = 1,$$

解得 $t = 7.5$,

由矩形的性质可得 $CD = AB = 8\text{cm}$, $BC = AD = 4\text{cm}$,

$$\therefore \text{点 } P \text{ 运动到点 } C \text{ 的时间为 } \frac{8 + 4}{2} = 6 \text{ 秒},$$

$\therefore$ 此种情况不存在;

当点 P 在 BC 上运动时, $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AQ \cdot BP$,

$$\therefore \triangle PAQ \text{ 的面积为 } 1\text{cm}^2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} (8 + 4 + 4 - 2t)(8 - t) = 1,$$

解得 $t = 7$ 或 $t = 9$ (舍去);

综上所述, $t = 7$.

