

市北初北校 2025 学年第一学期八年级数学阶段练习 5

(满分 100 分, 完卷时间 60 分钟) 2025 年 10 月

一、选择题: (每题 2 分, 共 12 分)

1. 以下关于平方根与立方根说法正确的是 ()

- A. 任何实数都有 1 个立方根
- B. 一个实数的算术平方根只有 1 个, 平方根有 2 个
- C. 只有正数有算术平方根
- D. 正数的平方根大于其立方根

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平方根、算术平方根和立方根, 熟练掌握平方根和立方根的性质是解题关键. 根据平方根、算术平方根和立方根的概念与性质逐项判断即可得.

【详解】解: A. 任何实数都有 1 个立方根, 正确, 符合题意;
B. 一个正实数的算术平方根只有 1 个, 平方根有 2 个, 故原说法不正确, 不符合题意;
C. 0 和正数有算术平方根, 故原说法不正确, 不符合题意;
D. 正数负的平方根小于其立方根, 故原说法不正确, 不符合题意.
故选 A.

2. 下列二次根式中最简二次根式的是 ()

- A. $\frac{\sqrt{x^3}}{3}$
- B. $\sqrt{\frac{x}{3}}$
- C. $\sqrt{24}$
- D. $\sqrt{6x}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用最简二次根式的条件进行选择即可.

【详解】A. $\frac{\sqrt{x^3}}{3} = \frac{x\sqrt{x}}{3}$, 故 A 不符合题意;
B. $\sqrt{\frac{x}{3}} = \frac{\sqrt{3x}}{3}$, 故 B 不符合题意;
C. $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$, 故 C 不符合题意;
D. $\sqrt{6x}$ 是最简二次根式, 故 D 符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了对最简二次根式的定义的理解与运用，解题的关键是判断最简二次根式必须满足的条件：(1) 根号内不含分母；(2) 分母中不含有根号；(3) 被开方数不含有开方开得尽的因数或因式.

3. 下列方程中，是一元二次方程的是 ()

A. $x + \frac{1}{x} = 1$

B. $x(x+1) = x^2 - 1$

C. $\sqrt{x^2 + x} = 1$

D. $\sqrt{5}x^2 - x = 5x^2 - \sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的是一元二次方程的定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫一元二次方程. 根据一元二次方程的定义对各选项进行逐一分析即可.

【详解】解：A、 $x + \frac{1}{x} = 1$ 中含有分式，所以该方程不是一元二次方程，不符合题意；

B、 $x(x+1) = x^2 - 1$ 化简可得 $x+1=0$ ，未知数的次数是1，不是一元二次方程，不符合题意；

C、 $\sqrt{x^2 + x} = 1$ ，不是整式方程，所以该方程不是一元二次方程，不符合题意；

D、 $\sqrt{5}x^2 - x = 5x^2 - \sqrt{5}$ ，该方程是一元二次方程，符合题意.

故选：D.

4. 下列二次根式中，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{\frac{3}{25}}$

C. $\sqrt{0.3}$

D. $\sqrt{\frac{1}{27}}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式性质化简后，根据同类二次根式的定义进行选择即可.

【详解】A、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，故A不符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{3}{25}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$ ，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，故B不符合题意；

C、 $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故C符合题意；

D、 $\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ ，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，故D不符合题意.

故选: C.

【点睛】本题考查了同类二次根式的定义(几个二次根式化成最简二次根式后, 如果被开方数相同, 这几个二次根式叫做同类二次根式), 二次根式的性质, 掌握同类二次根式的定义, 对二次根式进行化简, 是解题的关键.

5. 氧原子的直径是 0.000000000148 米, 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.48×10^{-8} 米 B. 1.48×10^{-9} 米 C. 1.48×10^{-10} 米 D. 1.48×10^{-11} 米

【答案】C

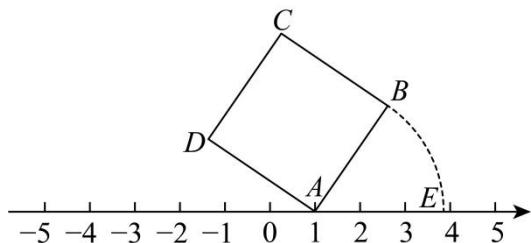
【解析】

【分析】此题考查科学记数法, 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【详解】解: 0.000000000148 米 $= 1.48 \times 10^{-10}$ 米.

故选: C.

6. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 7, 顶点 A 在数轴上表示的数为 1, 若点 E 在数轴上 (点 E 在点 A 的右侧), 且 $AB = AE$, 则点 E 所表示的数为 ()



- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{7} + 1$ C. $\sqrt{7} - 1$ D. $1 - \sqrt{7}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了数轴与实数、平方根的应用, 关键是结合题意求出 $AB = AE = \sqrt{7}$.

因为面积为 7 的正方形 $ABCD$ 边长为 $\sqrt{7}$, 所以 $AB = \sqrt{7}$, 而 $AB = AE$, 得 $AE = \sqrt{7}$, A 点的坐标为 1, 故 E 点的坐标为 $\sqrt{7} + 1$.

【详解】解: $\because$ 面积为 7 的正方形 $ABCD$ 边长为 $\sqrt{7}$,

$\therefore AB = \sqrt{7}$,

$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore AE = \sqrt{7},$$

$$\therefore A \text{ 点表示的数为 } 1,$$

$$\therefore E \text{ 点表示的数为 } \sqrt{7} + 1,$$

故选：B.

二、填空题：（每题 2 分，共 24 分）

7. 实数 $\sqrt{9}$ 的平方根是_____.

【答案】 $\pm\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了算术平方根和平方根的概念，解题的关键是先求出 $\sqrt{9}$ 的值，再求其平方根.

先计算 $\sqrt{9}$ 的结果，再根据平方根的定义求出该结果的平方根.

【详解】 解： $\because \sqrt{9} = 3,$

$$\therefore \sqrt{9} \text{ 的平方根是 } \pm\sqrt{3}.$$

故答案为： $\pm\sqrt{3}$

8. 化简： $\sqrt{18a^2b^3} (a < 0) =$ _____.

【答案】 $-3ab\sqrt{2b}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件、利用二次根式的性质进行化简，先由二次根式有意义的条件得出 $b \geq 0$ ，再根据二次根式的性质化简即可，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】 解： $\because 18a^2b^3 \geq 0, a < 0,$

$$\therefore b \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{18a^2b^3} = 3|a|b\sqrt{2b} = -3ab\sqrt{2b}.$$

故答案为： $-3ab\sqrt{2b}$.

9. 比较大小： $\frac{\sqrt{6}-1}{3}$ _____ $\frac{1}{3}$ （选填“>”，“<”或“=”）

【答案】 >

【解析】

【分析】 可以根据不等式的性质进行判断即可.

【详解】 $\because \sqrt{6} > \sqrt{4}$,

$$\therefore \sqrt{6} > 2,$$

$$\therefore \sqrt{6} - 1 > 2 - 1,$$

$$\therefore \sqrt{6} - 1 > 1,$$

$$\frac{\sqrt{6}-1}{3} > \frac{1}{3}.$$

故答案为 >

【点睛】 考查有理数的大小比较, 熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键.

10. 计算: $\sqrt{24} \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的除法运算, 根据二次根式的除法运算法则进行计算即可求解.

【详解】 解: $\sqrt{24} \div \sqrt{3} = \sqrt{\frac{24}{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

故答案为: $2\sqrt{2}$.

11. 计算 $(1+\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})^{2026} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{2}-1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的乘法运算, 积的乘方逆运算, 平方差公式, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

先根据积的乘方逆运算, 将其变形为 $(1+\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})$, 再由平方差公式计算.

【详解】 解: $(1+\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})^{2026}$
 $= (1+\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})$
 $= [(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})]^{2025} \times (1-\sqrt{2})$

$$= (-1)^{2025} \times (1 - \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{2} - 1.$$

故答案为: $\sqrt{2} - 1$.

12. 若 $\sqrt{20}$ 与最简二次根式 $\frac{1}{3}\sqrt{3-m}$ 是同类二次根式, 则 m 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查的是同类二次根式的概念, 掌握二次根式化成最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式是解题的关键. 根据同类二次根式的概念列出方程, 解方程得到答案.

【详解】 解: $\because \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, 且最简二次根式 $\frac{1}{3}\sqrt{3-m}$ 与 $2\sqrt{5}$ 是同类二次根式,

$$\therefore 3-m=5,$$

$$\therefore m=-2$$

故答案为: -2.

13. 若 $\sqrt{63n}$ 是整数, 则正整数 n 的最小值是_____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简, 熟练掌握二次根式的性质是解题的关键. 先将 $\sqrt{63n}$ 化简, 再根据其是整数的条件, 确定正整数 n 的最小值.

【详解】 解: $\sqrt{63n} = \sqrt{9 \times 7n} = 3\sqrt{7n}$.

因为 $\sqrt{63n}$ 是整数,

所以 $\sqrt{7n}$ 必须是整数. 则 $7n$ 为完全平方数, 正整数 n 的最小值为 7.

故答案为: 7.

14. 已知: x, y 满足关系 $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + 3$, 则 y^x 的立方根是_____.

【答案】 $\sqrt[3]{9}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式有意义的条件, 直接利用二次根式有意义的条件分析得出答案.

【详解】解：由题意可得：
$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$$

解得： $x=2$ ，

所以， $y=3$ ，

所以， $y^x=3^2=9$ ，

故 y^x 的立方根为 $\sqrt[3]{9}$ ，

故答案为： $\sqrt[3]{9}$ 。

15. 已知 $\sqrt[3]{7.89} \approx 1.991$ ， $\sqrt[3]{78.9} \approx 4.289$ ，则 $\sqrt[3]{0.0789} \approx$ _____。

【答案】 0.4289

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一个数的立方根，78.9 缩小 1000 倍时，对应的立方根缩小 10 倍，由此可解。

【详解】解： $\sqrt[3]{0.0789} = \sqrt[3]{\frac{78.9}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{78.9}}{\sqrt[3]{1000}} \approx \frac{4.289}{10} \approx 0.4289$ ，

故答案为：0.4289。

16. 若 $(a-3)x^{|a-1|}-4=0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 a 的值为_____。

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的定义，含有一个未知数且最高次数为 2 的方程叫作一元二次方程。根据一元二次方程的定义列式计算即可。

【详解】解： $\because (a-3)x^{|a-1|}-4=0$ 是关于 x 的一元二次方程，

$\therefore |a-1|=2$ 且 $a-3 \neq 0$ ，解得： $a=-1$ 。

故答案为：-1。

17. 将二次三项式 x^2-2x-2 写成 $(x-1)^2+m$ 的形式则 $m=$ _____。

【答案】 -3

【解析】

【分析】 此题考查了配方法的应用，掌握完全平方公式是解题的关键。根据配方法的步骤求解即可。

【详解】解： x^2-2x-2

$$= x^2 - 2x + 1 - 1 - 2$$

$$= (x-1)^2 - 3,$$

$$\therefore m = -3,$$

故答案为: -3 .

18. 对于实数 a, b , 定义 $\min[a, b]$ 的含义为: 当 $a < b$ 时, $\min[a, b] = a$, 当 $a > b$ 时, $\min[a, b] = b$,

例如: $\min[1, -2] = -2$, 已知 $\min[\sqrt{15}, x] = x$, $\min[\sqrt{15}, y] = \sqrt{15}$, 且 x 和 y 为两个连续正整数, 则

$x - y$ 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题主要考查用新定义解决数学问题及实数的运算, 正确理解新定义是求解本题的关键. 根据 $\sqrt{15}$ 的范围, 求出 x 和 y 的值, 然后代入即可求解.

【详解】解: $\because \min[\sqrt{15}, x] = x$, $\min[\sqrt{15}, y] = \sqrt{15}$,

$$\therefore x < \sqrt{15} < y,$$

$$\because x \text{ 和 } y \text{ 为两个连续正整数, } \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}, \text{ 即 } 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore x = 3, y = 4,$$

$$\therefore x - y = 3 - 4 = -1.$$

故答案为: -1 .

三、简答题: (19、20 每小题 10 分, 21-23 题 6 分, 共 38 分)

19. 计算:

$$(1) \sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{6}\sqrt{12};$$

$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{x^4y} \left(-4\sqrt{\frac{y^2}{x}} \right) \div \frac{3}{4}\sqrt{xy^2}.$$

【答案】 (1) $\frac{8}{3}\sqrt{6} - \frac{5}{6}\sqrt{3};$

(2) $-\frac{16}{9}x\sqrt{y}.$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的混合运算，二次根式的运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

- (1) 根据分母有理化，二次根式的性质分别运算，然后合并即可；
(2) 根据二次根式的性质进行化简，然后通过二次根式乘除法进行求解即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{6}\sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{6} - \frac{1}{3}\sqrt{3} \\ &= \frac{8}{3}\sqrt{6} - \frac{5}{6}\sqrt{3};\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{1}{3}\sqrt{x^4y}\left(-4\sqrt{\frac{y^2}{x}}\right) \div \frac{3}{4}\sqrt{xy^2} \\ &= \frac{x^2}{3}\sqrt{y} \times \left(-\frac{4y}{x}\sqrt{x}\right) \div \frac{3y}{4}\sqrt{x} \\ &= \frac{x^2}{3}\sqrt{y} \times \left(-\frac{4y}{x}\sqrt{x}\right) \times \frac{4}{3y\sqrt{x}} \\ &= -\frac{16}{9}x\sqrt{y}.\end{aligned}$$

20. 解下列方程:

- (1) $2x^2 + 3x - 1 = 0$; (配方法)
(2) $(x-10)(x-3) = 8$.

【答案】 (1) $x_1 = \frac{-3+\sqrt{17}}{4}$, $x_2 = \frac{-3-\sqrt{17}}{4}$;

(2) $x_1 = 2$, $x_2 = 11$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，熟练掌握解一元二次方程的一般方法是解题的关键.

- (1) 用配方法解一元二次方程即可；
(2) 先把方程转化为一般形式，然后用因式分解法解一元二次方程即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 2x^2 + 3x - 1 = 0,$$

$$2x^2 + 3x = 1,$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{1}{2},$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16},$$

$$x + \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4},$$

$$\therefore x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}, \quad x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } (x-10)(x-3) = 8,$$

$$x^2 - 13x + 22 = 0,$$

$$(x-2)(x-11) = 0,$$

$$x-2=0 \text{ 或 } x-11=0,$$

$$\therefore x_1 = 2, \quad x_2 = 11.$$

21. 已知一个正数的两个不同的平方根分别是 $2x-14$ 和 $x+2$, $y+1$ 的立方根为 -3 , m 是 $\sqrt{17}$ 的整数部分,

(1) 求 x 和 y 的值;

(2) 求 $x-y+m$ 的平方根.

【答案】(1) $x=4$, $y=-28$

(2) ± 6

【解析】

【分析】本题考查平方根与立方根的应用和以及无理数的估算, 熟练掌握平方根和立方根的意义是解题的关键,

(1) 分别根据平方根的意义和立方根的运算即可得到答案;

(2) 先通过估算得到 m 的值, 再代入求得 $x-y+m$ 的值, 从而求得答案.

【小问 1 详解】

解：由题意知 $2x-14$ 和 $x+2$ 互为相反数，

$$\therefore 2x-14+x+2=0,$$

解得： $x=4$ ，

$\therefore y+1$ 的立方根为 -3 ，

$$\therefore y+1=(-3)^3,$$

解得： $y=-28$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ ，

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5,$$

$\therefore \sqrt{17}$ 的整数部分 $m=4$ ，

$$\therefore x-y+m=4-(-28)+4=36,$$

$\therefore x-y+m$ 的平方根为 $\pm\sqrt{36}=\pm 6$ 。

22. 已知 $x=\sqrt{5}-2$ ， $y=\sqrt{5}+2$ ，求下列代数式的值

(1) x^2y+xy^2

(2) x^2-xy+y^2

【答案】 (1) $2\sqrt{5}$

(2) 17

【解析】

【分析】二次根式的化简求值和乘法公式的变形，掌握乘法公式的变形并先求出 $x+y$ 和 xy 的值是解题的关键。

(1) 先求出 $x+y$ 和 xy 的值，再将原式变形为 $xy(x+y)$ ，再代入求值即可；

(2) 先求出 $x+y$ 和 xy 的值，再将原式变形为 $(x+y)^2-3xy$ ，再代入求值即可。

【小问 1 详解】

解： $\because x=\sqrt{5}-2$ ， $y=\sqrt{5}+2$ ，

$$\therefore x+y=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}, \quad xy=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=5-4=1,$$

$$\therefore x^2y+xy^2=xy(x+y)=1\times 2\sqrt{5}=2\sqrt{5}$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because x=\sqrt{5}-2, \quad y=\sqrt{5}+2,$$

$$\therefore x+y=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}, \quad xy=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=5-4=1,$$

$$\therefore x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=(2\sqrt{5})^2-3\times 1=17.$$

23. 已知 x, y 是有理数, 并且 x, y 满足等式 $2x^2+2y+\sqrt{2}y=42-4\sqrt{2}$, 求 $x+y$ 的值.

【答案】 -9 或 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了实数混合运算的应用, 根据已知等式求出 x 与 y 的值, 即可求出 $x+y$ 的值.

【详解】 解: $\because x, y$ 是有理数, 并且 x, y 满足等式 $2x^2+2y+\sqrt{2}y=42-4\sqrt{2}$,

$$\therefore 2x^2+2y=42, \quad \sqrt{2}y=-4\sqrt{2},$$

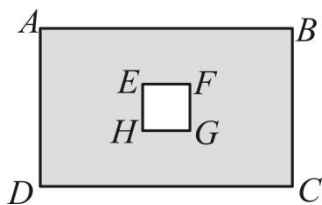
$$\text{解得: } x=\pm 5, \quad y=-4,$$

$$\text{则 } x+y=5+(-4)=1 \text{ 或 } x+y=-5+(-4)=-9.$$

综上所述: $x+y$ 的值为 -9 或 1.

四、解答题: (24、25 题 8 分, 26 题 10 分, 共 26 分)

24. 如图, 在某地的清明上河园景区, 有一个用于表演豫剧的矩形舞台 $ABCD$, 其面积为 $\sqrt{6400}$ 平方米, 长为 $\sqrt{128}$ 米.



(1) 求这个舞台的宽 (结果化为最简二次根式);

(2) 为了增加舞台效果, 准备在舞台的中央建造一个边长为 $\sqrt{8}$ 米的正方形升降台 $EFGH$, 舞台的剩余部分 (图中阴影部分) 铺设地板, 已知地板的价格为每平方米 200 元, 求铺设地板需花费的总费用.

【答案】 (1) 这个舞台的宽是 $5\sqrt{2}$ 米

(2) 铺设地板需花费的总费用为 14400 元

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算的应用，正确理解题意是解题的关键.

(1) 利用二次根式的除法解题即可；

(2) 先算出阴影部分面积，再计算铺设地板需花费的总费用即可.

【小问 1 详解】

解：这个舞台的宽为 $\sqrt{6400} \div \sqrt{128} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (米)，

答：这个舞台的宽为 $5\sqrt{2}$ 米；

【小问 2 详解】

解：阴影部分的面积 $= \sqrt{6400} - \sqrt{8} \times \sqrt{8} = 80 - 8 = 72$ 平方米，

铺设地板需花费 $72 \times 200 = 14400$ 元.

25. 课堂上老师讲解了比较 $\sqrt{11} - \sqrt{10}$ 和 $\sqrt{15} - \sqrt{14}$ 的方法，观察发现 $11-10=15-14=1$ ，于是比较这两个数的倒数：

$$\frac{1}{\sqrt{11}-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{10}}{(\sqrt{11}-\sqrt{10})(\sqrt{11}+\sqrt{10})} = \sqrt{11}+\sqrt{10},$$

$$\frac{1}{\sqrt{15}-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{14}}{(\sqrt{15}-\sqrt{14})(\sqrt{15}+\sqrt{14})} = \sqrt{15}+\sqrt{14},$$

因为 $\sqrt{15}+\sqrt{14} > \sqrt{11}+\sqrt{10}$ ，所以 $\frac{1}{\sqrt{15}-\sqrt{14}} > \frac{1}{\sqrt{11}-\sqrt{10}}$ ，则有 $\sqrt{15}-\sqrt{14} < \sqrt{11}-\sqrt{10}$.

请你设计一种方法比较 $\sqrt{8} + \sqrt{3}$ 与 $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ 的大小.

【答案】 方法见解析.

【解析】

【详解】 【分析】 观察可知 $8+3=6+5$ ，因此可以利用两数平方进行比较进而得出答案.

【详解】 $(\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{8})^2 + 2\sqrt{8} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 11 + 2\sqrt{24}$,

$$(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 11 + 2\sqrt{30} ,$$

$$\because 11 + 2\sqrt{24} < 11 + 2\sqrt{30} ,$$

$$\therefore (\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 < (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 ,$$

$$\because \sqrt{8} + \sqrt{3} > 0 , \quad \sqrt{6} + \sqrt{5} > 0 ,$$

$$\therefore \sqrt{8} + \sqrt{3} < \sqrt{6} + \sqrt{5}.$$

【点睛】本题考查了实数大小比较，二次根式的运算，理解题意，并且根据式子的特点确定出合适的方法是解题的关键.

26. 【阅读理解】公元前 5 世纪，毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$ ，导致了第一次数学危机.

定义：可以表示为两个互质整数的商的形式的数称为有理数，整数可以看做分母为 1 的有理数；反之为无理数. 如 $\sqrt{2}$ 不能表示为两个互质的整数的商，所以 $\sqrt{2}$ 是无理数. 可以这样证明：

设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互质的两个整数，且 $b \neq 0$ ，

则 $2 = \frac{a^2}{b^2}$ ，即 $a^2 = \underline{\text{①}}$.

因为 b 是整数且不为 0，

所以 a 是不为 0 的偶数.

设 $a = 2n$ (n 是整数，且 $n \neq 0$)，则 $a^2 = 4n^2$.

所以 $b^2 = \underline{\text{②}}$.

所以 b 也是偶数，与 a, b 是互质的整数矛盾.

所以 $\sqrt{2}$ 是无理数.

【解决问题】

(1) 写出①，②表示的代数式，使证明过程完整；

(2) 证明： $\sqrt[3]{6}$ 是无理数.

【答案】(1) ① $2b^2$ ；② $2n^2$

(2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了无理数的概念，解题的关键是根据所给事例模仿去做，做到举一反三.

(1) 根据等式性质得出结论即可；

(2) 类比 $\sqrt[3]{6}$ 是无理数的证明进行证明即可.

【小问 1 详解】

解：设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互质的两个整数，且 $b \neq 0$ ，

$$\text{则 } 2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{即 } a^2 = 2b^2.$$

因为 b 是整数且不为 0，

所以 a 是不为 0 的偶数.

设 $a = 2n$ (n 是整数，且 $n \neq 0$)，

$$\text{则 } a^2 = 4n^2.$$

$$\text{所以 } b^2 = 2n^2.$$

所以 b 也是偶数，与 a, b 是互质的整数矛盾.

所以 $\sqrt{2}$ 是无理数.

【小问 2 详解】

设 $\sqrt[3]{6} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互质的两个整数，且 $b \neq 0$ ，则 $6 = \frac{a^3}{b^3}$ ，

$$\text{所以 } a^3 = 6b^3,$$

$\because a, b$ 是整数且不为 0，

$\therefore a$ 为 6 的倍数.

设 $a = 6n$ (n 是整数)，

$$\therefore a^3 = 216n^3,$$

$$\therefore b^3 = 36n^3,$$

$\therefore b$ 也是 6 的倍数，与 a 与 b 是互质的整数矛盾，

$\therefore \sqrt[3]{6}$ 是无理数.