

2025 学年第一学期八年级数学期末考试试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每小题 2 分, 满分 12 分)

1. 计算 $\sqrt{(-3)^2}$ 的结果为 ()

A. ± 3

B. 3

C. 9

D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质, 掌握算术平方根的结果为非负数是解题的关键.

先计算根号内 $(-3)^2$ 的结果, 再根据二次根式的性质化简, 最后逐一判断选项.

【详解】解: $\because$ 先计算根号内的式子: $(-3)^2 = 9$,

$\therefore$ 原式 $= \sqrt{9}$.

$\because$ 算术平方根的结果是非负的,

$\therefore \sqrt{9} = 3$.

故选: B.

2. 数 $\frac{\pi}{3}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{16}$, $\sqrt{8}$, $0.\dot{2}\dot{3}$, $-0.1010010001\dots$ (相邻两个 1 之间的 0 的个数逐次加 1) 中, 无理数的个数为 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】C

【解析】

【分析】根据无理数是无限不循环小数, 可得无理数的个数.

【详解】解: 数 $\frac{\pi}{3}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{16}$, $\sqrt{8}$, $0.\dot{2}\dot{3}$, $-0.1010010001\dots$ (相邻两个 1 之间的 0 的个数逐次加 1) 中, 无理数有 $\frac{\pi}{3}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{8}$, $-0.1010010001\dots$ (相邻两个 1 之间的 0 的个数逐次加 1), 无理数的个数为 4 个.

故选: C.

【点睛】本题考查无理数的判断, 利用无理数的定义进行分析判定即可.

3. 若关于 x 的方程 $(k-2)x^2 + 3x - 1 = 0$ 是一元二次方程, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k \neq 0$

B. $k > 2$

C. $k < 2$

D. $k \neq 2$

【答案】D

【解析】

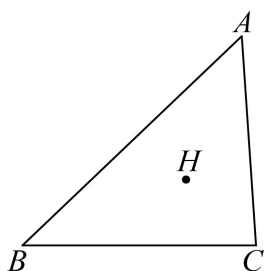
【分析】本题考查一元二次方程的定义，根据一元二次方程的二次项的系数不为0，得到 $k-2 \neq 0$ ，进行求解即可.

【详解】解：由题意， $k-2 \neq 0$ ，

$\therefore k \neq 2$ ；

故选D.

4. 上海正在建设一批精品口袋公园，如图所示， ABC 是一个正在修建的口袋公园，要在公园里修建一座凉亭 H ，使该凉亭到公路 AB 、 AC 、 BC 的距离都相等，则凉亭 H 是 ABC 的（ ）



A. 三条中线的交点

B. 三条高的交点

C. 三角形的内心

D. 三角形的外心

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查角平分线的性质，熟练掌握角平分线的性质是解题关键.

根据角平分线的性质求解即可.

【详解】解： $\because ABC$ 是一个正在修建的口袋公园，要在公园里修建一座凉亭 H ，使该凉亭到公路 AB 、 AC 、 BC 的距离都相等，且角平分线上的点到角两边的距离相等，

$\therefore$ 应建在三条角平分线的交点处，即三角形的内心.

故选：C.

5. 已知 ABC 的三个内角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的三条边长分别为 a 、 b 、 c ，则下列条件中，不能确定 ABC 是直角三角形的是（ ）

A. $a^2 = b^2 - c^2$

B. $\angle A - \angle B = \angle C$

C. $a:b:c = 7:24:25$

D. $\angle A:\angle B:\angle C = 3:4:5$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理的逆定理，三角形内角和定理，熟练掌握勾股定理的逆定理和三角形内角和定理是解题关键。根据勾股定理的逆定理可判断 A 和 C，根据三角形内角和定理可判断 B 和 D。

【详解】解：A、 $\because a^2 = b^2 - c^2$,

$$\therefore a^2 + c^2 = b^2,$$

$\therefore$ 能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形;

B、 $\because \angle A - \angle B = \angle C$,

$$\therefore \angle B + \angle C = \angle A$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$\therefore$ 能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形;

C、设 $a = 7k$, $b = 24k$, $c = 25k$,

$$\because a^2 + b^2 = 49k^2 + 576k^2 = 625k^2, c^2 = 625k^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

$\therefore$ 能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形;

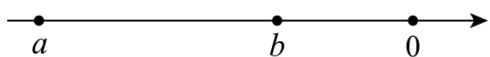
D、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\therefore \angle C = 180^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 75^\circ,$$

$\therefore$ 不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

故选：D.

6. 实数 a 、 b 在数轴上对应点的位置如图，则 $|b-a| - \sqrt{b^2}$ 的结果是 ()



A. $2b-a$

B. $b-2a$

C. a

D. $-a$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查实数与数轴，二次根式的性质，化简绝对值。由数轴可知， $a < b < 0$ ，进而可得 $b-a > 0$ ，根据绝对值性质和二次根式的性质化简即可。

【详解】解：由数轴可知， $a < b < 0$,

$$\therefore b-a>0, \sqrt{b^2}=-b,$$

$$\therefore |b-a|-\sqrt{b^2}=b-a-(-b)=2b-a,$$

故选 A.

二、填空题 (每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{x+1}$ 有意义.

【答案】 $x \geq -1$

【解析】

【分析】 此题考查了二次根式有意义的条件, 根据二次根式的被开方数为非负数得到 $x+1 \geq 0$, 即可求出答案.

【详解】 解: 根据题意得: $x+1 \geq 0$,

解得: $x \geq -1$

故答案是: $x \geq -1$

8. 比较大小: $\sqrt{7}$ _____ $2\sqrt{2}$ (填 “>” “<” 或 “=”).

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查了比较二次根式的大小.

通过比较两个正数的平方大小来确定原数的大小.

【详解】 解: $(\sqrt{7})^2 = 7$, $(2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8$, 由于 $7 < 8$,

所以 $\sqrt{7} < 2\sqrt{2}$.

故答案为: <.

9. 已知最简二次根式 $\sqrt{a+3}$ 与 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式, 则 a 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类二次根式的定义, 化简二次根式, 先将 $\sqrt{18}$ 化简为最简二次根式, 再根据被开方数相同的最简二次根式叫做同类二次根式可得关于 a 的方程, 解方程即可得到答案.

【详解】 解: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$,

$\therefore$ 最简二次根式 $\sqrt{a+3}$ 与 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式,

$$\therefore a+3=2,$$

$$\therefore a=-1,$$

故答案为：-1.

10. 估计 $2+\sqrt{7}$ 值的整数部分是：_____.

【答案】4

【解析】

【分析】根据 $2<\sqrt{7}<3$ ，得到 $\sqrt{7}$ 的整数部分为 2，从而得到 $2+\sqrt{7}$ 的整数部分为 4，解答即可. 本题考查了实数的大小比较，无理数的估算，熟练掌握无理数的估算是解题的关键.

【详解】解： $\because 2<\sqrt{7}<3$,

$$\therefore 4<2+\sqrt{7}<5$$

$$\therefore 2+\sqrt{7} \text{ 的整数部分为 } 4,$$

故答案为：4.

11. 方程： $3x^2 = \sqrt{3}x$ 的解为：_____.

【答案】 $x_1=0$, $x_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元二次方程-因式分解法，灵活运用因式分解法解方程成为解题的关键. 先移项得到 $3x^2 - \sqrt{3}x = 0$ ，然后利用因式分解法解方程即可.

【详解】解： $3x^2 = \sqrt{3}x$,

$$3x^2 - \sqrt{3}x = 0,$$

$$x(3x - \sqrt{3}) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } 3x - \sqrt{3} = 0,$$

$$\text{所以 } x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为： } x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

12. 不等式 $-\sqrt{5}x-1>2x$ 的解集是_____.

【答案】 $x<2-\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，分母有理化，严格遵循解不等式的基本步骤是解本题的关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数，不等号方向要改变. 通过移项、合并同类项、系数化为1，再根据二次根式分母有理化化简即可求出不等式的解集.

【详解】 解： $-\sqrt{5}x-1>2x$,

$$-\sqrt{5}x-2x>1,$$

$$-(\sqrt{5}+2)x>1,$$

由于 $\sqrt{5}+2>0$ ，所以 $-(\sqrt{5}+2)<0$ ，除以负数时不等号方向改变，得：

$$x<\frac{1}{-(\sqrt{5}+2)},$$

$$\text{即 } x<-\frac{1}{\sqrt{5}+2},$$

分子分母同乘 $\sqrt{5}-2$ ，得：

$$x<-\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=-\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}=-\left(\sqrt{5}-2\right)=2-\sqrt{5},$$

故答案为： $x<2-\sqrt{5}$.

13. 在实数范围内分解因式： $2x^2+4x-3=$ _____.

【答案】 $2\left(x+\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)\left(x+\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)$

【解析】

【分析】 令 $2x^2+4x-3=0$ ，先利用公式法求解一元二次方程的根，再分解因式即可.

【详解】 解： 令 $2x^2+4x-3=0$,

$$\therefore a=2, b=4, c=-3,$$

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=16-4\times 2\times (-3)=40>0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{-4+2\sqrt{10}}{4} = \frac{-2+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{-2-\sqrt{10}}{2},$$

$$\therefore 2x^2+4x-3=2\left(x-\frac{-2+\sqrt{10}}{2}\right)\left(x-\frac{-2-\sqrt{10}}{2}\right)$$

$$=2\left(x+\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)\left(x+\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)$$

$$\text{故答案为: } 2\left(x+\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)\left(x+\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)$$

【点睛】 本题考查的是在实数范围内分解因式，利用公式法解一元二次方程，掌握“利用公式法求解一元二次方程的根，再把代数式分解因式”是解本题的关键.

14. 华为 *Mate60Pro* 搭载的华为麒麟 9000S 芯片应该达到或者接近 7 纳米工艺制程. 7 纳米也就是 0.000000007 米，用科学记数法表示 0.000000007 为_____.

【答案】 7×10^{-9}

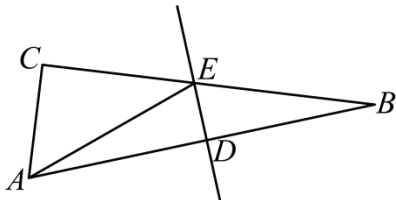
【解析】

【分析】 本题主要考查了科学记数法，科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， n 是正数，当原数绝对值小于 1 时 n 是负数；由此进行求解即可得到答案.

【详解】 解： $0.000000007 = 7 \times 10^{-9}$ ，

故答案为： 7×10^{-9} .

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， DE 垂直平分 AB ，分别交 AB ， BC 于 D ， E . 若 $\angle CAE = \angle B + 30^\circ$ ，则 $\angle AEB =$ _____.



【答案】 140° ## 140度

【解析】

【分析】 本题主要考查了线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理，根据线段垂直平分线的性质得到 $AE = BE$ ，则 $\angle EAB = \angle B$ ，可证明 $\angle CAB = 2\angle B + 30^\circ$ ，根据三角形内角和定理可得 $2\angle B + 30^\circ + \angle B = 90^\circ$ ，据此求解即可.

【详解】解：∵ DE 垂直平分 AB ，分别交 AB ， BC 于 D ， E ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle B,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle B + 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CAE + \angle EAB = 2\angle B + 30^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle B + 30^\circ + \angle B = 90^\circ,$$

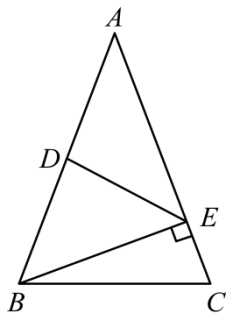
$$\therefore \angle B = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle EAB - \angle B = 180^\circ - 2\angle B = 140^\circ,$$

故答案为： 140° 。

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 的中点， $BE \perp AC$ ，垂足为 E 。若 $DE = 5$ ， $AE = 8$ ，则 BE 的长度是

_____。



【答案】6

【解析】

【分析】根据直角三角形斜边上的中线求出 AB 长，根据勾股定理求出 BE 即可。

【详解】∵ $BE \perp AC$ ，

$$\therefore \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore DE = 5, D \text{ 为 } AB \text{ 中点},$$

$$\therefore AB = 2DE = 10,$$

$$\therefore AE = 8,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得: } BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 6,$$

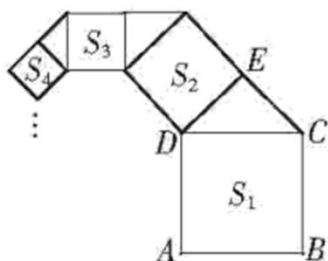
故答案为 6。

【点睛】考查直角三角形的性质以及勾股定理，掌握直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关

键.

17. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 其面积标记为 S_1 , 以 CD 为斜边作等腰直角三角形, 以该等腰直角三角形的一条直角边为边向外作正方形, 其面积标记为 S_2 , ……按照此规律继续下去, 则 S_{2026} 的值为

_____.



【答案】 $\frac{1}{2^{2025}}$

【解析】

【分析】根据勾股定理可得 $DC^2 = EC^2 + DE^2$, 从而得到 $S_2 = \frac{1}{2} S_1$, 依次类推, 即可得到 $S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{4} S_1$, 找出规律, 进而得到 S_{2026} 的值.

【详解】解: $\because \triangle CDE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore CE = DE, \quad DC^2 = EC^2 + DE^2 = 2DE^2,$$

$$\therefore S_2 = DE^2 = \frac{1}{2} DC^2 = \frac{1}{2} S_1,$$

$$\text{依此类推, } S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{4} S_1,$$

$$\therefore S_{2026} = \frac{1}{2^{2025}} S_1,$$

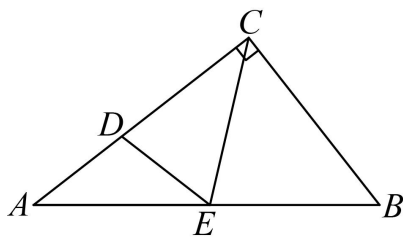
$$\therefore S_1 = 1,$$

$$\therefore S_{2026} = \frac{1}{2^{2025}}.$$

【点睛】 本题考查了勾股定理的运用, 解题的关键是根据勾股定理与正方形面积的关系找出规律.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$, 点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上, $AD = DE$, 连接 CE , 如果在 $\triangle DCE$ 与 $\triangle BCE$ 中, 一个为等腰三角形, 另一个为直角三角形, 那么 AD 的长为

_____.



【答案】2 或 $\frac{7}{8}$

【解析】

【分析】本题主要考查勾股定理，等腰三角形的判定和性质，三角形内角和定理应用，熟练掌握相关的判定和性质，是解题的关键。分两种情况：①当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形，且 $DC = DE$ 时，② $\triangle CDE$ 为直角三角形，且 $\angle CED = 90^\circ$ ， $\triangle CEB$ 为等腰三角形，且 $CE = CB = 3$ ，分别画出图形，求出结果即可。

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3$ ，

$\therefore AD = AE$ ，

$\therefore \angle A = \angle AED$ ，

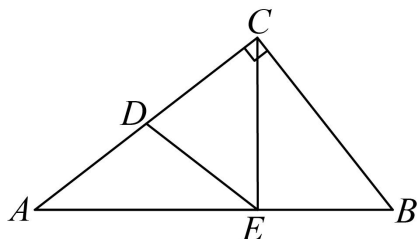
若 $\angle CDE = 90^\circ$ ，则 $\angle ADE = 90^\circ$ ，

此时 $\angle A = 45^\circ$ ，与题意不符；

在 $\triangle CEB$ 中， $\angle BCE < 90^\circ$ ， $\angle B < 90^\circ$ ，

$\therefore$ 只有 $\angle CEB$ 可能为 90° ，

①当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形，且 $DC = DE$ 时，



此时 $CD = AD = DE = \frac{1}{2}AC = 2$ ，

$\therefore \angle A = \angle AED$ ， $\angle DCE = \angle CED$ ，

$\therefore \angle A + \angle AED + \angle DEC + \angle DCE = 180^\circ$ ，

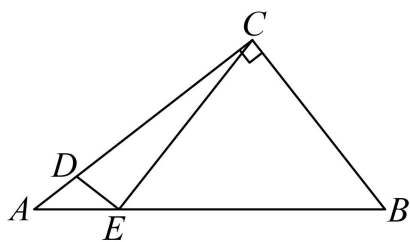
$\therefore \angle AED + \angle DEC = 90^\circ$ ，

即 $\angle AEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CEB = 90^\circ$ ，即 $\triangle CEB$ 为直角三角形，符合题意，

故 $AD = 2$ ；

② $\triangle CDE$ 为直角三角形，且 $\angle CED = 90^\circ$ ， $\triangle CEB$ 为等腰三角形，且 $CE = CB = 3$ ，



设 $AD = x$ ，则 $DE = x$ ， $CD = 4 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $DE^2 + CE^2 = CD^2$ ，

$$\text{即 } x^2 + 3^2 = (4 - x)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{7}{8},$$

$$\text{故 } AD = \frac{7}{8};$$

综上， AD 的值为 2 或 $\frac{7}{8}$ 。

故答案为：2 或 $\frac{7}{8}$ 。

三、简答题（共 4 题，每题 5 分，满分 20 分）

19. 计算： $\sqrt{9} + \sqrt[3]{-27} + |\sqrt[3]{-1} - 2|$ 。

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了实数的混合运算，先算开方，再算绝对值，然后算加减即可。

【详解】 解：原式 $= 3 - 3 + |-1 - 2|$

$$= 3 - 3 + 3$$

$$= 3.$$

20. 计算： $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} \div \sqrt{\frac{54}{12}} \times \sqrt{\frac{3}{6}}$ 。

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简运算，熟练掌握运算法则是解题的关键。先算二次根式的乘除法，然后化为最简二次根式即可。

【详解】 解：原式 $= \frac{3}{2\sqrt{3}} \div \frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

$$= \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

21. 用配方法解方程: $x^2 - 6x - 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = 3 + 2\sqrt{3}$, $x_2 = 3 - 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了配方法解一元二次方程, 熟练掌握配方法是做题的关键. 先把二次项系数化为 1, 再把常数项移到方程右边, 接着把方程两边同时加上一次项系数一半的平方进行配方, 再解方程即可.

【详解】 解: $\because x^2 - 6x - 3 = 0$,

$$\therefore x^2 - 6x = 3,$$

$$\therefore x^2 - 6x + 9 = 3 + 9,$$

$$\therefore (x-3)^2 = 12,$$

解得: $x-3 = \pm 2\sqrt{3}$,

所以, 原方程的解是 $x_1 = 3 + 2\sqrt{3}$, $x_2 = 3 - 2\sqrt{3}$.

22. 解方程: $\frac{2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{x+2}{2-x}$.

【答案】 $x = -8$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解, 熟练掌握分式方程解的定义是解答本题的关键, 能使分式方程左右两边相等的未知数的值叫做分式方程的解.

两边都乘以 $(x+2)(x-2)$ 化为整式方程求解, 然后验根即可.

【详解】 解: $\frac{2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{x+2}{2-x}$,

两边都乘以 $(x+2)(x-2)$, 得

$$2(x-2) - 16 = -(x+2)^2,$$

整理得, $x^2 + 6x - 16 = 0$

$$(x+8)(x-2) = 0$$

$$x+8=0 \text{ 或 } x-2=0$$

$$x_1 = -8, x_2 = 2$$

经检验, $x=2$ 是方程的增根, 舍去.

所以, 原方程的根是 $x=-8$.

四、解答题 (共 4 题, 第 23 题 8 分, 第 24、25、26 题每题 10 分, 满分 38 分)

23. 先化简, 后求值: $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$, 其中 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$.

【答案】 $2\sqrt{a}-3\sqrt{b}$, $-2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 先根据二次根式的混合运算化简, 再代入字母的值进行计算即可求解.

【详解】 解: 原式 $= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{(\sqrt{a}-2\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$

$$= \sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{a}-2\sqrt{b}$$

$$= 2\sqrt{a}-3\sqrt{b}$$

当 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$ 时,

$$\text{原式} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -2\sqrt{2}.$$

24. 已知 x_1 、 x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根.

(1) 若 $(x_1-1)(x_2-1) = 28$, 求 m 的值;

(2) 已知等腰三角形 ABC 的一边长为 7, 另外的两边长恰好是 x_1 、 x_2 , 求 ABC 的周长.

【答案】 (1) 6 (2) 17

【解析】

【分析】 (1) 利用一元二次方程根与系数的关系即可解决问题.

(2) 根据根与系数的关系定理, 得 $x_1+x_2=2(m+1)$, $x_1x_2=m^2+5$, 结合等腰三角形, 三角形三边关系定理解答即可.

本题主要考查了根与系数的关系及根的判别式, 解一元二次方程, 也考查了三角形三边的关系, 等腰三角

形的定义. 掌握一元二次方程的根与系数的关系及根的判别式和对等腰三角形恰当分类是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 x_2 = m^2 + 5,$$

$\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = [-2(m+1)]^2 - 4 \times (m^2 + 5) \times 1 \geq 0,$$

解得 $m \geq 2$.

$$\because (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28,$$

$$\therefore x_1 x_2 - x_1 - x_2 + 1 = 28,$$

$$\therefore m^2 + 5 - 2(m+1) - 27 = 0,$$

整理, 得 $m^2 - 2m - 24 = 0$,

解得 $m = 6$ 或 $m = -4$ (舍去),

故 m 的值为 6.

【小问 2 详解】

解: $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 x_2 = m^2 + 5,$$

$\because$ 等腰三角形 ABC 的一边长为 7,

当 $x_1 = 7$ 时,

$$\therefore 7 + x_2 = 2(m+1), \quad 7x_2 = m^2 + 5,$$

$$\therefore 2(m+1) - 7 = \frac{m^2 + 5}{7},$$

整理, 得 $m^2 - 14m + 40 = 0$,

解得 $m_1 = 4, m_2 = 10$,

$$\text{当 } m = 4 \text{ 时, } x_2 = \frac{m^2 + 5}{7} = 3,$$

此时三角形的三边长为 7, 7, 3, 三角形存在,

故三角形的周长为 $7+7+3=17$;

$$\text{当 } m=10 \text{ 时, } x_2 = \frac{m^2+5}{7} = 15,$$

此时三角形的三边长为 7, 7, 15, 三角形不存在;

同理可证, 当 $x_2=7$ 时, 三角形的周长为 17;

$\therefore x_1, x_2$ 是方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 x_2 = m^2 + 5,$$

$\therefore$ 等腰三角形 ABC 的一边长为 7,

当 $x_1 = x_2$ 时,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = [-2(m+1)]^2 - 4 \times (m^2 + 5) \times 1 = 0,$$

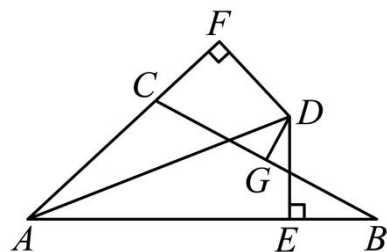
解得 $m=2$,

$$\therefore x_1 = x_2 = 3,$$

此时三角形的三边长为 7, 3, 3, 三角形不存在;

综上所述, 三角形周长为 17.

25. 已知: $\angle BAC$ 的平分线与 BC 的垂直平分线相交于点 D . $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E 、 F .



(1) 求证: $BE = CF$;

(2) 若 $AB = 6$, $AC = 3$, 求 BE 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\frac{3}{2}$

【解析】

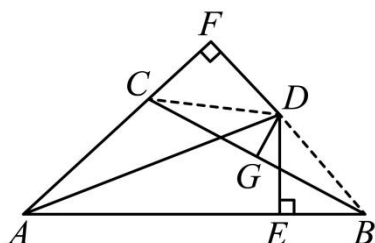
【分析】 本题主要考查了利用角平分线的性质和垂直平分线的性质证明三角形全等进行求解, 准确计算是解题的关键.

(1) 连接 DC , DB , 根据角平分线的性质和垂直平分线的性质证明 $\triangle CDF \cong \triangle BDE$, 即可得证;

(2) 根据已知条件证明 $\triangle ADF \cong \triangle ADE$, 得到 $AE = AF$, 设 $BE = CF = x$, 则 $AE = 6 - x$, 根据 $AF = AC + CF$ 代入计算即可得解.

【小问 1 详解】

证明：连接 DC ， DB ，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，

$$\therefore DE = DF,$$

又 $\because DG$ 垂直平分 BC ，

$$\therefore CD = BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 和 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，
$$\begin{cases} CD = BD \\ DF = DE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle BDE (\text{HL}),$$

$$\therefore BE = CF.$$

【小问 2 详解】

解：在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AD = AD \\ DF = DE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ADE (\text{HL}),$$

$$\therefore AE = AF,$$

设 $BE = CF = x$ ，则 $AE = 6 - x$ ，

$$\because AF = AC + CF = 3 + x,$$

$$\therefore 3 + x = 6 - x,$$

$$\therefore x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore BE = \frac{3}{2}.$$

26. 电影《哪吒之魔童闹海》热映后，哪吒与敖丙的联名玩偶深受欢迎。某网购平台商家 3 月 4 日销售玩偶共 200 个，5 日、6 日销售量持续增长，6 日销量达到 338 个。

(1) 求 3 月 5 日、6 日这两天玩偶销售量的日平均增长率。

(2) 为庆祝《哪吒之魔童闹海》全球票房大卖，商家决定做优惠活动。已知玩偶每个成本 30 元，售价为

每个 50 元时，日销量可达 320 个；每降价 1 元，日销量可增加 5 个．当每个玩偶降价多少元时，当日总利润可达到 5940 元？

【答案】(1) 日平均增长率为 30%

(2) 每个玩偶降价 2 元

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

(1) 设日平均增长率为 x ，根据题意，列出一元二次方程，解之取符合题意的值即可；

(2) 设每个玩偶降价 y 元，根据当日总利润可达到 5940 元，列出一元二次方程，解之取符合题意的值即可．

【小问 1 详解】

解：设日平均增长率为 x ，

由题意得： $200(1+x)^2 = 338$ ，

解得： $x_1 = 0.3 = 30\%$, $x_2 = -2.3$ (舍)，

答：日平均增长率为 30%；

【小问 2 详解】

解：设每个玩偶降价 y 元，

由题意得： $(50-y-30)(320+5y) = 5940$ ，

解得： $y_1 = 2$, $y_2 = -46$ (舍)，

答：每个玩偶降价 2 元．

四、操作与探究 (共 1 题，满分 6 分)

27. 【问题情境】

数学课上老师让同学们探究勾股定理的证明方法．某综合与实践小组通过阅读课本学习了我国汉代数学家赵爽证明勾股定理的方法．赵爽在注解《周髀算经》时，给出了“赵爽弦图” (图 1)，通过此图的切割、拼接，巧妙地利用面积关系证明了勾股定理．

【定理探究】

(1) 若直角三角形 ABC 中， $BC = a$ ， $AC = b$ ， $AB = c$ ，请你利用图 1 中的“赵爽弦图”证明勾股定理．

【实践应用】

(2) 有两个正方形如图 2 所示放置在网格中，请你通过切割、拼接，把这两个正方形转化成一个大正方形，请设计出你的方案 (画出分割线和拼成的大正方形)．

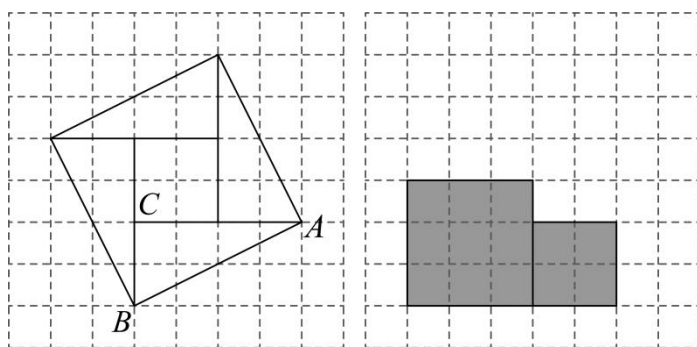


图1

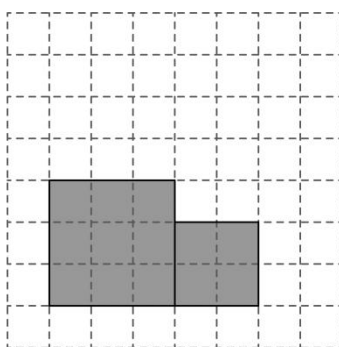


图2

【答案】(1) 见解析；(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理和完全平方公式，利用面积相等是解题的关键.

(1) 先求出中间小正方形的边长为 $(b-a)$ ，再分别求出小正方形的面积和大正方形的面积，利用面积的关系即可得出结论；

(2) 根据题意设计方案即可.

【详解】(1) 证明：由图可知， $S_{\text{小正方形}} = (b-a)^2$ ，

$$S_{\text{大正方形}} = c^2,$$

$$\therefore S_{\text{大正方形}} = S_{\text{小正方形}} + 4S_{\triangle ABC} = (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab = a^2 + b^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

(2) 解：通过切割、拼接，把这两个正方形转化成一个正方形，如图 2 所示：

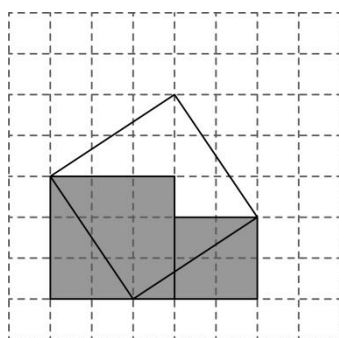


图2