

2025 学年第一学期八年级期末复习综合卷 (A)

数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{a^2+b^2}$

D. $\sqrt{a^2b}$

【答案】C

【解析】

【分析】最简根式应满足的条件: ①被开方数的因数是整数, 因式是整式; ②被开方数的因式的指数必须小于根指数.

【详解】解: A、不符合上述条件②, 即 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 故不是最简二次根式;

B、不符合上述条件①, 即 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故不是最简二次根式;

C、符合上述条件, 故是最简二次根式;

D、不符合上述条件②, 即 $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, 故不是最简二次根式.

故选 C.

【点睛】此题考查了最简二次根式, 熟练掌握最简二次根式的定义是解题关键.

2. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 正实数包括正有理数, 正无理数和 0;

B. 实数可以分为正实数和负实数;

C. 所有有理数都可以对应数轴上的点;

D. 数轴上的点都对应有理数.

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查实数的分类和数轴的性质. 通过分析每个选项的定义和性质判断正误.

【详解】解: $\because$ 正实数是指大于 0 的实数, 不包括 0,

$\therefore$ A 错误;

$\because$ 实数包括正实数、负实数和 0, 不能仅分为正实数和负实数,

$\therefore$ B 错误;

∵ 有理数是实数的子集，数轴上的点与实数一一对应，因此所有有理数都可以对应数轴上的点，

∴ C 正确；

∵ 数轴上的点对应所有实数，包括无理数，而并非只对应有理数，

∴ D 错误.

故选：C.

3. 如果关于 x 的方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 是一元二次方程，那么 a 需要满足条件 ()

A. $a \neq 0$;

B. $a \geq 0$;

C. $9 - 8a \neq 0$;

D. $9 - 8a \geq 0$.

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的定义，根据一元二次方程的定义，方程中未知数的最高次数为 2，且二次项系数不能为零，即可求解.

【详解】解：∵ 方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 是一元二次方程，

∴ 二次项系数 $a \neq 0$.

故选：A.

4. 如果二次三项式 $ax^2 + 3x + 4$ 在实数范围内不能分解因式，那么 a 的取值范围是 ()

A. $a < \frac{9}{16}$ 且 $a \neq 0$;

B. $a < \frac{3}{4}$ 且 $a \neq 0$;

C. $a > \frac{9}{16}$;

D. $a > \frac{3}{4}$.

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根的判别式，因式分解法解一元二次方程. 二次三项式在实数范围内不能分解因式等价于对应的一元二次方程无实数根，根据判别式小于零列不等式，即可求解.

【详解】解：∵ 二次三项式 $ax^2 + 3x + 4$ 在实数范围内不能分解因式，

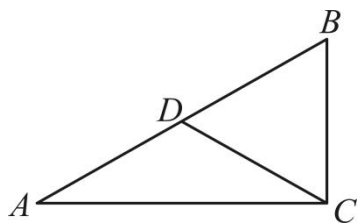
∴ 方程 $ax^2 + 3x + 4 = 0$ 无实数根，

∴ 判别式 $\Delta = 3^2 - 4 \cdot a \cdot 4 = 9 - 16a < 0$,

∴ $a > \frac{9}{16}$,

故选：C.

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线, 那么下列结论中不一定成立的是 ()



- A. $\angle A + \angle DCB = 90^\circ$ B. $\angle ADC = 2\angle B$;
C. $AB = 2CD$; D. $BC = CD$.

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的特征, 三角形外角的性质, 等腰三角形的性质; 由直角三角形的性质得 $AD = BD = CD$, $AB = 2BD$, 结合三角形的外角性质即可求解.

【详解】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线,

$$\therefore AD = BD = CD, \quad AB = 2BD, \quad \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle DBC, \quad AB = 2CD, \quad \angle A + \angle DCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle DCB = 2\angle B,$$

故 A、B、C、一定成立, 故不符合题意;

$BC = CD$ 不一定成立, 故 D 符合题意;

故选: D.

6. 满足下列三边长的 $\triangle ABC$ 中, 不是直角三角形的是 ()

- A. $AB = 3, BC = 4, AC = 5$;
B. $AB = 7, BC = 8, AC = 13$;
C. $AB = 9, BC = 40, AC = 41$;
D. $AB = 5, BC = 12, AC = 13$.

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查勾股定理的逆定理, 通过勾股定理的逆定理判断每组边长是否满足两边的平方和等于第三边的平方, 从而确定是否为直角三角形, 即可求解.

【详解】解: $\because 3^2 + 4^2 = 5^2$, $\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故不符合题意;

B. $\because 7^2 + 8^2 \neq 13^2$, $\therefore AB^2 + BC^2 \neq AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形, 故符合题意;

C. $\because 9^2 + 40^2 = 41^2$, $\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故不符合题意;

D. $\because 5^2 + 12^2 = 13^2$, $\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故不符合题意;

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 要调查一批手机的生产合格情况, 应该采用_____的方式. (填“抽查”或“全面调查”)

【答案】

抽查

【解析】

【分析】本题考查了调查方式的选择, 根据统计调查的原则, 对于大批量产品且检查可能具有破坏性的情况, 应采用抽样调查.

【详解】解: 全面调查需要对每一个体进行检查, 但手机生产批量大, 且合格性测试可能损坏产品, 因此采用抽查方式, 通过样本推断总体, 更经济高效.

故答案为: 抽查.

8. 用科学记数法表示: $-0.00001032 =$ _____.

【答案】 -1.032×10^{-5}

【解析】

【分析】本题考查了科学记数法, 科学记数法表示绝对值小于 1 的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数决定, 即可求解.

【详解】解: $-0.00001032 = -1.032 \times 10^{-5}$,

故答案为 -1.032×10^{-5} .

9. 一元二次方程 $x^2 = 5x$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = 5$ 或 $x_1 = 5, x_2 = 0$

【解析】

【分析】本题主要考查解一元二次方程, 熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键. 移项提公因式解题即可.

【详解】解: $x^2 = 5x$,

移项得, $x^2 - 5x = 0$,

提取公因式得, $x(x-5) = 0$,

$\therefore x_1 = 0, x_2 = 5$,

故答案为: $x_1 = 0, x_2 = 5$.

10. 若式子 $\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \leq 1$ 且 $x \neq 0$.

【解析】

【分析】 本题考查了分式和二次根式有意义的条件, 根据题意得出 $1-x \geq 0$ 且 $x \neq 0$, 即可求解.

【详解】 解: $\because \frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 有意义,

$\therefore 1-x \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得: $x \leq 1$ 且 $x \neq 0$,

故答案为: $x \leq 1$ 且 $x \neq 0$.

11. 不等式 $(2\sqrt{6}-5)x \geq 1$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -2\sqrt{6}-5$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 首先判断系数 $2\sqrt{6}-5$ 的符号, 由于 $2\sqrt{6} < 5$, 故系数为负数; 不等式两边除以负数时, 不等号方向改变; 然后有理化分母得到解集, 熟练掌握运算是解此题的关键.

【详解】 解: $\because 2\sqrt{6} = \sqrt{24} < \sqrt{25}$,

$\therefore 2\sqrt{6} < 5$,

$\therefore 2\sqrt{6}-5 < 0$,

$\therefore (2\sqrt{6}-5)x \geq 1$,

$\therefore x \leq \frac{1}{2\sqrt{6}-5} = \frac{2\sqrt{6}+5}{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)} = \frac{2\sqrt{6}+5}{24-25} = -2\sqrt{6}-5$, 即 $x \leq -2\sqrt{6}-5$.

故答案为: $x \leq -2\sqrt{6}-5$.

12. 在实数范围内分解因式 $x^2 + 2x - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

【解析】

【分析】 将原式变形为 $(x+1)^2 - 2$ ，再利用平方差公式分解即可得到答案.

【详解】 解：原式 $= x^2 + 2x + 1 - 2$

$$= (x+1)^2 - 2$$

$$= (x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2}),$$

故答案为 $(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$.

【点睛】 本题考查了实数范围内分解因式，解题的关键是熟练掌握完全平方公式和平方差公式.

13. 已知 $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x + c = 0$ 的一个根，那么方程的另一个根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根与系数的关系，根据一元二次方程根与系数的关系，两根之和为 2，已知一个根，可求另一个根，熟练掌握此知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】 解：设另一个根为 m ，

由根与系数的关系 $x_1 + m = 2$ ，即 $\frac{3-\sqrt{5}}{2} + m = 2$ ，

$$\text{解得 } m = 2 - \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{4-(3-\sqrt{5})}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

故答案为： $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

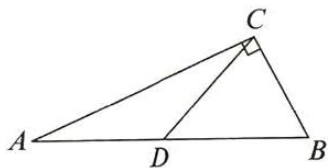
14. 如果一个直角三角形斜边上的中线与斜边所成的锐角为 50° 角，那么这个直角三角形的较小的内角是 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

【答案】 25

【解析】

【分析】 由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，证明得到 $\angle A = \angle ACD$ ，再利用外角性质求出 $\angle A$ ，再得到 $\angle B$ ，从而得解.

【详解】如图所示,



$\therefore CD$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的中线,

$\therefore CD = AD = DB$,

$\therefore \angle A = \angle ACD$,

$\therefore$ 斜边上的中线与斜边所成的锐角为 50° , 即 $\angle BDC = 50^\circ$,

$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ACD = 2\angle A = 50^\circ$,

解得: $\angle A = 25^\circ$,

另一个锐角 $\angle B = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$,

$\therefore$ 这个直角三角形的较小内角是 25° .

故答案为: 25° .

【点睛】本题考查了直角三角形的性质和外角的性质, 比较基础.

15. 已知直角三角形的两边长分别为 4、5, 那么第三边的长为_____.

【答案】3 或 $\sqrt{41}$

【解析】

【分析】本题考查勾股定理的应用, 由于直角三角形的斜边不确定, 需分两种情况讨论: 当 5 为斜边时, 第三边为直角边; 当第三边为斜边时, 4 和 5 均为直角边, 分别计算即可得出结果, 熟练掌握勾股定理是解此题的关键.

【详解】解: 当 5 为斜边时, 第三边长为 $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$;

当第三边为斜边时, 第三边长为 $\sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$;

故第三边的长为 3 或 $\sqrt{41}$,

故答案为: 3 或 $\sqrt{41}$.

16. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \angle ABC = 15^\circ$, $AC = 6$, 那么 $S_{\triangle ABC} =$ _____.

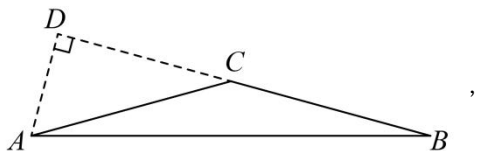
【答案】9

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的性质、等腰三角形的性质、三角形外角的定义及性质, 作 $AD \perp BC$ 交 BC

的延长线于点 D ，由三角形外角的定义及性质可得 $\angle ACD = 30^\circ$ ，则 $AD = \frac{1}{2} AC = 3$ ，再由三角形的面积公式计算即可得出结果，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】解：如图，作 $AD \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 D ，



$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC = 30^\circ, \quad AC = BC = 6,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AC = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9,$$

故答案为：9.

17. 一列火车到某站已经晚点 6 分钟，如果将速度每小时加快 10 千米，那么继续行驶 20 千米便可以在下一站正点到达. 如果设列车原来行驶的速度为 x 千米/时，那么根据题意，列出的方程为_____.

【答案】 $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+10} = \frac{6}{60}$

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用. 设货车原来的行驶速度为 x 千米每小时，然后根据将速度每小时加快 10 千米，那么继续行驶 20 千米便可以在 B 站正点到达，列出方程即可.

【详解】解：设货车原来的行驶速度为 x 千米每小时，

由题意得： $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+10} = \frac{6}{60}$,

故答案为： $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+10} = \frac{6}{60}$.

18. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 4\text{cm}$ ，现将 $\triangle ABC$ 进行折叠，使点 A 、 B 重合，折痕分别交 ABC 的两边于点 D 、 E ， $DE = 1\text{cm}$ ，那么 $AC =$ _____ cm .

【答案】 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

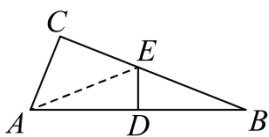
【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理与折叠问题，根据题意可得折痕一定经过 AB 的中点，不妨设点 D 为 AB 的中点，再分两种情况：点 E 在 BC 上和点 E 在 AC 上，根据折叠的性质得到 $AE = BE$ ，再利用勾股定理建立方程求解即可.

【详解】解：∵将 ABC 进行折叠，使点 A 、 B 重合，

∴折痕一定经过 AB 的中点，即点 D 为 AB 的中点，

如图所示，当点 E 在 BC 上时，连接 AE ，



由折叠的性质可得 $AE = BE$ ， $BD = AD = \frac{1}{2}AB = 2\text{cm}$ ， $\angle EDB = \angle EDA = 90^\circ$ ，

$$\therefore AE = BE = \sqrt{BD^2 + DE^2} = \sqrt{5}\text{cm}，$$

设 $CE = x\text{cm}$ ，则 $BC = (\sqrt{5} + x)\text{cm}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $AC^2 = AB^2 - BC^2$ ，

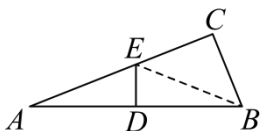
在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中，由勾股定理得 $AC^2 = AE^2 - CE^2$ ，

$$\therefore 4^2 - (\sqrt{5} + x)^2 = (\sqrt{5})^2 - x^2，$$

$$\text{解得 } x = \frac{3\sqrt{5}}{5}，$$

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 - CE^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}；$$

如图所示，当点 E 在 AC 上时，连接 BE ，



同理可得此时 $AE = \sqrt{5}$ ， $CE = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ，

$$\therefore AC = AE + CE = \frac{8\sqrt{5}}{5}；$$

综上所述， AC 的长为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ，

故答案为： $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ 。

三、解答题（本大题共 7 题，满分 52 分）

19. 计算: $\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{12}}$.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3} + 2$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，二次根式的性质，分母有理化，正确掌握相关性质内容是解题的关键. 先根据二次根式的性质进行化简，以及进行分母有理化，再运算乘除法，最后运算加减法，即可作答.

【详解】 解: $\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{12}}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3}) \times (2+\sqrt{3})} - \frac{6}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} - \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 2 + \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

20. 计算: $10\sqrt{\frac{x}{4}} - \frac{4}{3}\sqrt{9x} + 3x\sqrt{\frac{16}{x}}$.

【答案】 $13\sqrt{x}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，先利用二次根式的性质进行化简，再计算二次根式的加减即可得出结果，熟练掌握运算法则是解此题的关键.

【详解】 解: $10\sqrt{\frac{x}{4}} - \frac{4}{3}\sqrt{9x} + 3x\sqrt{\frac{16}{x}}$

$$= 10 \times \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{4}{3} \times 3\sqrt{x} + 3x \times \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$= 5\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + 12\sqrt{x}$$

$$=13\sqrt{x}.$$

21. 解方程: $x(x+5)=x-3$.

【答案】 $x_1=-1, x_2=-3$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程，先移项去括号化为一般式，再运用因式分解法进行解方程，即可作答.

【详解】 解: $\because x(x+5)=x-3$,

$$\therefore x(x+5)-x+3=0,$$

则 $x^2+4x+3=0$,

$$\therefore (x+1)(x+3)=0,$$

解得 $x_1=-1, x_2=-3$.

22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-kx-1=0$ 的两个实数根为 x_1 、 x_2 ，且 $x_1^2+x_2^2=3$ ，求 k 的值.

【答案】 $k=1$ 或 $k=-1$

【解析】

【分析】 本题考查了完全平方公式的变形，一元二次方程的根与系数的关系，正确掌握相关性质内容是解题的关键. 先理解题意，则 $x_1+x_2=k, x_1x_2=-1$ ，故 $x_1^2+x_2^2=k^2+2$ ，又因为 $x_1^2+x_2^2=3$ ，得 $k^2+2=3$ ，解得 $k=1$ 或 $k=-1$ ，即可作答.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-kx-1=0$ 的两个实数根为 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{-k}{1}=k, x_1x_2=\frac{-1}{1}=-1,$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=k^2+2,$$

$$\because x_1^2+x_2^2=3,$$

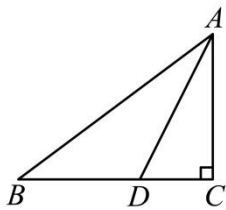
$$\therefore k^2+2=3,$$

$$\therefore k^2=1,$$

解得 $k=1$ 或 $k=-1$.

23. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于点 D ， $BD=5$ ， $CD=3$ ，求 AD 的

长.



【答案】 $3\sqrt{5}$

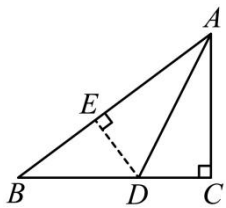
【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的性质定理，全等三角形的判定及性质，勾股定理；掌握以上定理是解题的关键. 过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 AB 于 E ，由角平分线的性质定理得 $DE = CD = 3$ ，由 HL 判定

$\text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED$ ，由全等三角形的性质得 $AC = AE$ ，由勾股定理得 $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，

$AD = \sqrt{CD^2 + AC^2}$ ，即可求解.

【详解】 解：过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 AB 于 E ，



$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线交 BC 于点 D ，

$\therefore DE = CD = 3$ ，

$\because AD = AD$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED$ (HL)，

$\therefore AC = AE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中， $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

设 $AC = AE = x$ ，则 $AB = x + 4$ ，

$BC = 3 + 5 = 8$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，

$\therefore x^2 + 8^2 = (x + 4)^2$ ，

解得 $x = 6$ ，

$\therefore AD = \sqrt{CD^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ ；

故 AD 的长为 $3\sqrt{5}$ 。

24. 阅读下列材料，并回答问题：

单利法：每期依据本金计算利息，不考虑前期利息所产生的利息．例如，100 元的本金，年利率为 5%，存期 2 年，逐年计息，2 年后可取回金额为 $100 + 100 \times 5\% + 100 \times 5\% = 110$ （元）．

折现：金融业务中需要将不同时刻的金额折算到同一时间点后，再作比较，这个时间点，一般选为当前时刻．设折现率为 5%，本金为 1 元，则 1 年后的总金额 $1 \times (1 + 5\%) = 1.05$ （元），相当于当前时刻的 1 元，进一步，1 年后的 1 元就相当于当前时刻的 $1 \div (1 + 5\%) \approx 0.95$ （元）．这种将未来某个时间点上的金额折算成当前时刻的价值的做法，称为折现，其中的比率则称为折现率（以此类推， n 年后到期的金额，应连续折现 n 次，即 n 年后的 1 元相当于当前时刻的 $1 \div (1 + 5\%)^n$ 元）．

收益率：合理的折现率应该使取回金额折现后的总金额等于其本金．此时该折现率也称为理财方案的收益率．

(1) 本金 10000 元，年利率为 4.45%，存期 2 年，逐年计息，按照单利法，2 年后可取回金额为_____元；

(2) 按照 (1) 中的方案，设折现率为 10%，2 年后取回的金额在当前时刻的价值为_____元；

(3) 现有一种理财方案，本金 20000 元，1 年后返回 10300 元，2 年后返回 10609 元，求该方案的收益率．

【答案】 (1) 10890

(2) 9000 (3) 3%

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数四则混合运算的实际应用，分式方程的实际应用，正确理解题意是解题的关键．

(1) 根据单利法，计算出利息，再加上本金即可得到答案；

(2) 根据折现的计算方法求解即可；

(3) 设该方案的收益率为 r ，根据折现率（此时对应收益率）应该使取回金额折现后的总金额等于其本金建立方程求解即可．

【小问 1 详解】

解： $10000 + 10000 \times 4.45\% \times 2 = 10000 + 890 = 10890$ 元，

∴ 按照单利法，2 年后可取回金额为 10890 元；

【小问 2 详解】

解： $10890 \div (1 + 10\%)^2 = 10890 \div 1.1^2 = 9000$ 元，

∴ 按照 (1) 中的方案，设折现率为 10%，2 年后取回的金额在当前时刻的价值为 9000 元；

【小问 3 详解】

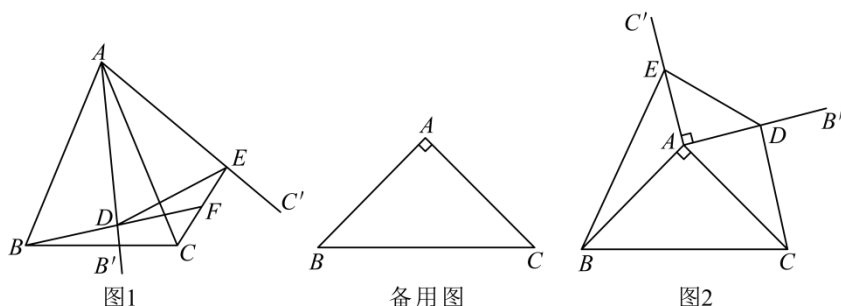
解：设该方案的收益率为 r ,

由题意得, $10300 \div (1+r) + 10609 \div (1+r)^2 = 20000$,

解得 $r = 0.03 = 3\%$ (已检验, 是原方程的解, 且符合题意) 或 $r = -1.515$ (舍去),

答: 该方案的收益率为 3% .

25. 等腰 ABC 中, $AB = AC$, 将 $\angle BAC$ 绕点 A 旋转一定角度后得到 $\angle B'AC'$, 点 D 、 E 分别是射线 AB' 、 AC' 上的点, 且 $AD = AE$, 连接 DE 、 BD 、 CE , 我们把 BD 、 CE 所在直线的夹角叫做 ABC 和 ADE 的底联角. 如图 1, $\angle BFC$ 就是 ABC 和 ADE 的底联角;



(1) 如图 1, 当点 D 在 ABC 内部时, 求证: 两个等腰三角形的底联角与它们的顶角度数相等;

(2) 当点 D 在 ABC 内部时, 如果 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\angle DCE = 63^\circ$, 那么 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(3) 如图 2, 当点 D 在 ABC 外部时, 如果 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $BC = 6$, $CD = 4$, $DE = 5$, 求 BE 的长.

【答案】(1) 见详解 (2) 153

(3) $3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1) 由旋转的性质得 $\angle DAE = \angle BAC$, 由 SAS 判定 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 由全等三角形的性质及等腰三角形的性质得 $\angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAE) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$, 由三角形的外角性质得

$\angle BFC = \angle DEF + \angle EDF$, 即可得证;

(2) 由 (1) 得 $\angle BFC = \angle BAC = 90^\circ$, 由三角形的外角性质得 $\angle BDC = \angle BFC + \angle DCE$, 即可求解;

(3) 连接 BD 、 CE 交于点 F , 由 SAS 判定 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 结合全等三角形的性质得 $\angle BFC = 90^\circ$, 由勾股定理得 $BE^2 = EF^2 + BF^2$, $EF^2 = DE^2 - DF^2$, $BF^2 = BC^2 - CF^2$, $DF^2 + CF^2 = CD^2 = 16$, 即可求解.

【小问 1 详解】

证明：由旋转得 $\angle DAE = \angle BAC$,

$$\therefore \angle DAE - \angle CAD = \angle BAC - \angle CAD ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE ,$$

$$\because AD = AE , \quad AB = AC ,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \quad (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AEF ,$$

$$\angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAE)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle DAE$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle AEF - \angle AED$$

$$= \angle ADB - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC\right)$$

$$= \angle ADB + \frac{1}{2}\angle BAC - 90^\circ ,$$

$$\because \angle ADB = 180^\circ - \angle ADF$$

$$= 180^\circ - \angle ADE - \angle EDF$$

$$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle ADE - \angle EDF + \frac{1}{2}\angle BAC - 90^\circ$$

$$= 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC\right) - \angle EDF + \frac{1}{2}\angle BAC - 90^\circ$$

$$\therefore \angle DEF + \angle EDF = \angle BAC ,$$

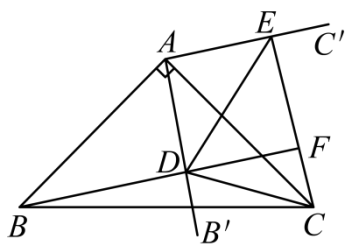
$$\because \angle BFC = \angle DEF + \angle EDF ,$$

$$\therefore \angle BFC = \angle BAC ,$$

故两个等腰三角形的底角与它们的顶角度数相等；

【小问 2 详解】

解：如图，



由 (1) 得 $\angle BFC = \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DCE = 63^\circ$,

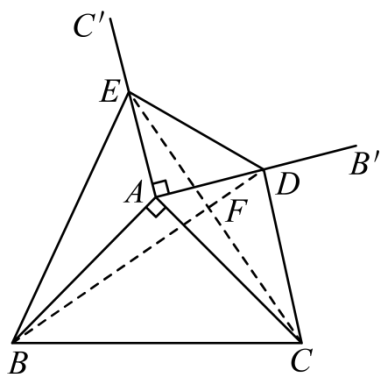
$\therefore \angle BDC = \angle BFC + \angle DCE$

$= 90^\circ + 63^\circ = 153^\circ$,

故答案为 153;

【小问 3 详解】

解: 如图, 连接 BD 、 CE 交于点 F ,



$\therefore \angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAE + \angle CAD = \angle BAC + \angle CAD$,

$\angle ABD + \angle CBF + \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$,

$\therefore AD = AE$, $AB = AC$,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS),

$\therefore \angle ABD = \angle ACE$,

$\therefore \angle ACE + \angle CBF + \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BFE = \angle DEF = \angle DFC = 90^\circ$,

$\therefore BE^2 = EF^2 + BF^2$,

$EF^2 = DE^2 - DF^2$

$= 25 - DF^2$,

$$BF^2 = BC^2 - CF^2$$

$$= 36 - CF^2,$$

$$DF^2 + CF^2 = CD^2 = 16,$$

$$\therefore BE^2 = 25 - DF^2 + 36 - CF^2$$

$$= 25 + 36 - 16$$

$$= 45,$$

$$\therefore BE = 3\sqrt{5}.$$

【点睛】 本题考查了旋转的性质，等腰三角形的性质，三角形外角的性质，全等三角形的判定及性质，勾股定理等；掌握等腰三角形的性质，三角形外角的性质，全等三角形的判定及性质，能添加恰当的辅助线构建全等三角形，并能熟练利用勾股定理求解是解题的关键.