

2025-2026 学年八年级数学上册期末押题卷

强化篇

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。

如

需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。

写

在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教五四版(2024) 第 19 章实数~第 22 章直角三角形。
5. 难度系数: 0.75。

一、单选题

1. (25-26 八年级上·上海闵行·月考) 若关于 x 的方程 $(a^2+1)x^2-ax+7=0$ 是一元二次方程, 则 a 的取值范围是 ()

A. a 取任意实数 B. $a \neq -1$ C. $a \neq \pm 1$ D. $a \neq 1$

【答案】A

【知识点】一元二次方程的定义

【分析】本题考查了一元二次方程的定义, 含有一个未知数, 并且未知数的次数为 2 的整式方程为一元二次方程, 解题的关键是掌握一元二次方程的定义.

根据一元二次方程的定义可得, $a^2+1 \neq 0$, 由于 $a^2 \geq 0$, 可得 $a^2+1 \geq 1 > 0$, 恒不为零, 即可求解.

【详解】解: 由题意可得, 二次项系数 $a^2+1 \neq 0$,

又 $\because a^2 \geq 0$,

$\therefore a^2+1 \geq 1 > 0$, 恒成立,

$\therefore a$ 取任意实数,

故选 A.

2. (25-26 八年级上·上海·月考) 在实数 $\frac{1}{6}$, 0.1010010001 (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1 个), $-\sqrt{3}$, -3 , $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt[3]{8}$ 中, 无理数共有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【知识点】求一个数的立方根、无理数

【分析】本题考查了无理数的识别, 无限不循环小数叫无理数, 初中范围内常见的无理数有三类: ① π 类; ② 开方开不尽的数, 如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ 等; ③ 虽有规律但却是无限不循环的小数, 如 $0.1010010001\ldots$ (两个 1 之间依次增加 1 个 0), $0.2121121112\cdots$ (两个 2 之间依次增加 1 个 1) 等, 据此可得答案.

【详解】解: $\sqrt[3]{8} = 2$,

在实数 $\frac{1}{6}$, 0.1010010001 (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1 个), $-\sqrt{3}$, -3 , $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt[3]{8}$ 中, 无理数有 0.1010010001 (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1 个), $-\sqrt{3}$, $\frac{\pi}{2}$, 共 3 个, 故选: C.

3. (25-26 八年级上·上海奉贤·期中) 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8a}$ B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ C. $\sqrt{a^2-1}$ D. $\sqrt{a^5}$

【答案】C

【知识点】最简二次根式的判断

【分析】本题考查了最简二次根式的定义. 根据最简二次根式的定义 (被开方数不含能开得尽方的因数、不含分母, 且分母不含根号), 逐一判断各选项.

【详解】解: A、 $\sqrt{8a} = \sqrt{4 \times 2a} = 2\sqrt{2a}$, 含能开得尽方的因数 4, 不是最简二次根式;

B、 $\sqrt{\frac{a}{2}}$ 被开方数含分母, 不是最简二次根式;

C、 $\sqrt{a^2-1}$ 被开方数不含能开得尽方的因式, 且不含分母, 是最简二次根式;

D、 $\sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \times a}$ 含能开得尽方的因数 a^4 , 不是最简二次根式.

故选: C

4. (25-26 八年级上·上海黄浦·期中) 下列说法正确的是 ()

- A. 实数可分为有理数和无理数

- B. $\sqrt{4}$ 的平方根是 ± 2
- C. 数轴上的点与有理数一一对应
- D. 无理数与无理数的和一定是无理数

【答案】A

【知识点】有理数的定义、实数的分类、求一个数的平方根、实数与数轴

【分析】本题考查实数的分类、平方根、数轴表示以及无理数的性质，掌握基本概念是解题关键.

根据实数的分类、平方根的定义、数轴的性质以及无理数的性质进行判断.

【详解】解：A、实数包括有理数和无理数，这是实数的标准分类，故 A 正确，符合题意；
B、 $\sqrt{4}=2$ ，2 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$ ，不是 ± 2 ，故 B 错误，不符合题意；
C、数轴上的点与实数一一对应，而不是仅与有理数对应，故 C 错误，不符合题意；
D、无理数与无理数的和不一定是无理数，例如 $\pi+(-\pi)=0$ 为有理数，故 D 错误，不符合题意.

故选：A.

5. (25-26 八年级上·上海嘉定·期中) 下列方程是一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 = y$
- B. $x^2 - \frac{1}{x} = 0$
- C. $x(x+1) = 2$
- D. $x^3 - 2x - 4 = 0$

【答案】C

【知识点】一元二次方程的定义

【分析】本题考查一元二次方程的定义，判断一元二次方程需同时满足整式方程、一个未知数和最高次数为 2 三个条件. 根据一元二次方程的定义（只含有一个未知数，且未知数的最高次数是 2 的整式方程）判断各选项.

【详解】解：A. $x^2 = y$ 含有两个未知数，故不是一元二次方程；
B. $x^2 - \frac{1}{x} = 0$ 含有分式，不是整式方程，故不是一元二次方程；
C. $x(x+1) = 2$ 整理得 $x^2 + x - 2 = 0$ ，满足整式方程、一个未知数且最高次数为 2，故是一元二次方程；
D. $x^3 - 2x - 4 = 0$ 最高次数为 3，不是二次方程.

故选：C.

6. (25-26 八年级上·上海·月考) 已知方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根是另一个根的 2 倍, 则 k 的值是 ()

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

【答案】C

【知识点】一元二次方程的根与系数的关系

【分析】本题考查一元二次方程根与系数的关系; 设方程的两个根为 r 和 $2r$, 利用根与系数的关系求和与积, 解出 r 后求 k .

【详解】解: 设方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的两个根为 r 和 $2r$,

$$\therefore \text{两根之和 } r + 2r = -\frac{-3}{1} = 3,$$

$$\therefore 3r = 3,$$

$$\therefore r = 1,$$

$$\therefore \text{另一个根为 } 2 \times 1 = 2,$$

$$\therefore \text{两根之积 } r \times 2r = 2r^2 = \frac{k}{1} = k,$$

$$\therefore k = 2 \times 1^2 = 2.$$

故选: C.

二、填空题

7. (2025 八年级上·上海·专题练习) 用四舍五入法将 4.788 精确到 0.01, 所得到的近似数为_____.

【答案】4.79

【知识点】求一个数的近似数

【分析】本题考查近似数的精确, 根据四舍五入法, 精确到 0.01 需查看千分位上的数字.

【详解】解: 4.788 精确到 0.01, 千分位上的数字为 8, $8 \geq 5$, 因此向百分位进 1, 百分位数字 8 加 1 后为 9, 故所得近似数为 4.79.

故答案为: 4.79.

8. (25-26 八年级上·上海长宁·月考) 不等式: $2\sqrt{2}x + 1 > 3x$ 的解集为_____.

【答案】 $x < 3 + 2\sqrt{2}$

【知识点】分母有理化、求一元一次不等式的解集

【分析】本题考查了解一元一次不等式, 分母有理化, 通过移项将不等式化为 $x(2\sqrt{2} - 3) > -1$,

由于 $2\sqrt{2}-3 < 0$ ，除以负数时不等号方向改变，得到 $x < \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ ，再进行分母有理化即可求解，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

【详解】解： $\because 2\sqrt{2}x+1 > 3x$ ，

$$\therefore 2\sqrt{2}x-3x > -1,$$

$$\therefore x(2\sqrt{2}-3) > -1,$$

$\because 2\sqrt{2}-3 < 0$ ，除以负数，不等号方向改变，

$$\therefore x < \frac{-1}{2\sqrt{2}-3},$$

化简分母 $\frac{-1}{2\sqrt{2}-3} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}},$

有理化分母 $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3)^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} = 3+2\sqrt{2},$

即 $x < 3+2\sqrt{2},$

故 $2\sqrt{2}x+1 > 3x$ 的解集为 $x < 3+2\sqrt{2},$

故答案为： $x < 3+2\sqrt{2}.$

9. (24-25 八年级上·上海闵行·月考) 如果 a 是一元二次方程 $x^2-3x-3=0$ 的一个解，那么代数式 $2a^2-6a-5$ 的值为_____.

【答案】 1

【知识点】 由一元二次方程的解求参数

【分析】 本题主要考查一元二次方程的解，熟练掌握一元二次方程解的定义是解题的关键；由题意易得 $a^2-3a=3$ ，然后可代入进行求解。

【详解】解： 由题意得： $a^2-3a-3=0$ ，即 $a^2-3a=3$ ，

$$\therefore 2a^2-6a-5 = 2(a^2-3a)-5 = 2 \times 3 - 5 = 1;$$

故答案为 1.

10. (25-26 八年级上·上海·月考) 已知 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $2x^2-x-6=0$ 的两个实数根，则 x_1+x_2 的值是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ /0.5

【知识点】 一元二次方程的根与系数的关系

【分析】 本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是掌握如果一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

根据一元二次方程根与系数的关系, 直接计算两根之和即可.

【详解】解: $2x^2 - x - 6 = 0$,

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

11. (25-26 八年级上·上海徐汇·期中) 科技兴则民族兴, 科技强则国家强. 近几年我国一直在芯片工艺上进行技术攻坚, 目前, 我国科学家研发出一款芯片拥有近 6000 个晶体管, 每个晶体管只有 3 个原子厚, 即厚度约为 0.00000000065m, 则数字“0.00000000065”用科学记数法表示为_____

【答案】 6.5×10^{-10}

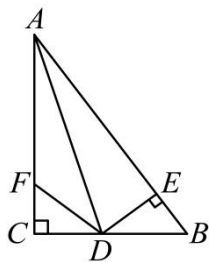
【知识点】 用科学记数法表示绝对值小于 1 的数

【分析】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 正确确定 a 的值以及 n 的值是解决问题的关键. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负整数.

【详解】解: $0.00000000065 = 6.5 \times 10^{-10}$.

故答案为: 6.5×10^{-10} .

12. (25-26 八年级上·上海·月考) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在 AC 上, $BD = DF$, $AB = 15$, $AF = 9$, 则 FC 的长为_____.



【答案】 3

【知识点】 全等的性质和 SAS 综合 (SAS)、角平分线的性质定理、全等的性质和 HL 综合 (HL)

【分析】 本题考查全等三角形的判定与性质, 熟练掌握全等三角形判定与性质是解题的关键, 根据题意易证得 $\triangle DBE \cong \triangle DFC$, $\triangle ACD \cong \triangle AED$, 即可得到 $AF + FC = AB - BE$, 进而可

推算出 FC 的长.

【详解】解: $\because \angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$,

$$\therefore DE = DC,$$

在 $Rt\triangle DBE$ 与 $Rt\triangle DFC$ 中

$$\begin{cases} DE = DC \\ BD = FD \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle DBE \cong Rt\triangle DFC (HL),$$

$$\therefore BE = DC,$$

在 $Rt\triangle ACD$ 与 $Rt\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ DC = DE \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle AED (HL),$$

$$\therefore AC = AE,$$

$$\therefore AF + FC = AB - BE,$$

$$\because AB = 15, \quad AF = 9,$$

$$\therefore FC = \frac{AB - AF}{2} = 3,$$

故答案为: 3.

13. (25-26 八年级上·上海·期中) 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - \sqrt{3k+2}x + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____

【答案】 $-\frac{2}{3} \leq k < \frac{2}{5}$ 且 $k \neq 0$

【知识点】根据一元二次方程根的情况求参数、二次根式有意义的条件、一元二次方程的定义

【分析】本题考查根的判别式, 二次根式有意义的条件, 根据一元二次方程的定义得到 $k \neq 0$, 二次根式有意义, 得到 $3k+2 \geq 0$, 方程有 2 个不相等的实数根得到 $\Delta > 0$, 进行求解即可.

【详解】解: 方程 $kx^2 - \sqrt{3k+2}x + 2 = 0$ 是一元二次方程, 故 $k \neq 0$;

$\sqrt{3k+2}$ 有意义, 故 $3k+2 \geq 0$, 解得 $k \geq -\frac{2}{3}$;

$\because$ 方程有 2 个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = \left[-\sqrt{3k+2}\right]^2 - 4 \cdot k \cdot 2 = (3k+2) - 8k = -5k+2 > 0, \text{ 解得 } k < \frac{2}{5};$$

综上, k 的取值范围是 $-\frac{2}{3} \leq k < \frac{2}{5}$ 且 $k \neq 0$;

故答案为: $-\frac{2}{3} \leq k < \frac{2}{5}$ 且 $k \neq 0$.

14. (25-26 八年级上·上海·月考) 若最简二次根式 $\sqrt[3x-y]{3y+4x}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2x-y+6}$ 是同类二次根式, 则 $x+y=$ _____.

【答案】 2

【知识点】 加减消元法、同类二次根式、已知字母的值, 求代数式的值

【分析】 本题考查了同类二次根式的定义, 解二元一次方程组, 代数式求值, 根据同类二次根式的定义得到关于 x 、 y 的方程组, 解方程求出 x 、 y 的值, 再代入代数式计算即可求解, 掌握同类二次根式的定义是解题的关键.

【详解】 解: 由题意得,
$$\begin{cases} 3x-y=2 \\ 3y+4x=2x-y+6 \end{cases}$$

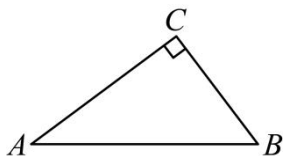
$$\text{化简得, } \begin{cases} 3x-y=2 \\ x+2y=3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\therefore x+y=1+1=2,$$

故答案为: 2.

15. (24-25 七年级上·上海·月考) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 现将 $\triangle ABC$ 翻折, 使点 A 和点 B 重合, 折痕分别交 AC 、 AB 于点 D 、 E , 那么 $AD =$ _____ cm .



【答案】 $\frac{25}{8}$

【知识点】 勾股定理与折叠问题

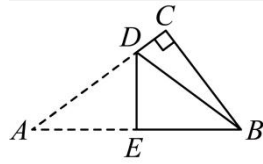
【分析】 设 $AD = BD = x$, 则 $CD = AC - AD = 4 - x$, 根据勾股定理, 得 $x^2 = (4-x)^2 + 9$, 解得即可.

本题考查了勾股定理，折叠的性质，解方程，熟练掌握定理和折叠的性质是解题的关键.

【详解】解：根据折叠的性质，得 $AD = BD$ ，设 $AD = BD = x$ ，

则 $CD = AC - AD = 4 - x$ ，

根据勾股定理，得 $x^2 = (4 - x)^2 + 9$ ，



解得 $x = \frac{25}{8}$ ，

故答案为： $\frac{25}{8}$.

16. (25-26 八年级上·上海·期中) 如果 $\sqrt{5} - 1$ 的整数部分是 a ，小数部分是 b ，那么 $\frac{a}{b}$ 的值是_____.

【答案】 $\sqrt{5} + 2$

【知识点】无理数整数部分的有关计算、分母有理化

【分析】本题考查了估算无理数的大小，估算无理数的大小，得出 a ， b 的值，代入代数式求值即可.

【详解】解： $\because 4 < 5 < 9$ ，

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3,$$

$$\therefore 1 < \sqrt{5} - 1 < 2,$$

$$\therefore a = 1, \quad b = \sqrt{5} - 1 - 1 = \sqrt{5} - 2,$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5} - 2) \times (\sqrt{5} + 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4}$$

$$= \sqrt{5} + 2.$$

故答案为： $\sqrt{5} + 2$.

17. (25-26 八年级上·上海浦东新·月考) 如果 $10^b = n$ ，那么称 b 为 n 的“拉格数”，记为 $d(n)$

由定义可知： $d(n)=b$ ．如 $10^2=100$ ，则 $d(100)=d(10^2)=2$ ，给出下列关于“拉格数” $d(n)$

的结论：① $d(10)=10$ ，② $d(10^2)=2$ ，③ $\frac{d(10^3)}{d(10)}=3$ ，④ $d(mn)=d(m)+d(n)$ ，

⑤ $d\left(\frac{m}{n}\right)=d(m)\div d(n)$ ，其中正确的结论有_____．

【答案】②③④

【知识点】新定义下的实数运算、积的乘方的逆用、同底数幂除法的逆用

【分析】本题考查同底数幂的乘除法的实际应用，掌握同底数幂的乘除法法则是解题的关键．

结合定义，利用同底数幂的乘除法的逆运算进行计算即可．

【详解】解：由题意， $\because 10^1=10$ ，

$$\therefore d(10)=1,$$

故①错误；

$$\because d(100)=d(10^2)=2,$$

$$\therefore d(10^2)=2,$$

故②正确；

$$\because d(10^3)=3, \quad d(10)=1,$$

$$\therefore \frac{d(10^3)}{d(10)}=3,$$

故③正确；

$$\text{设 } 10^a=m, \quad 10^b=n, \quad \text{则 } d(m)=a, \quad d(n)=b,$$

$$\therefore 10^{a+b}=10^a \cdot 10^b=mn,$$

$$\therefore d(mn)=a+b,$$

$$\because d(m)=a, \quad d(n)=b,$$

$$\therefore d(m)+d(n)=a+b,$$

$$\therefore d(mn)=d(m)+d(n),$$

故④正确；

$$\therefore d(m) \div d(n) = \frac{a}{b},$$

$$\therefore 10^{a-b} = 10^a \div 10^b = \frac{m}{n},$$

$$\therefore d\left(\frac{m}{n}\right) = a - b,$$

$$\therefore d\left(\frac{m}{n}\right) \neq d(m) \div d(n),$$

故⑤错误；

那么正确的有②③④.

故答案为：②③④.

18. (2025·上海·模拟预测) 若 a 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根，则代数式 $2025 + a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值是_____.

【答案】 2028

【知识点】 由一元二次方程的解求参数、异分母分式加减法、已知式子的值，求代数式的值

【分析】 本题考查代数式求值，涉及方程根的定义、整体代入法求代数式值、分式的混合运算等知识，根据题中所给代数式的结构特征，结合已知条件，恒等变形代值求解即可得到答案，熟练掌握分式混合运算法则化简求值是解决问题的关键.

【详解】 解： $\because a$ 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根，

$$\therefore a^2 + a - 1 = 0, \text{ 即 } a^2 = 1 - a,$$

$$\therefore 2025 + a^2 + \frac{1}{a^2}$$

$$= 2025 + (1 - a) + \frac{1}{1 - a}$$

$$= 2025 + \frac{(1 - a)^2}{1 - a} + \frac{1}{1 - a}$$

$$= 2025 + \frac{a^2 - 2a + 2}{1 - a}$$

$$= 2025 + \frac{(1 - a) - 2a + 2}{1 - a}$$

$$= 2025 + \frac{3(1 - a)}{1 - a}$$

$$= 2025 + 3$$

$$= 2028,$$

故答案为：2028.

三、解答题

19. (25-26 八年级上·上海宝山·月考) 计算: $3\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{11}+2\sqrt{11}-\frac{4}{3}\sqrt{11}$.

【答案】 $\frac{10}{3}\sqrt{11}$

【知识点】 二次根式的加减运算

【分析】 本题考查二次根式的加减运算, 合并同类二次根式即可.

【详解】 解: $3\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{11}+2\sqrt{11}-\frac{4}{3}\sqrt{11}$
 $=\left(3-\frac{1}{3}+2-\frac{4}{3}\right)\sqrt{11}$
 $=\frac{10}{3}\sqrt{11}.$

(25-26 八年级上·上海奉贤·期中) 计算: $\sqrt{8}+\frac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$.

【答案】

$$2+\frac{7\sqrt{2}}{2}$$

【知识点】 利用二次根式的性质化简、分母有理化、二次根式的加减运算

【分析】 本题主要考查了分母有理化, 二次根式的加减计算, 熟知相关计算法则是解题的关键. 先化简二次根式, 再根据二次根式的加减计算法则求解即可.

【详解】 解: 原式 $=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}+2-\sqrt{2}$
 $=2+\frac{7\sqrt{2}}{2}.$

20. (25-26 八年级上·上海宝山·期中) 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-(-1)^{2025}-(3-\pi)^0+(-2)^2$.

【答案】 $\frac{13}{4}$

【知识点】 实数的混合运算、负整数指数幂、零指数幂

【分析】 本题主要考查零次幂及负指数幂, 熟练掌握零次幂及负指数幂是解题的关键. 根据乘方运算、零次幂及负指数幂进行求解即可.

【详解】 原式 $=3-(-1)-1+\frac{1}{4}$
 $=4-1+\frac{1}{4}$
 $=3+\frac{1}{4}$

$$=\frac{13}{4}$$

21. (24-25 八年级上·上海·期中) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1 , x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3$ 时, 求 m 的值.

【答案】(1) $m \geq -1$ 且 $m \neq 0$;

$$(2) m = \frac{2}{3}$$

【知识点】一元二次方程的根与系数的关系、根据一元二次方程根的情况求参数

【分析】本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系, 一元二次方程根的判别式, 正确理解题意是解题的关键.

(1) 根据题意可得 $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$, 据此求解即可;

(2) 由根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$, $x_1x_2 = -\frac{1}{m}$,

再根据已知条件得到 $\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3$, 解之即可得到答案.

【详解】(1) 解: 由题意得, $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$, 且 $m \neq 0$

$\therefore m \geq -1$ 且 $m \neq 0$;

(2) 由题意得, $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$, $x_1x_2 = -\frac{1}{m}$,

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = -6x_1x_2 + 3, \text{ 即 } \left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3,$$

整理得: $3m^2 + 4m - 4 = 0$,

解得: $m = \frac{2}{3}$ 或 $m = -2$ (舍),

$$\therefore m = \frac{2}{3}.$$

22. (25-26 八年级上·上海·月考) 当 $y = \frac{\sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{16 - x^2}}{x - 4} + \sqrt{16}$ 时, 求 $x + y$ 的平方根.

【答案】0.

【知识点】分式有意义的条件、二次根式有意义的条件、求一个数的平方根

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，分式有意义的条件，求一个数的平方根.

根据二次根式的非负性，分式有意义的条件求出 x 、 y 的值，进而求出 $x+y$ 的值，求其平方根即可.

【详解】解： $\because y = \frac{\sqrt{x^2-16} + \sqrt{16-x^2}}{x-4} + \sqrt{16}$,

$$\therefore x^2 - 16 = 0, \quad x - 4 \neq 0,$$

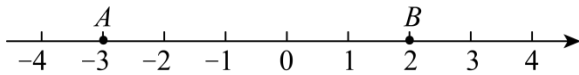
$$\therefore x = -4,$$

$$\therefore y = 0 + \sqrt{16} = 4,$$

$$\therefore x + y = -4 + 4 = 0,$$

$$\therefore x + y \text{ 的平方根是 } \pm\sqrt{0} = 0.$$

23. (25-26 八年级上·上海奉贤·期中) 已知实数 a 、 b 在数轴上对应的点为 A 、 B ，它们的位置如图所示.



(1)直接写出： a 的值为_____； b 的值为_____；

(2)求出线段 AB 的长；

(3)若实数 m 、 n 在数轴上对应的点为 M 、 N ，且 $m = -\sqrt{2}$ ， $n = 1$ ，在数轴上的点 P 对应的实数为 p ，已知 P 在 M 、 N 两点之间，且 $MP = NP$ ，求实数 p 的值.

【答案】(1)-3,2

(2)5

$$(3)\frac{-\sqrt{2}+1}{2}$$

【知识点】实数与数轴、实数的混合运算、数轴上两点之间的距离

【分析】本题考查实数与数轴，熟练掌握两点间的距离是解题的关键：

(1) 根据点在数轴上的位置，直接作答即可；

(2) 根据两点间的距离公式进行计算即可；

(3) 由题意，得到点 P 为 MN 的中点，进行求解即可.

【详解】(1) 解：由数轴可知： $a = -3, b = 2$ ；

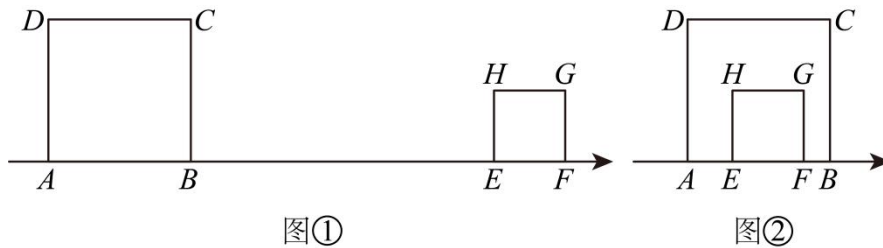
故答案为：-3,2；

(2) 由数轴可知： $AB = 2 - (-3) = 5$ ；

(3) 由题意, 点 P 为 MN 的中点,

$$\therefore p = \frac{-\sqrt{2}+1}{2}.$$

24. ((25-26 八年级上·上海宝山·月考) 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 在数轴上位置如图①所示, 其中 A 、 B 在数轴上表示的数分别为 a 、 b , 且满足 $(a+30)^2 + |b+26| = 0$; 点 E 、 F 在正半轴上, 在数轴上表示的数分别为 m 、 n , 且 m 是 64 的算术平方根, $n = m + 2$.



- (1) $a =$ _____, $b =$ _____, 线段 EF 的长为 _____;
- (2) 若正方形 $ABCD$ 以 6 个单位/秒的速度水平向右匀速运动, 正方形 $EFGH$ 以 2 个单位/秒的速度水平向左匀速运动. 两者同时出发, 设运动时间为 t .
- ①如图 2, 当正方形 $EFGH$ 在正方形 $ABCD$ 内部 (即重叠部分面积等于正方形 $EFGH$ 面积) 时, 求 t 的取值范围;
- ②当正方形 $EFGH$ 运动到点 E 在正方形 $ABCD$ 的左侧某位置时, $S_{\triangle AED} = S_{\triangle AFD}$, 求此时 t 的值.

【答案】(1) -30, -26, 2

(2) ① $\frac{9}{2} \leq t \leq \frac{19}{4}$; ② $t = \frac{39}{8}$

【知识点】数轴上两点之间的距离、动点问题 (一元一次方程的应用)、绝对值非负性、实数与数轴

【分析】本题考查了绝对值的非负性, 实数与数轴, 列代数式, 一元一次方程的应用, 解题的关键是正确用 t 的代数式表示各点.

(1) 根据绝对值和平方式的非负性求解即可;

(2) ①先用 t 的代数式表示运动后点的所对应的数, 再找出两个临界位置求出 t 值, 即可求解取值范围;

②由面积关系得到 $AE = AF$, 再用 t 的代数式表示 AE, AF , 然后建立方程求解即可.

【详解】(1) 解: $\because (a+30)^2 + |b+26| = 0$, $(a+30)^2 \geq 0, |b+26| \geq 0$,

$$\therefore a+30=0, b+26=0,$$

$$\therefore a = -30, b = -26,$$

$\because m$ 是 64 的算术平方根, $n = m + 2$

$$\therefore m = 8, \quad n = 8 + 2 = 10,$$

$$EF = 10 - 8 = 2,$$

故答案为: $-30, -26, 2$;

(2) 解: ①当点 B 与 F 重合时, 则 $-26 + 6t = 10 - 2t$,

$$\text{解得 } t = \frac{9}{2};$$

当点 A 与点 E 重合时, 则 $-30 + 6t = 8 - 2t$,

$$\text{解得 } t = \frac{19}{4},$$

$$\therefore t \text{ 的取值范围为 } \frac{9}{2} \leq t \leq \frac{19}{4};$$

$$\text{②} \because S_{\triangle AED} = S_{\triangle AFD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AE \times AD = \frac{1}{2} AF \times AD,$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore -30 + 6t - (8 - 2t) = 10 - 2t - (-30 + 6t)$$

$$\text{解得 } t = \frac{39}{8}.$$

25. (25-26 八年级上·上海·月考) 在数学学习活动中, 小明和他的小伙伴们遇到一个问题:

已知 $a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, 求 $2a^2 - 8a + 1$ 的值. 经过思考和探索, 他的解答如下.

$$\because a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore a - 2 = -\sqrt{3},$$

$$\therefore (a - 2)^2 = 3, \text{ 即 } a^2 - 4a + 4 = 3$$

$$\therefore a^2 - 4a = -1,$$

$$\therefore 2a^2 - 8a + 1 = 2(a^2 - 4a) + 1 = 2 \times (-1) + 1 = -1$$

请你根据小明的解题过程, 【解决下列问题】:

$$(1) \text{ 计算: } \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2025} + \sqrt{2024}}$$

(2)若 $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$, 求 $a^4 - 4a^3 - 3a + 3$ 的值.

【答案】(1) 44

(2) $6 + \sqrt{5}$

【知识点】运用完全平方公式进行运算、分母有理化

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，求代数式的值，熟练掌握二次根式的分母有理化是解题关键.

(1) 将各式分母有理化后，合并同类二次根式即可；

(2) 根据阅读材料化简可得 $a^2 - 4a = 1$ ，将所求代数式变形为含 $a^2 - 4a$ 的式子，代入求值即可.

【详解】(1) 解: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1,$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2},$$

$$\frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}} = \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{(\sqrt{2025}+\sqrt{2024})(\sqrt{2025}-\sqrt{2024})} = \sqrt{2025}-\sqrt{2024},$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \cdots + \sqrt{2025}-\sqrt{2024},$$

$$= \sqrt{2025}-1,$$

$$= 45-1,$$

$$= 44;$$

(2) 解: $\because a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}+2,$

$$\therefore a-2 = \sqrt{5},$$

$$\therefore (a-2)^2 = 5, \text{ 即 } a^2 - 4a + 4 = 5$$

$$\therefore a^2 - 4a = 1,$$

$$\therefore a^4 - 4a^3 - 3a + 3,$$

$$= a^2(a^2 - 4a) - 3a + 3,$$

$$= a^2 - 3a + 3,$$

$$= a^2 - 4a + a + 3,$$

$$= 1 + a + 3,$$

$$= 4 + a,$$

$$= 4 + \sqrt{5} + 2,$$

$$= 6 + \sqrt{5}.$$

26. (25-26 八年级上·上海·阶段练习) 配方法是初中数学中重要的代数变形方法, 通过将二次三项式

$x^2 + bx + c$ 变形为 $(x+m)^2 + n$ 的形式 (m, n 为常数), 结合平方具有非负性, 即 $(x+m)^2 \geq 0$

就可以解决很多问题, 例如: 把多项式 $x^2 - 2x + 3$ 配方为:

$$x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 + 3 = (x-1)^2 + 2$$

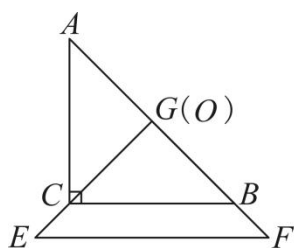


图1

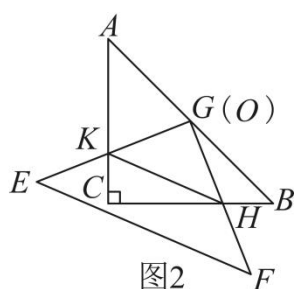


图2

(1)基础小试: 把多项式 $x^2 + 4x + 6$ 配方成 $(x+m)^2 + n$ 的形式, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)几何实践: 把两个全等的等腰直角三角板 ABC 和 EFG 叠放在一起 (如图 1), 两直角三角板的直角边长均为 4, 且使三角板 EFG 的直角顶点 G 与三角板 ABC 的斜边中点 O 重合, 现将三角板 EFG 绕 O 点按顺时针方向旋转 (旋转角 α 满足条件: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 四边形 $CHGK$ 是旋转过程中两三角板的重叠部分 (如图 2). 连接 HK , 在上述旋转过程中, 求出 $\triangle GKH$ 面积的最小值.

(3)拓展运用: 已知正整数 a, b, c 满足不等式 $a^2 + b^2 + c^2 + 36 < ab + 6b + 10c$, 求 $a + b + c$ 的值.

【答案】(1) 2, 2

(2) 2

(3) 11

【知识点】通过对完全平方公式变形求值、全等的性质和 ASA (AAS) 综合 (ASA 或者 AAS)、三线合一、斜边的中线等于斜边的一半

【分析】本题考查了完全平方公式、三角形全等的判定与性质、直角三角形斜边上的中线的性质等知识，熟练掌握完全平方公式的应用是解题关键.

(1) 根据完全平方公式将式子变形为 $x^2 + 4x + 4 + 2$ ，由此即可得；

(2) 连接 OC ，先证出 $\triangle COK \cong \triangle BOH$ ，根据全等三角形的性质可得 $CK = BH$ ， $S_{\triangle COK} = S_{\triangle BOH}$ ，则可得 $S_{\text{四边形}CHGK} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 4$ ，再设 $CK = BH = x (0 < x < 4)$ ，则 $CH = 4 - x$ ，根据 $S_{\triangle GKH} = S_{\text{四边形}CHGK} - S_{\triangle CHK} = 4 - S_{\triangle CHK}$ 和完全平方公式进行配方解答即可得；

(3) 先配方得 $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}(b-4)^2 + (c-5)^2 < 1$ ，再根据 a, b, c 都是正整数可得 $c = 5$ ， $b = 3$ 或 $b = 4$ 或 $b = 5$ ，然后根据 b 的值确定 a 的值，由此即可得.

【详解】(1) 解： $x^2 + 4x + 6$

$$= x^2 + 4x + 4 + 2$$

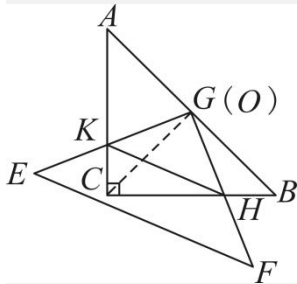
$$= (x+2)^2 + 2,$$

$\therefore$ 把多项式 $x^2 + 4x + 6$ 配方成 $(x+m)^2 + n$ 的形式，

$$\therefore m = 2, n = 2,$$

故答案为：2，2.

(2) 解：如图，连接 OC ，



$\therefore$ 点 O 是等腰直角三角板 ABC 斜边的中点，三角形的直角边长均为 4，

$$\therefore OC = OB, \angle OCK = \frac{1}{2}\angle ACB = 45^\circ, \angle A = \angle B = 45^\circ, OC \perp AB, AC = BC = 4,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8,$$

$$\therefore \angle OCK = \angle B, \angle COF + \angle BOH = 90^\circ,$$

$\therefore$ 三角板 EFG 的直角顶点 G 与三角板 ABC 的斜边中点 O 重合，

$$\therefore \angle EGF = \angle EOF = \angle COF + \angle COK = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COK = \angle BOH,$$

在 $\triangle COK$ 和 $\triangle BOH$ 中,

$$\begin{cases} \angle COK = \angle BOH \\ OC = OB \\ \angle OCK = \angle B \end{cases},$$

$$\therefore \triangle COK \cong \triangle BOH (\text{ASA}),$$

$$\therefore CK = BH, \quad S_{\triangle COK} = S_{\triangle BOH},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}CHGK} = S_{\triangle COK} + S_{\triangle COH} = S_{\triangle BOH} + S_{\triangle COH} = S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 4,$$

设 $CK = BH = x (0 < x < 4)$, 则 $CH = BC - BH = 4 - x$,

$$\therefore S_{\triangle CHK} = \frac{1}{2} CK \cdot CH = \frac{1}{2} x (4 - x) = -\frac{1}{2} x^2 + 2x,$$

$$\therefore S_{\triangle GKH} + S_{\triangle CHK} = S_{\text{四边形}CHGK} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle GKH} = 4 - S_{\triangle CHK}$$

$$= 4 - \left(-\frac{1}{2} x^2 + 2x \right)$$

$$= \frac{1}{2} x^2 - 2x + 4$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 - 4x + 4 - 4) + 4$$

$$= \frac{1}{2} [(x-2)^2 - 4] + 4$$

$$= \frac{1}{2} (x-2)^2 - 2 + 4$$

$$= \frac{1}{2} (x-2)^2 + 2,$$

$$\therefore (x-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \frac{1}{2} (x-2)^2 + 2 \geq 2, \text{ 当且仅当 } x=2 \text{ 时, 等号成立,}$$

$\therefore \triangle GKH$ 面积的最小值为 2.

$$(3) \text{ 解: } \because a^2 + b^2 + c^2 + 36 < ab + 6b + 10c,$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + 36 - ab - 6b - 10c < 0,$$

$$\therefore \left(a^2 - ab + \frac{1}{4} b^2 \right) + \frac{3}{4} (b^2 - 8b + 16) + (c^2 - 10c + 25) < 1,$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{2} b \right)^2 + \frac{3}{4} (b-4)^2 + (c-5)^2 < 1,$$

$\because a, b, c$ 都是正整数, 且 $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}(b-4)^2 \geq 0, (c-5)^2 \geq 0$,

$\therefore c-5=0$, 即 $c=5$,

$\therefore \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}(b-4)^2 < 1$,

$\therefore b-4=0$ 或 $b-4=1$ 或 $b-4=-1$, 即 $b=4$ 或 $b=5$ 或 $b=3$,

当 $b=3$ 时, 则 $\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} < 1$, 即 $\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{1}{4}$, 此时没有符合条件的正整数 a ;

当 $b=4$ 时, 则 $(a-2)^2 < 1$, 此时符合条件的正整数 $a=2$;

当 $b=5$ 时, 则 $\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} < 1$, 即 $\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 < \frac{1}{4}$, 此时没有符合条件的正整数 a ;

综上, $a=2$, $b=4$, $c=5$,

$\therefore a+b+c=2+4+5=11$.