

2025-2026 学年度第一学期期末测试卷

八年级数学

考试时间：90 分钟 满分：100 分

范围：整式的乘除与因式分解、分式、二次根式、勾股定理、平行四边形

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{0.2}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了最简二次根式的判断以及二次根式的性质，掌握二次根式的性质是解答本题的关键.

根据最简二次根式的定义（被开方数不含分母且不含完全平方因数），逐一判断各选项.

【详解】解：∵ 选项 A: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ ，含完全平方因数 4，不符合题意；

选项 B: $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 被开方数含分母，不符合题意；

选项 C: $\sqrt{7}$ 被开方数 7 是质数，无完全平方因数且无分母，符合题意；

选项 D: $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$ 被开方数含分母，不符合题意；

故选 C.

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^4$ D. $(ab)^2 = ab^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查幂的运算法则，涉及同底数幂的乘法、幂的乘方、同底数幂的除法、积的乘方运算等知识，熟记幂的相关运算法则是解决问题的关键.

根据同底数幂的乘法、幂的乘方、同底数幂的除法、积的乘方运算法则逐一判断各选项的正确性即可得到

答案.

【详解】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5 \neq a^6$ ，选项运算错误，不符合题意；

B、 $(a^2)^3 = a^6 \neq a^5$ ，选项运算错误，不符合题意；

C、 $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，选项运算正确，符合题意；

D、 $(ab)^2 = a^2b^2 \neq ab^2$ ，选项运算错误，不符合题意；

故选：C.

3. 若分式 $\frac{x-2}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值为 ()

A. 2

B. -2

C. 1

D. -1

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是分式的值为 0 的条件，掌握其对应条件是解题的关键.

分式的值为 0 需满足分子等于 0 且分母不等于 0.

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x-2}{x+1}$ 的值为 0，

$\therefore$ 分子 $x-2=0$ ，解得 $x=2$ ，

又 $\because$ 当 $x=2$ 时，分母 $x+1=3 \neq 0$ ，

$\therefore x=2$ 符合条件，

故选：A.

4. 已知直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 4，则斜边上的高为 ()

A. 2.4

B. 2.5

C. 3

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】本题利用了勾股定理和直角三角形的面积公式求解.

根据勾股定理求出斜边的长，利用面积法求出三角形斜边上的高.

【详解】解： $\because$ 直角三角形的两条直角边分别为 3 和 4，

$\therefore$ 斜边长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

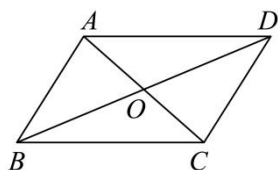
设斜边上的高为 h ，

$\therefore$ 面积相等，即 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times h$ ，

解得 $h = \frac{12}{5} = 2.4$,

故选 A.

5. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 下列结论错误的是 ()



- A. $OA = OC$ B. $AB = CD$ C. $AC = BD$ D. $\angle ABC = \angle ADC$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质, 平行四边形的性质有: 平行四边形对边平行且相等; 平行四边形对角相等, 邻角互补; 平行四边形的对角线互相平分. 根据平行四边形的性质解答即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, \quad OA = OC, \quad \angle ABC = \angle ADC,$$

故 A, B, D 正确, 不符合题意;

$\because AB$ 与 AD 不一定相等, 故 C 错误, 符合题意.

故选: C.

6. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-3} = 1 + \frac{m}{x-3}$ 有增根, 则 m 的值为 ()

- A. -3 B. 3 C. 2 D. -2

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查分式方程增根的概念, 增根使分母为零, 代入化简后的方程可求参数.

分式方程的增根是使分母为零的根, 即 $x = 3$. 将方程去分母后, 代入增根求解 m 即可.

【详解】解: $\because$ 方程有增根,

$$\therefore \text{增根为 } x = 3.$$

$$\text{原方程: } \frac{2}{x-3} = 1 + \frac{m}{x-3},$$

$$\text{两边同乘 } (x-3) \text{ 得: } 2 = (x-3) + m,$$

$$\text{化简得: } 2 = x - 3 + m,$$

将增根 $x = 3$ 代入,

$$\text{得 } 2 = 3 - 3 + m,$$

解得 $m = 2$,

因此, m 的值为 2,

故选 C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{18} =$ _____.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的性质, 据此化简作答即可, 会利用二次根式的性质正确化简是解答的关键.

【详解】 解: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$.

8. 因式分解: $x^2 - 4 =$ _____.

【答案】 $(x+2)(x-2)$

【解析】

【详解】 解: $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$;

故答案为 $(x+2)(x-2)$

9. 当 x _____时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义.

【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】 因为 $\sqrt{x-3}$ 为二次根式, 所以被开方数大于或等于 0, 列不等式求解.

【详解】 根据二次根式的性质, 被开方数大于或等于 0,

可知: $x-3 \geq 0$,

解得: $x \geq 3$.

【点睛】 主要考查了二次根式的意义和性质.

概念: 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式.

性质: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义.

10. 计算: $(2x-y)^2 =$ _____.

【答案】 $4x^2 - 4xy + y^2$

【解析】

【分析】 利用完全平方公式进行计算即可.

【详解】 解: $(2x - y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$,

故答案为: $4x^2 - 4xy + y^2$

【点睛】 此题考查了乘法公式, 熟练掌握完全平方公式是解题的关键.

11. 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 2$

【解析】

【分析】 考查了分式有意义的条件, 即分母不为零即可.

根据分式有意义的条件, 分母不为零, 求解不等式.

【详解】 解: 要使分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义,

则分母 $x - 2 \neq 0$,

解得 $x \neq 2$,

故答案为: $x \neq 2$.

12. 已知平行四边形的一边长为 5, 一条对角线长为 6, 则另一条对角线的取值范围是_____.

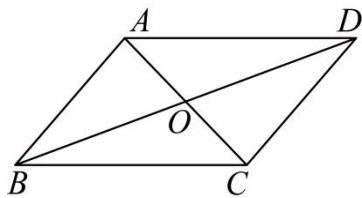
【答案】 $4 < x < 16$ 或 $16 > x > 4$

【解析】

【分析】 此题考查了平行四边形的性质以及三角形的三边关系, 注意掌握数形结合思想的应用.

利用平行四边形的对角线互相平分, 构造三角形, 应用三角形的三边关系求解.

【详解】 解: 如图所示:



假设 $CD = 5$, $BD = 6$,

$\therefore OD = 3$,

由三角形三边关系,

可得 $2 < OC < 8$,

$$\therefore 4 < AC < 16,$$

故答案为: $4 < x < 16$.

13. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式化简求值和完全平方公式的运用, 掌握完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 是解题的关键.

利用完全平方公式将已知条件平方, 通过展开并化简求解.

【详解】 解: 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$,

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9, \text{ 展开得, } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7,$$

故答案为: 7.

14. 直角三角形的三边长为连续偶数, 则其周长为 _____ cm.

【答案】 24

【解析】

【分析】 设直角三角形的三边边长分别为 $2n-2$, $2n$, $2n+2$, 由勾股定理得: 两直角边的平方和等于斜边的平方, 据此列出关于 n 的方程, 求出符合题意 n 的值, 即求出了直角三角形的三边长, 之后求出周长即可.

【详解】 解: 设直角三角形的三边边长分别为 $2n-2$, $2n$, $2n+2$. 由勾股定理得:

$$(2n-2)^2 + (2n)^2 = (2n+2)^2,$$

解得: $n_1=4$, $n_2=0$ (不合题意舍去),

即: 该直角三角形的三边边长分别为 6cm, 8cm, 10cm.

所以, 其周长为 $6+8+10=24$ cm.

故答案为: 24.

15. 计算: $\frac{a^2-b^2}{a+b} \div (a-b) =$ _____

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查分式的混合运算, 掌握相关计算顺序是解题的关键.

利用平方差公式和分式的除法法则进行计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解: 原式} &= \frac{a^2 - b^2}{a + b} \div (a - b) \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{a + b} \times \frac{1}{(a - b)} \\ &= 1\end{aligned}$$

故答案为: 1.

16. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$, 则点 C 到 AB 的距离为_____.

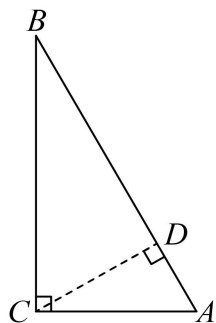
$$\text{【答案】 } \frac{60}{13}$$

【解析】

【分析】 本题考查勾股定理、三角形的面积, 解答本题的关键是明确题意, 画出相应的图形, 利用勾股定理和面积法解答.

通过勾股定理求出斜边 AB 的长度, 再利用三角形的面积公式求解点 C 到 AB 的距离.

【详解】解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 如图所示;



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$,

由勾股定理得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$,

则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$,

同时面积为 $\frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 13 \times CD$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 13 \times h = 30,$$

即 $13h = 60$,

$$\text{解得 } h = \frac{60}{13},$$

故答案为: $\frac{60}{13}$.

17. 若平行四边形的周长为 28，相邻两边的差为 4，则较短边的长为_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的性质和二元一次方程组的应用，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.
根据平行四边形周长求出相邻两边之和，再根据差列出方程组求解.

【详解】 解：设较长边为 a ，较短边为 b ，
由平行四边形性质，相邻两边之和为周长的一半，
即 $a+b=14$ ，

又相邻两边差为 4，即 $a-b=4$ ，

得方程组
$$\begin{cases} a+b=14 \\ a-b=4 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a=9 \\ b=5 \end{cases},$$

故较短边长为 5，

故答案为： 5.

18. 观察下列各式： $1^2+1=1\times 2$ ， $2^2+2=2\times 3$ ， $3^2+3=3\times 4$...， 按此规律写出第 n 个等式_____.

【答案】： $n^2+n=n\times (n+1)$.

【解析】

【分析】 根据算式可发现一个数的平方加上它本身，等于这个数与这个数加 1 的积.

【详解】 解：观察各式可知，第几个算式就是几的平方加几，等于等于这个数与这个数加 1 的积，
所以，第 n 个等式为： $n^2+n=n\times (n+1)$ ，

故答案为： $n^2+n=n\times (n+1)$.

【点睛】 本题考查了用代数式表示规律，解题关键是准确分析题意，找到规律.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 58 分)

19. 计算：

(1) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{48}$

(2) $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$

【答案】 (1) $5\sqrt{3}$

(2) 1

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算；

(1) 先化简各个二次根式，再计算加减即可；

(2) 利用平方差公式计算即可.

【小问 1 详解】

解：原式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ；

【小问 2 详解】

解：原式 $= (\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$.

20. 因式分解：

(1) $x^3 - 4x^2 + 4x$

(2) $a^2(x-y) - b^2(x-y)$

【答案】 (1) $x(x-2)^2$

(2) $(x-y)(a+b)(a-b)$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，掌握提取公因式和公式法因式分解是解题的关键.

(1) 先提取公因式 x ，再利用完全平方公式进行因式分解即可；

(2) 先提取公因式 $(x-y)$ ，再利用平方差公式进行因式分解即可.

【小问 1 详解】

解： $x^3 - 4x^2 + 4x$

$= x(x^2 - 4x + 4)$

$= x(x-2)^2$

【小问 2 详解】

解： $a^2(x-y) - b^2(x-y)$

$= (x-y)(a^2 - b^2)$

$= (x-y)(a+b)(a-b)$

21. 解分式方程：

$$(1) \frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$$

$$(2) \frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$$

【答案】(1) $x=2$

(2) 无解

【解析】

【分析】本题考查解分式方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

(1) 利用去分母将原方程化为整式方程，解得 x 的值后并检验即可.

(2) 利用去分母将原方程化为整式方程，解得 x 的值后并检验即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$$

$$\text{原方程去分母得: } 2(x+1) = 3x,$$

$$\text{解得: } x=2,$$

$$\text{检验: 当 } x=2 \text{ 时, } x(x+1) \neq 0,$$

故原方程的解为 $x=2$.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$$

$$\text{原方程去分母得: } (x-2)^2 - 16 = x^2 - 4,$$

$$\text{解得: } x=-2,$$

$$\text{检验: 当 } x=-2 \text{ 时, } x^2-4=0,$$

故原分式方程无解.

$$22. \text{ 先化简, 再求值: } (1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2-1}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2} + 1.$$

【答案】原式= $x-1=\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先把括号内通分和除法运算化为乘法运算，再约分得到原式= $x-1$ ，然后再把 x 的值代入 $x-1$ 计算即可.

$$\text{【详解】原式} = \frac{x+1-1}{x+1} \times \frac{x^2-1}{x}$$

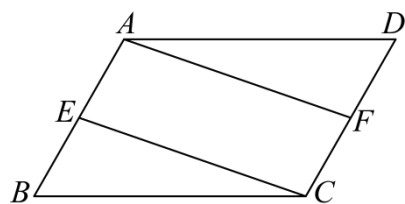
$$= \frac{x}{x+1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$= x-1;$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2}+1 \text{ 时, 原式} = \sqrt{2}+1-1 = \sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查了分式的化简求值：先把分式的分子或分母因式分解，再进行通分或约分，得到最简分式或整式，然后把满足条件的字母的值代入计算得到对应的分式的值.

23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点，求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的性质与判定，熟练掌握平行四边形的性质与判定是解题的关键.

根据平行四边形的性质可得 $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ，根据 E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点，可证得 $AE = CF$

且 $AE \parallel CF$ ，从而得到结论.

【详解】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AB = CD$$

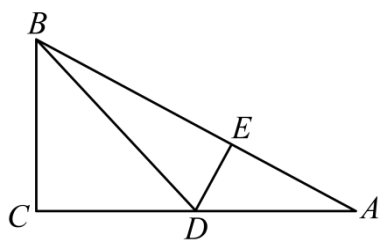
$\because E$ 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点，

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, CF = \frac{1}{2}CD$$

$$\therefore AE = CF \text{ 且 } AE \parallel CF$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 25$ ， $AC = 20$ ，点 D 在 AC 上， $AD = 5$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ，求 DE 的长.



【答案】 DE 的长为3

【解析】

【分析】 本题考查勾股定理，掌握相关知识点是解题的关键.

先根据勾股定理，求出 BC 的长度，再求出 BD 的长度，在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中，由勾股定理可得 $DE^2 = AD^2 - AE^2$ 及 $DE^2 = BD^2 - BE^2$ ，故可得出等量关系 $AD^2 - AE^2 = BD^2 - BE^2$ ，联立方程，即可求解.

【详解】 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 25$ ， $AC = 20$ ，

由勾股定理得：

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15,$$

$$\therefore AD = 5,$$

$$\therefore CD = AC - AD = 15,$$

$$\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 15\sqrt{2},$$

令 $AE = x$ ，则 $BE = 25 - x$ ，

$$\therefore DE \perp AB,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } DE^2 = AD^2 - AE^2,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DBE \text{ 中, } DE^2 = BD^2 - BE^2,$$

$$\therefore AD^2 - AE^2 = BD^2 - BE^2,$$

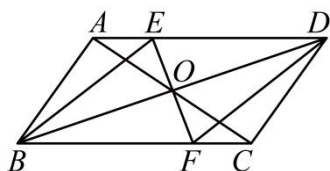
$$\text{即 } 5^2 - x^2 = (15\sqrt{2})^2 - (25 - x)^2$$

解得 $x = 4$ ，

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

解得 $DE = 3$.

25. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AC 、 BD 相交于点 O ，过点 O 作 $EF \perp BD$ ，分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F ，连接 BE 、 DF .



(1) 求证：四边形 $BEDF$ 是菱形；

(2) 若 $AB = 6$ ， $AD = 8$ ， $\angle ABD = 90^\circ$ ，求菱形 $BEDF$ 的面积.

【答案】(1) 证明见解析

(2) $6\sqrt{7}$

【解析】

【分析】本题综合考查了平行四边形的性质、菱形的判定以及菱形面积计算等知识.

(1) 关键是先证三角形全等得到对角线互相平分，再结合对角线垂直判定菱形.

(2) 利用直角三角形锐角互余和等边对等角知识得到 BE 的长度，进而求出菱形的对角线长度得到面积.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OB = OD, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDO = \angle FBO.$$

$$\because EF \perp BD,$$

$$\therefore \angle EOD = \angle FOB = 90^\circ.$$

$$\text{在 } \triangle EOD \text{ 和 } \triangle FOB \text{ 中, } \begin{cases} \angle EDO = \angle FBO \\ OD = OB \\ \angle EOD = \angle FOB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EOD \cong \triangle FOB (\text{ASA}),$$

$$\therefore OE = OF.$$

$$\text{又 } OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

$$\therefore EF \perp BD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $BEDF$ 是菱形;

【小问 2 详解】

解: 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 90^\circ$, $AB = 6$, $AD = 8$,

由勾股定理得 $BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$.

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是菱形,

$$\therefore BE = DE, \quad BO = \frac{BD}{2} = \sqrt{7}.$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB.$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD + \angle ABE = 90^\circ, \quad \angle BAD + \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAD,$$

$\therefore AE = BE = DE$, 即 E 是 AD 的中点,

$$\therefore BE = DE = \frac{AD}{2} = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle BOE$ 中, $BE = 4$, $BO = \sqrt{7}$,

$$\therefore OE = \sqrt{BE^2 - BO^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

$$\therefore EF = 2OE = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}BEDF} = \frac{1}{2} \times BD \times EF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 6 = 6\sqrt{7}.$$