

上海市静安区市北初级中学 2025-2026 学年八年级上学期数学期末模拟试卷

(满分 100 分, 完卷时间 60 分钟)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列根式中, 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{0.2}$

B. $\sqrt{4}$

C. $\sqrt{12}$

D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查同类二次根式, 将二次根式化为最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式是同类二次根式. 先将各选项的二次根式化为最简二次根式, 即可判断解答.

【详解】解: A、 $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

B、 $\sqrt{4} = 2$, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

C、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

D、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式.

故选: D.

2. 下列四个说法中, 正确的有 ().

(1) 无限小数都是无理数; (2) 无理数都是无限小数;

(3) 正实数包括正有理数和正无理数; (4) 实数可以分为正实数和负实数两类.

A. 1 个;

B. 2 个;

C. 3 个;

D. 4 个.

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查实数的分类, 根据有理数和无理数的定义判断各说法的正误.

【详解】解: (1) 无限小数包括无限循环小数和无限不循环小数, 无限循环小数是有理数, 无限不循环小数是无理数, 故 (1) 的说法错误;

(2) 无理数是指无限不循环小数, 都是无限小数, 故 (2) 的说法正确;

(3) 正实数包括正有理数和正无理数, 故 (3) 的说法正确;

(4) 实数包括正实数、负实数和零，故 (4) 的说法错误.

综上，正确的说法有 (2) 和 (3)，共 2 个.

故选：B.

3. 某同学做了以下四道习题，① $\sqrt{16a^4} = 4a^2$ ；② $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} = 5\sqrt{2a}$ ；③ $a\sqrt{\frac{1}{a}} = a\sqrt{\frac{a}{a^2}} = \sqrt{a}$ ；

④ $\sqrt{3a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a}$ ，其中做错的题有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了利用二次根式的性质化简，二次根式的乘法与减法运算，解题的关键是熟练掌握运算法则.

根据二次根式的性质和运算法则，逐一判断各等式的正确性.

【详解】解：① $\sqrt{16a^4} = 4a^2$ ，正确；

② $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10a} = \sqrt{50a^2} = 5\sqrt{2a}$ ，正确；

③ $a\sqrt{\frac{1}{a}} = a\sqrt{\frac{a}{a^2}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{a}} = \sqrt{a}$ ，正确；

④ $\sqrt{3a} - \sqrt{2a} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{a} \neq \sqrt{a}$ ，错误；

故选：A.

4. 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 ()

A. $x^2 - x + 2 = 0$

B. $x^2 + x - m = 0$

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

D. $x^2 - mx - 1 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】分别计算四个方程的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ，然后根据 Δ 的意义进行判断即可.

【详解】解答：解：A、 $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$ ，方程没有实数根，所以 A 选项错误；

B、 $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 1 + 4m$ ，当 $1 + 4m < 0$ ，即 $m < -\frac{1}{4}$ 时，方程没有实数根，所以 B 选项错误；

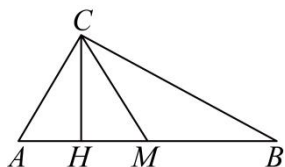
C、 $\Delta = 2^2 - 4 \times \sqrt{2} \times 1 = 4 - 4\sqrt{2} < 0$ ，方程没有实数根，所以 C 选项错误；

D、 $\Delta = m^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4 > 0$ ，方程有两个不相等的实数根，所以 D 选项正确；

故选：D.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

5. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，如果 CH 、 CM 分别是斜边上的高和中线，那么下列结论中错误的是（ ）



A. $\angle BCH = \angle ACM$

B. $\angle ACH = \angle B$

C. $\angle ACH = \angle BCM$

D. $\angle ACH = \angle MCH$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的性质、等腰三角形的性质，解决本题的关键是根据特殊三角形中边和角之间的关系，判断三角形中角之间的关系.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because CH \perp AB,$$

$$\therefore \angle AHC = \angle BHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCH = 90^\circ, \quad \angle A + \angle ACH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCH, \quad \angle B = \angle ACH, \quad \text{故选项 B 正确;}$$

$\because CM$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中斜边上的中线，

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AB = AM = BM,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACM, \quad \angle B = \angle BCM,$$

$$\therefore \angle BCH = \angle ACM, \quad \text{故 A 选项正确;}$$

$$\because \angle B = \angle BCM, \quad \angle B = \angle ACH,$$

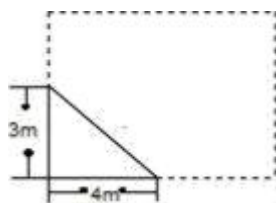
$$\therefore \angle ACH = \angle BCM, \quad \text{故选项 C 正确;}$$

$$\because \angle A, \angle AMC \text{ 不一定相等, } \angle ACH = 90^\circ - \angle A, \angle MCH = 90^\circ - \angle AMC,$$

$$\therefore \angle ACH = \angle MCH \text{ 不一定成立, 故选项 D 错误.}$$

故选：D.

6. 如图，花园住宅小区有一块长方形绿化带，有极少数人为了避开拐角走“捷径”，在草坪内走出了一条“路”。他们仅仅少走了()步路(假设 2 步为 1 米)，却踩伤了花草。



- A. 6 步 B. 5 步 C. 4 步 D. 2 步

【答案】 C

【解析】

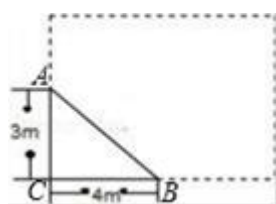
【详解】 试题分析：少走的距离是 $AC + BC - AB$ ，在直角 $\triangle ABC$ 中根据勾股定理求得 AB 的长即可。

解：在直角 ABC 中， $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \text{ 即 } 5\text{m}$$

则少走的距离是 $AC + BC - AB = 3 + 4 - 5 = 2\text{m} = 4$ 步。

故选 C.



考点：勾股定理的应用

二、填空题（本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的乘法，根据二次根式的乘法法则 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 计算即可。

【详解】 解： $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$.

故答案为： 4.

8. 化简： $\sqrt{4a^3b} =$ _____.

【答案】 $2|a|\sqrt{ab}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了化简二次根式， $\sqrt{x^2} = |x|$ ，据此求解即可.

【详解】 解：由题意可知， $a^3b \geq 0$ ，

$$\therefore a^3b = a^2 \cdot ab \geq 0, \quad a^2 \geq 0,$$

$$\therefore ab \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{4a^3b} = 2|a|\sqrt{ab},$$

故答案为： $2|a|\sqrt{ab}$.

9. 当 $x =$ _____ 时， $\sqrt{x^2+3x}$ 与 $\sqrt{x+15}$ 既是最简二次根式又是同类二次根式

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题考查同类二次根式，解一元二次方程，根据两个最简二次根式的被开方数相同，则这两个二次根式为同类二次根式，列出一元二次方程，进行求解即可.

【详解】 解：由题意，得： $x^2+3x=x+15$ ，

解得： $x_1=3, x_2=-5$ ，

当 $x=3$ 时， $x+15=18$ ， $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 不是最简二次根式，不符合题意，舍去；

当 $x=-5$ 时， $\sqrt{x+15}=\sqrt{10}$ ，是最简二次根式，符合题意；

故答案为：-5

10. 某物体的运动规律为 $s=40t-5t^2$ ，当 $s=60$ 米时， $t=$ _____ 秒.

【答案】 2 或 6

【解析】

【分析】 根据题意，将 $s=60$ 米代入关系式 $s=40t-5t^2$ 求解一元二次方程可得答案.

【详解】 解：把 $s=60$ 代入 $s=40t-5t^2$ 得：

$$40t-5t^2=60$$

$$\text{整理得： } t^2-8t+12=0$$

$$\text{解得： } t_1=2, \quad t_2=6$$

故答案为 2 或 6.

【点睛】 本题考查了二次函数的应用，解决的关键是从实际问题中抽象出二次函数模型，代入求值.

11. 在实数范围内分解因式: $x^4 - 9 =$ _____.

【答案】 $(x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，利用平方差公式将 $x^4 - 9$ 分解为 $(x^2 + 3)(x^2 - 3)$ ，然后对 $x^2 - 3$ 再次应用平方差公式在实数范围内分解.

【详解】 解: $x^4 - 9$

$$= (x^2 + 3)(x^2 - 3)$$

$$= (x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}).$$

故答案为: $(x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

12. 方程 $(m - 2)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根，则 m 的范围_____.

【答案】 $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根的判别式以及一元二次方程的定义.

根据一元二次方程二次项系数不为零，且判别式大于等于零得到 $\begin{cases} \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (m - 2) \cdot 1 \geq 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases}$ ，即可求解.

【详解】 解: 由题意得, $\begin{cases} \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (m - 2) \cdot 1 \geq 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases}$,

解得 $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$,

故答案为: $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

13. 方程 $x^2 + 4x - 6 = 0$ 的根是 x_1 与 x_2 ，则 $x_1^2 + x_2^2 =$ _____.

【答案】 28

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程根与系数的关系，完全平方公式的应用. 利用根与系数的关系求出两根之和与两根之积，再根据完全平方公式求解.

【详解】 解: $\because$ 方程 $x^2 + 4x - 6 = 0$ 的根是 x_1 与 x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = -4, \quad x_1 x_2 = -6.$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-4)^2 - 2 \times (-6) = 16 + 12 = 28.$$

故答案为：28.

14. 某厂前年的产值为 400 万元，去年的产值比前年的增长率为 x ，如果这个增长率保持不变，预计今年的产值将达到 600 万元. 根据题意可列出方程为_____.

【答案】 $400(1+x)^2 = 600$

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程解决实际问题. 根据增长率为 x 不变，则去年产值是前年产值的 $(1+x)$ 倍，今年产值是去年产值的 $(1+x)$ 倍，因此今年产值是前年产值的 $(1+x)^2$ 倍，结合今年产值达到 600 万元，列出方程.

【详解】 解：根据题意，得 $400(1+x)^2 = 600$.

故答案为： $400(1+x)^2 = 600$.

15. 在直角三角形中，已知一条直角边和斜边上的中线长都为 1，那么这个直角三角形最小的内角度数是_____.

【答案】 30° .

【解析】

【分析】 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，再结合题意可得直角三角形被中线分成的两个三角形有一个是等边三角形，所以较小的锐角等于 30° .

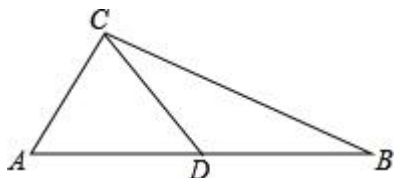
【详解】 如图， $\because CD$ 为斜边 AB 上的中线， $\therefore CD=AD$.

又 $\because$ 一条直角边和斜边上的中线长都为 1， $\therefore AD=AC=CD=1$ ， $\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形， $\therefore \angle A=60^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

即：较小的锐角为 30° .

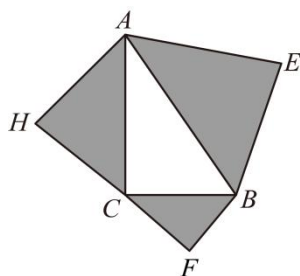
故答案为 30° .



【点睛】 本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，证出等边三角形是解答本题的关键，也是难点.

16. 如图，以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边为斜边分别向外作等腰直角三角形，若斜边 $AB = 4$ ，则图中阴影部分的面积

为_____.



【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的定义和勾股定理，熟练掌握勾股定理是解题关键。根据等腰直角三角形的性质及勾股定理得出 $AB^2 = 2BE^2$ ， $AC^2 = 2AH^2$ ， $BC^2 = 2BF^2$ ， $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ，利用三角形面积公式表示出阴影面积即可得答案。

【详解】 解： $\because$ 以 $Rt\triangle ABC$ 的三边为斜边分别向外作等腰直角三角形，

$$\therefore AE = BE, AH = CH, CF = BF,$$

$$\therefore AB^2 = AE^2 + BE^2 = 2BE^2, AC^2 = AH^2 + CH^2 = 2AH^2, BC^2 = CF^2 + BF^2 = 2BF^2,$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} BE \cdot AE = \frac{1}{2} BE^2, S_{\triangle ACH} = \frac{1}{2} AH \cdot CH = \frac{1}{2} AH^2, S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} BF \cdot CF = \frac{1}{2} BF^2,$$

$\therefore$ 阴影部分的面积

$$= S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACH} + S_{\triangle BCF}$$

$$= \frac{1}{2} (BE^2 + AH^2 + BF^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} AB^2 + \frac{1}{2} AC^2 + \frac{1}{2} BC^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2AB^2$$

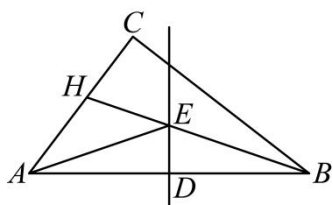
$$= \frac{1}{2} AB^2,$$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8.$$

故答案为： 8.

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 平分线 BH 和边 AB 的垂直平分线 DE 交于点 E ，已知点 E 到 BC 边距离为 2, $AB = 8$ ，那么点 E 和点 A 之间的距离为_____.

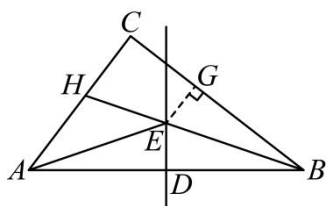


【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题考查垂直平分线的性质，角平分线的性质，勾股定理，过点 E 作 $EG \perp BC$ ，根据题意得到 $\angle ADE = 90^\circ$, $EG = 2$, $AD = 4$ ，由角平分线的性质可得 $DE = EG = 2$ ，利用勾股定理即可求出 AE 。

【详解】 解：过点 E 作 $EG \perp BC$ ，



由题意得 DE 垂直平分 AB ，

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2} AB, \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 8,$$

$$\therefore AD = BD = 4,$$

$$\therefore BH \text{ 平分 } \angle ABC, \angle EGB = 90^\circ, EG = 2,$$

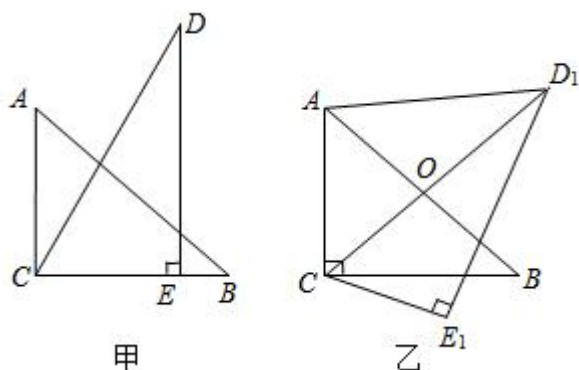
$$\therefore DE = EG = 2,$$

$$\therefore AE = \sqrt{DE^2 + AD^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 和点 } A \text{ 之间的距离为 } 2\sqrt{5}.$$

故答案为： $2\sqrt{5}$ 。

18. 把一副三角板如图甲放置，其中 $\angle ACB = \angle DEC = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，斜边 $AB = 12$ ， $CD = 14$ ，把三角板 DCE 绕着点 C 顺时针旋转 15° 得到 $\triangle D_1CE_1$ （如图乙），此时 AB 与 CD_1 交于点 O ，则线段 AD_1 的长度为_____。

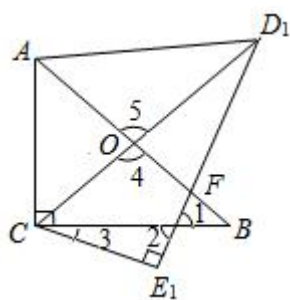


【答案】 10

【解析】

【分析】 先求出 $\angle 5 = \angle 4 = 90^\circ$ ，由 $AC = BC, AB = 12$ ，得到 $OA = OB = 6$ ，又由 $\angle ACB = 90^\circ$ ，得到 $CO = \frac{1}{2}AB = 6$ ，由 $CD_1 = CD = 14$ ，得到 $OD_1 = 8$ ，在 $\triangle AD_1O$ 中，由勾股定理即可得到答案.

【详解】 如图所示，



由题意得， $\angle 3 = 15^\circ$ ， $\angle E_1 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 75^\circ$ ，

又 $\because \angle B = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle OFE_1 = \angle B + \angle 1 = 45^\circ + 75^\circ = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle D_1FO = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CD_1E_1 = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle 5 = \angle 4 = 90^\circ$ ，

又 $\because AC = BC, AB = 12$ ，

$\therefore OA = OB = 6$ ，

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore CO = \frac{1}{2}AB = 6,$$

$$\therefore CD_1 = CD = 14,$$

$$\therefore OD_1 = CD_1 - OC = 14 - 6 = 8,$$

$$\text{在 } \triangle AD_1O \text{ 中, } AD_1 = \sqrt{OA^2 + OD_1^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

故答案为: 10

【点睛】 本题主要考查的是旋转的性质、三角形的外角性质、直角三角形的性质及判定、勾股定理等知识, 熟练掌握旋转的性质和勾股定理是解题的关键.

三、简答题 (19、20、21 题每小题 5 分, 22 题每小题 7 分, 23、24 题 8 分, 25 题 10 分, 共 58 分)

19. 计算

$$(1) \sqrt{75} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + 10\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$(2) \left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48} \right) \div 2\sqrt{3}$$

$$\text{【答案】 (1) } 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$$

$$(2) \frac{14}{3}$$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算, 掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

(1) 先化简二次根式, 分母有理化, 再合并同类二次根式即可;

(2) 先根据二次根式的加减法计算括号内的运算, 再计算除法即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \sqrt{75} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + 10\sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} + 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 5\sqrt{3} - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 5\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48} \right) \div 2\sqrt{3} \\ & = \left(6\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \right) \div 2\sqrt{3} \\ & = \frac{28}{3}\sqrt{3} \div 2\sqrt{3} \\ & = \frac{14}{3}.\end{aligned}$$

20. 解方程

(1) 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 3 = 0$.

(2) 解方程: $\frac{1}{y+2} + \frac{4y}{y^2-4} + \frac{2}{2-y} = 1$

【答案】(1) $x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$

(2) $y = 1$

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程，解分式方程，解题的关键是熟练掌握解一元二次方程和分式方程的步骤以及方法.

(1) 先将二次项系数化为 1，然后将常数项移至等号右边，然后在等号两边同时加上一半的一次项系数一半的平方进行配方，再直接开平方求解；

(2) 先去分母化为一元二次方程，再利用因式分解法解一元二次方程，最后检验即可.

【小问 1 详解】

解: $2x^2 - 4x - 3 = 0$

$$x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{2}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$x-1 = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ 或 } x-1 = -\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{y+2} + \frac{4y}{y^2-4} + \frac{2}{2-y} = 1$$

$$y-2+4y-2(y+2)=y^2-4,$$

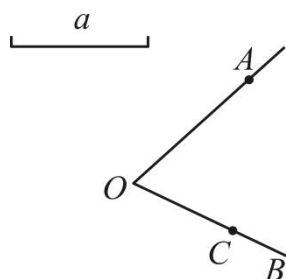
$$\text{整理得, } y^2-3y+2=0,$$

$$\text{解得 } y_1=2, y_2=1,$$

经检验: $y_1=2$ 是增根, $y_2=1$ 是原方程的根,

$\therefore$ 原方程的根为 $y=1$.

21. 已知: $\angle AOB$ 及线段 a , 点 C 在 OB 上. 求作点 P , 使 $PC=a$, 且点 P 到 OA 、 OB 的距离相等. (尺规作图, 保留作图痕迹)

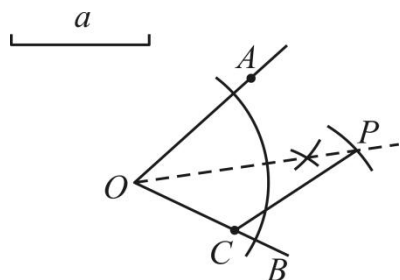


【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查尺规作图—线段和角平分线. 根据角平分线的性质: 角平分线上的点到角两边的距离相等, 作出 $\angle AOB$ 的角平分线, 再以点 C 为圆心, 线段 a 的长度为半径画圆, 交 $\angle AOB$ 的角平分线于点 P , 连接 PC 即可.

【详解】解: 如图所示, 点 P 为所求:



22. 如果一元二次方程的两根之差的绝对值为 2, 则称该方程为“差 2 方程”, 若方程 $x^2 + (m-2)x - m = 0$

是“差2方程”，求 m 的值.

【答案】0

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的根与系数的关系. 设方程 $x^2 + (m-2)x - m = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = 2 - m$, $x_1 x_2 = -m$, 从而根据完全平方公式得到 $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = m^2 + 4$, 再根据“差2方程”的定义得到 $|x_1 - x_2| = 2$, 从而 $(x_1 - x_2)^2 = 4$, 因此 $m^2 + 4 = 4$, 求解即可.

【详解】解: 设方程 $x^2 + (m-2)x - m = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 ,

则 $x_1 + x_2 = -(m-2) = 2 - m$, $x_1 x_2 = -m$,

$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = (2 - m)^2 - 4(-m) = m^2 + 4$,

$\therefore$ 方程 $x^2 + (m-2)x - m = 0$ 是“差2方程”,

$\therefore |x_1 - x_2| = 2$,

$\therefore (x_1 - x_2)^2 = 4$,

$\therefore m^2 + 4 = 4$,

$\therefore m = 0$.

23. 从上海到南京相距300千米, 小王上午驾车以一定的速度从上海去南京, 下午从南京赶回上海, 在回来的路上按原来的速度行驶了1小时后由于汽车故障修理了20分钟, 随后以比原来快20千米/时的速度行驶, 结果用了和去时相同的时间赶到上海, 问小王上午驾车的速度是多少?

【答案】100千米/时

【解析】

【分析】本题考查分式方程解决实际问题, 设小王上午驾车的速度是 x 千米/时, 则上午用时 $\frac{300}{x}$ 小时, 下午用时 $\left(1 + \frac{20}{60} + \frac{300-x}{x+20}\right)$ 小时, 根据上午和下午的时间相同列出方程, 求解即可.

【详解】解: 设小王上午驾车的速度是 x 千米/时, 根据题意, 得

$$\frac{300}{x} = 1 + \frac{20}{60} + \frac{300-x}{x+20},$$

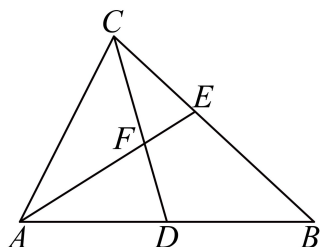
去分母, 整理, 得 $x^2 + 80x - 18000 = 0$

解得 $x_1 = -180$, $x_2 = 100$,

经检验, $x_1 = -180$, $x_2 = 100$ 均为方程的解, 但 $x_1 = -180$ 不合题意, 舍去.

答: 小王上午驾车的速度是 100 千米/时.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上一点, 且 $\angle ACB = \angle CDA$, 点 E 在 BC 上, 且点 E 到 AC 、 AB 的距离相等, 连接 AE 交 CD 于点 F .



(1) 试判断 $\triangle CEF$ 的形状;

(2) 请证明你的结论.

【答案】 (1) $\triangle CEF$ 是等腰三角形

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查角平分线的判定, 三角形的内角和定理, 等腰三角形的判定, 掌握相关知识是解题的关键.

(1) 由角平分线的判定得到 $\angle CAE = \angle BAE$, 根据三角形的内角和定理推出 $\angle AEC = \angle AFD$, 进而得到 $\angle AEC = \angle CFE$, 因此 $CF = CE$, 即可解答.

(2) 由 (1) 即可证明.

【小问 1 详解】

解: $\triangle CEF$ 是等腰三角形.

$\because$ 点 E 到 AC 、 AB 的距离相等,

$\therefore \angle CAE = \angle BAE$,

$\because \angle AEC = 180^\circ - \angle CAE - \angle ACB$,

$\angle AFD = 180^\circ - \angle BAE - \angle ADC$,

又 $\angle ACB = \angle ADC$,

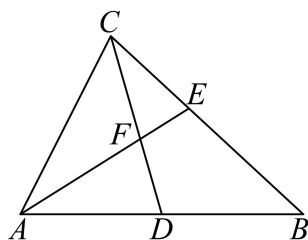
$\therefore \angle AEC = \angle AFD$,

$\because \angle CFE = \angle AFD$,

$\therefore \angle AEC = \angle CFE$,

$\therefore CF = CE$,

即 $\triangle CEF$ 是等腰三角形.



【小问 2 详解】

证明: $\because$ 点 E 到 AC 、 AB 的距离相等,

$$\therefore \angle CAE = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \angle CAE - \angle ACB,$$

$$\angle AFD = 180^\circ - \angle BAE - \angle ADC,$$

$$\text{又 } \angle ACB = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle AFD,$$

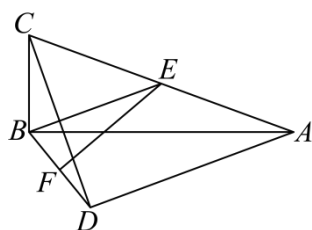
$$\therefore \angle CFE = \angle AFD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle CFE,$$

$$\therefore CF = CE,$$

即 $\triangle CEF$ 是等腰三角形.

25. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, E 为 AC 的中点, 过点 C 作 BE 的垂线, 过点 A 作 BE 的平行线, 两直线相交于点 D , 连结 BD , F 是 BD 的中点, 连结 EF .



(1) 求证: $EF \perp BD$;

(2) 如果 $CD = 6$, $BE + AD = 13$, 求 AC 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 10

【解析】

【分析】本题考查直角三角形性质、等腰三角形性质及勾股定理, 解题关键是熟练掌握直角三角形性质和勾股定理.

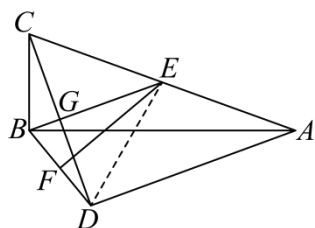
(1) 利用平行线性质的 $\angle ADC = 90^\circ$, 结合直角三角形斜边中线性质的 $BE = DE$, 再由等腰三角形“三线合一”证 $EF \perp BD$.

(2) 设 $BE = x$, 直角三角形斜边中线定理得 $AC = 2x$, 再由 $BE + AD = 13$ 表示出 AD , 最后在 $\text{Rt}\triangle ACD$

中用勾股定理列方程，求解得 AC 的长.

【小问 1 详解】

连结 DE ,



$$\because CD \perp BE,$$

$$\therefore \angle CGE = 90^\circ$$

$$\because BE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CGE = 90^\circ$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ, E \text{ 为 } AC \text{ 的中点},$$

$$\therefore BE = DE = \frac{1}{2} AC,$$

$$\therefore BDE \text{ 为等腰三角形},$$

$$\because F \text{ 是 } BD \text{ 的中点},$$

$$\therefore EF \perp BD;$$

【小问 2 详解】

设 $DE = BE = x$, 则 $AC = 2x$,

$$\because BE + AD = 13$$

$$\therefore AD = 13 - x$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $CD = 6$,

$$AD^2 + CD^2 = AC^2,$$

$$\therefore (13 - x)^2 + 6^2 = (2x)^2,$$

$$\text{即 } 3x^2 + 26x - 205 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{41}{3} \text{ (舍去)}, x_2 = 5,$$

$$\therefore AC = 2 \times 5 = 10.$$