

沪教版八年级数学上学期期末复习试卷 01

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{x}{2}}$

B. $\sqrt{8}$

C. $\sqrt{a^2+4}$

D. $\sqrt{3a^3b}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了最简二次根式的概念, 属于简单题, 熟悉概念是解题关键.

根据最简二次根式概念即可解题.

【详解】 解: A. $\sqrt{\frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2x}}{2}$, 故 A 不符合题意;

B. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 故 B 不符合题意;

C. $\sqrt{a^2+4}$ 是最简二次根式, 故 C 符合题意;

D. $\sqrt{3a^3b} = a\sqrt{3ab}$, 故 D 不符合题意.

故选: C.

2. ABC 的三条边分别为 a , b , c , 下列条件不能判断 ABC 是直角三角形的是 ()

A. $a=1$, $b=\sqrt{3}$, $c=\sqrt{2}$

B. $b^2 = (a+c)(a-c)$

C. $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

D. $\angle A = \angle B + \angle C$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形内角和定理、勾股定理的逆定理等知识, 熟练掌握勾股定理的逆定理的应用是解题关键. 根据勾股定理的逆定理及三角形内角和定理对各选项进行逐一判断即可.

【详解】 解: A、 $\because a^2+c^2=3=b^2$,

$\therefore$ 此三角形是直角三角形, 故本选项不符合题意;

B、 $\because b^2 = (a+c)(a-c) = a^2 - c^2$,

$\therefore b^2 + c^2 = a^2$,

$\therefore$ 此三角形是直角三角形, 故本选项不符合题意;

C、设 $\angle A = 3x$ ，则 $\angle B = 4x$ ， $\angle C = 5x$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 3x + 4x + 5x = 180^\circ, \text{ 解得 } x = 15^\circ$$

$$\therefore \angle A = 3x = 45^\circ, \angle B = 4x = 60^\circ, \angle C = 5x = 75^\circ,$$

$\therefore$ 此三角形不是直角三角形，故本选项符合题意；

D、 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ， $\angle A = \angle B + \angle C$ ，

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$\therefore$ 此三角形是直角三角形，故本选项不符合题意。

故选：C。

3. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

A. $x^2 - x + 2 = 0$

B. $x^2 - mx - 1 = 0$

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

D. $x^2 + x - m = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式，当 $\Delta \geq 0$ 时，一定有实数根，否则无实数根；分别计算出四个选项中方程的判别式，根据判别式的符号即可作出判断。

【详解】解：A、 $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$ ，故方程无实数根；

B、 $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4 > 0$ ，故方程有实数根；

C、 $\Delta = (-2)^2 - 4\sqrt{2} \times 1 = 4 - 4\sqrt{2} < 0$ ，故方程无实数根；

D、 $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 1 + 4m$ ，由于 m 的取值无法确定，故方程有或者无实数根取决于 m 的取值；

故选：B。

4. 下列命题中，假命题是（ ）

A. 三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等

B. 三角形三个内角的平分线的交点到三角形三条边的距离相等

C. 两腰对应相等的两个等腰三角形全等

D. 一条直角边和另一条直角边上的中线对应相等的两个直角三角形全等

【答案】C

【解析】

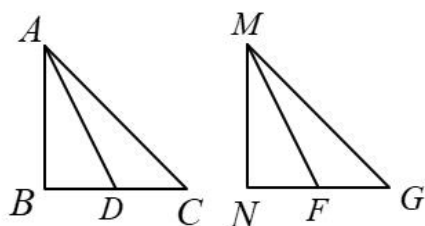
【分析】由线段的垂直平分线的性质可判断 A，由三角形的角平分线的性质可判定 B，由 SAS 判定两个三角形全等可判断 C，由 HL 判定两个直角三角形全等可判断 D，从而可得答案.

【详解】解：三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等，是真命题，故 A 不符合题意；

三角形三个内角的平分线的交点到三角形三条边的距离相等，是真命题，故 B 不符合题意；

两腰对应相等的两个等腰三角形不一定全等，因为两腰的夹角不一定相等，故 C 符合题意；

如图， $\angle C = \angle N = 90^\circ$, $AD = MF$, $AB = MN$, $BD = DC$, $NF = FG$,



$\therefore Rt \triangle ADB \cong Rt \triangle MFN$,

$\therefore BD = FN$, 则 $BC = NG$,

$\therefore Rt \triangle ACB \cong Rt \triangle MGN$,

一条直角边和另一条直角边上的中线对应相等的两个直角三角形全等，是真命题，故 D 不符合题意；

故选 C

【点睛】本题考查的是线段垂直平分线的性质，角平分线的性质，全等三角形的判定与性质，掌握“判定命题真假的方法”是解本题的关键.

5. 某超市一月份的营业额为 200 万元，已知第一季度的总营业额共 1000 万元，如果平均月增长率为 x ，则由题意列方程为（ ）

A. $200 + (1+x)^2 = 1000$

B. $200 + 200 \times 2x = 1000$

C. $200 + 200 \times 3x = 1000$

D. $200 + 200(1+x) + 200(1+x)^2 = 1000$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的实际应用—增长率问题.

根据一月份的营业额，计算二月份和三月份的营业额，利用第一季度总营业额列方程即可.

【详解】解：一月份营业额为 200 万元，

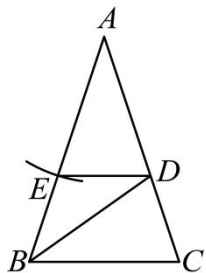
二月份营业额为 $200(1+x)$ 万元，

三月份营业额为 $200(1+x)^2$ 万元,

$\therefore$ 第一季度总营业额为 $200 + 200(1+x) + 200(1+x)^2 = 1000$.

故选: D.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等. 以点 A 为圆心, 线段 AD 的长为半径画弧交边 AB 于点 E , 连接 DE . 下列结论中, 不一定正确的是 ()



A. $BE = DE$

B. $BD = BC$

C. $\angle AED = 2\angle BDE$

D. $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{DE}{BC}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的判定与性质, 角平分线的判定, 平行线的判定与性质, 根据作图得到 $AD = AE$, 等边对等角, 推出 $\angle AED = \angle ABC$, 进而得到 $DE \parallel BC$, 根据点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等, 得到 BD 平分 $\angle ABC$, 推出 $\triangle BED$ 为等腰三角形, 逐一进行判断即可.

【详解】解: 由作图可知: $AD = AE$,

$$\therefore \angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A),$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A),$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$\because$ 点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等,

$$\therefore BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\therefore BE = DE$, $\angle AED = \angle ABC = 2\angle BDE$; 故选项 A, C 正确, 不符合题意;

$\therefore DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{DE}{BC} \quad (\text{平行线间的距离处处相等}); \text{故选项 D 正确, 不符合题意};$$

无法得到 $BD = BC$;

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 化简: $\sqrt{18} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的性质, 据此化简作答即可, 会利用二次根式的性质正确化简是解答的关键.

【详解】 解: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$.

8. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的有理化因式可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{m} - \sqrt{n}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的有理化、平方差公式等知识点, 灵活运用平方差公式是解题的关键.

根据平方差公式确定 $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的有理化因式即可.

【详解】 解: $\because (\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = (\sqrt{m})^2 - (\sqrt{n})^2 = m - n$,

$\therefore \sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的有理化因式可以是 $\sqrt{m} - \sqrt{n}$.

故答案为: $\sqrt{m} - \sqrt{n}$.

9. 方程 $x(x+2) = 5(x+2)$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x_1 = -2$, $x_2 = 5$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程, 熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键.

先移项，再分解因式，即可得解.

【详解】解： $x(x+2)=5(x+2)$,

移项，得： $x(x+2)-5(x+2)=0$,

分解因式，得： $(x+2)(x-5)=0$,

$\therefore x+2=0$ 或 $x-5=0$,

解得： $x_1=-2$, $x_2=5$,

故答案为： $x_1=-2$, $x_2=5$.

10. 在实数范围内分解因式: $x^2-3x+1=$ _____.

【答案】 $\left(x-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$

【解析】

【分析】先解方程 $x^2-3x+1=0$ ，然后把已知的多项式写成 $a(x-x_1)(x-x_2)$ 的形式即可.

【详解】解：解方程 $x^2-3x+1=0$ ，得 $x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore x^2-3x+1=\left(x-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

故答案为： $\left(x-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

【点睛】本题考查了利用解一元二次方程分解因式，掌握解答的方法是解题的关键.

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x-(m+4)=0$ 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是

_____.

【答案】 $m>-8$

【解析】

【分析】根据根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的意义得到 $\Delta>0$ ，即 $(-4)^2+4\times 1\times (m+4)>0$ ，解不等式即可.

【详解】 $\because x^2-4x-(m+4)=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta>0$ ，即 $(-4)^2+4\times 1\times (m+4)>0$,

解得 $m>-8$,

$\therefore m$ 的取值范围是 $m>-8$.

故答案为 $m > -8$.

【点睛】 本题考查了根的判别式，解题的关键是熟练掌握根的判别式的相关知识点.

12. 某新能源汽车品牌 2022 年在国内的销量为 10 万辆，2024 年销量达到了 19.6 万辆，如果该品牌汽车销量的年增长率均为 x ，那么可列方程为_____.

【答案】 $10(1+x)^2 = 19.6$

【解析】

【分析】 本题考查根据实际问题列一元二次方程，根据平均增长率的等量关系： $a(1+x)^2 = b$ ，结合实际问题，列出方程即可.

【详解】 解：由题意，可列方程为： $10(1+x)^2 = 19.6$ ；

故答案为： $10(1+x)^2 = 19.6$.

13. 计算： $\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 解题思路是先对分母含二次根式的分式进行分母有理化，将其转化为整式与根式的和，再结合另一项的化简结果，合并同类二次根式得到最终结果. 本题考查二次根式的分母有理化与加减运算，涉及的知识点是二次根式的化简、平方差公式的应用. 解题中用到的方法是分母有理化法，利用平方差公式消除分母中的根号；以及合并同类二次根式法，简化计算. 解题关键是正确进行分母有理化，注意符号的变化. 易错点是分母有理化时符号处理错误，或化简 $\frac{2}{\sqrt{2}}$ 时计算失误.

【详解】 解： $\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{1 \times (1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} + \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}}{-1} + \sqrt{2}$$

$$= -1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= -1.$$

故答案为: -1 .

14. 比较大小: $\frac{\sqrt{3}}{3}$ _____ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (请填 $>$ 、 $<$ 或 $=$).

【答案】 $>$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的大小比较, 熟练掌握平方运算比较大小是解题的关键.

将两数分别平方后, 再比较大小即可.

【详解】 解: $\because \frac{\sqrt{3}}{3} > 0, \frac{\sqrt{5}}{5} > 0,$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}, \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{1}{5},$$

$$\because \frac{1}{3} > \frac{1}{5},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} > \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为: $>$.

15. 三对三篮球赛第一轮采用单循环赛制 (每支队伍与其他队伍只比一场), 共计 45 场比赛. 则有 _____ 支队伍参加比赛.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

有 x 支队伍参加比赛, 根据每支队伍与其他队伍只比一场, 共计 45 场比赛, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可.

【详解】 解: 设有 x 支队伍参加比赛,

由题意得: $\frac{1}{2}x(x-1) = 45,$

整理得: $x^2 - x - 90 = 0,$

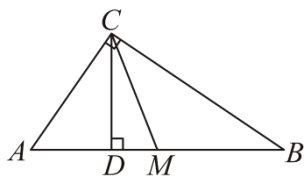
解得: $x_1 = 10, x_2 = -9$ (不符合题意, 舍去),

即有 10 支队伍参加比赛,

故答案为: 10.

16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD, CM 分别是 ABC 的高和中线, 如果 $\angle DCM = 20^\circ$,

那么 $\angle A$ 的度数等于 _____.



【答案】 55° ##55 度

【解析】

【分析】由直角三角形斜边中线的性质推出 $CM = AM$ ，得到 $\angle A = \angle ACM$ ，求出 $\angle ACD = \angle ACM - \angle DCM = \angle A - 20^\circ$ ，由直角三角形的性质得到 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$ ，因此 $\angle A + \angle A - 20^\circ = 90^\circ$ ，即可求出 $\angle A = 55^\circ$ ． 本题考查直角三角形斜边的中线，直角三角形的性质，等腰三角形的性质．

【详解】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， CD, CM 分别是 ABC 的高和中线，

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore CM = AM,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACM,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACM - \angle DCM = \angle A - 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ,$$

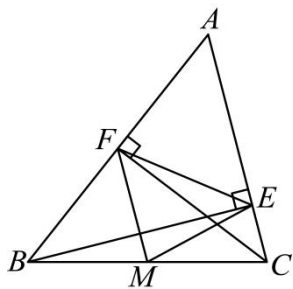
$$\therefore \angle A + \angle A - 20^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 55^\circ.$$

故答案为： 55° ．

17. 如图， BE, CF 分别是 ABC 的高， M 为 BC 的中点， $EF = 5$ ， $BC = 8$ ， 则 $\triangle EFM$ 的周长是

_____.



【答案】 13

【解析】

【分析】 本题考查了直角三角形的性质，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，可以求出 $EM = FM = 4$ ，根据三角形的周长公式即可求出 $\triangle EFM$ 的周长.

【详解】 解： $\because BE$ 、 CF 分别是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$$

又 $\because$ 点 M 为 BC 的中点，

$$\therefore EM = FM = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BC = 8,$$

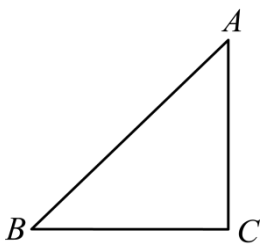
$$\therefore EM = FM = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\text{又} \because EF = 5,$$

$$\therefore \triangle EFM \text{ 的周长是 } ME + MF + EF = 4 + 4 + 5 = 13.$$

故答案为： 13.

18. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 n° ($0 < n < 90$) 得到 $\triangle A'B'C$ ，点 A 、 B 的对应点分别为点 A' 、 B' . 如果直线 AB 与直线 $A'C$ 的夹角为 75° ，那么 $\triangle AA'C$ 面积的值等于_____.



【答案】 $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

【解析】

【分析】 由等腰直角三角形求出 $AC = BC = 1$ ， $\angle B = \angle BAC = 45^\circ$ ，进而根据旋转轨迹分类讨论，利用 30° 度所对的直角边是斜边的一半求解即可.

【详解】 解： 设直线 AB 与直线 $A'C$ 交点为 D ，

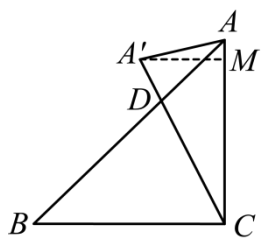
$$\because \text{等腰 } \triangle ABC \text{ 中， } \angle C = 90^\circ, \quad AB = \sqrt{2}.$$

$$\therefore AC = BC = 1, \quad \angle B = \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\because \text{将 } \triangle ABC \text{ 绕点 } C \text{ 逆时针旋转 } n^\circ \text{ (} 0 < n < 90 \text{) 得到 } \triangle A'B'C,$$

$$\therefore CA = CA' = 1,$$

①当 $\angle BDC = 75^\circ$ 时, 如图,



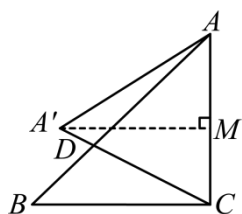
$$\therefore \angle ACD = \angle BDC - \angle BAC = 30^\circ,$$

过 A' 作 $A'M \perp AC$ 于点 M ,

$$\therefore A'M = \frac{1}{2}CA' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AA'C} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot A'M = \frac{1}{4};$$

②当 $\angle ADC = 75^\circ$ 时, 如图,



$\therefore$ 过 A' 作 $A'M \perp AC$ 于点 M ,

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore A'M \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CA'M = \angle A'CB = \angle ADC - \angle B = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CA' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A'M = \sqrt{A'C^2 - CM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AA'C} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot A'M = \frac{\sqrt{3}}{4};$$

综上, $\triangle AA'C$ 面积的值等于 $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【点睛】 本题主要考查了勾股定理、等腰直角三角形的性质、含有 30° 的直角三角形、旋转的性质等内容, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 52 分)

19. 计算: $\frac{2}{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - (2\sqrt{3}-3)^2$.

【答案】

$$\frac{40\sqrt{3}-66}{3}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的混合运算, 掌握其运算法则是关键.

先运用分母有理化, 乘法公式展开, 再根据二次根式的混合运算法则计算即可.

【详解】 解: $\frac{2}{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - (2\sqrt{3}-3)^2$

$$= \frac{2(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \left[(2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 3 + 3^2 \right]$$
$$= \frac{2-2\sqrt{3}}{1-3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - (21-12\sqrt{3})$$
$$= \sqrt{3}-1 + \frac{\sqrt{3}}{3} - 21 + 12\sqrt{3}$$
$$= 13\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 22$$
$$= \frac{40\sqrt{3}-66}{3}.$$

20. 解方程: $4x^2 - 8x - 1 = 0$.

【答案】 $x_1 = \frac{2+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程, 直接利用公式法解方程即可.

【详解】 解: $\because 4x^2 - 8x - 1 = 0$,

$$\therefore a = 4, b = -8, c = -1,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 80 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8 \pm 4\sqrt{5}}{8},$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{2 + \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{5}}{2}.$$

21. 若关于 x 的一元二次方程 $(k+2)x^2 - 4x + 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围.

【答案】 $k \leq 2$ 且 $k \neq -2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数且 $a \neq 0$) 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$, 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

根据题意得出 $\begin{cases} (-4)^2 - 4(k+2) \times 1 \geq 0 \\ k+2 \neq 0 \end{cases}$, 计算即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(k+2)x^2 - 4x + 1 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \begin{cases} (-4)^2 - 4(k+2) \times 1 \geq 0 \\ k+2 \neq 0 \end{cases},$$

解得: $k \leq 2$ 且 $k \neq -2$,

$\therefore k$ 的取值范围为 $k \leq 2$ 且 $k \neq -2$.

22. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2m - 1 = 0$.

(1) 若方程有实数根, 求 m 的取值范围.

(2) 若 x_1 、 x_2 是方程的两个根, 且 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$, 求 m 的值

【答案】 (1) $m \geq -\frac{5}{4}$

(2) 1

【解析】

【分析】 (1) 根据所给一元二次方程有实数根, 得出关于 m 的不等式, 据此可解决问题.

(2) 利用一元二次方程根与系数的关系即可解决问题.

本题主要考查了根与系数的关系及根的判别式, 熟知一元二次方程根与系数的关系及根的判别式是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2m - 1 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = [-(2m-1)]^2 - 4 \times (m^2 - 2m - 1) \times 1 \geq 0,$$

$$\text{解得 } m \geq -\frac{5}{4}.$$

【小问2详解】

解: x_1, x_2 是方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2m - 1 = 0$ 的两个根,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = 2m - 1, \quad x_1 x_2 = m^2 - 2m - 1,$$

$$\because x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 7,$$

$$\therefore (2m-1)^2 - 3(m^2 - 2m - 1) = 7,$$

整理, 得 $m^2 + 2m - 3 = 0$,

$$\text{解得 } m_1 = 1, m_2 = -3.$$

$$\text{又 } m \geq -\frac{5}{4},$$

故 $m = 1$.

23. 先化简, 再求值: $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m-4\sqrt{mn}+4n}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}}$, 其中 $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{18}$.

【答案】 $2\sqrt{m} - \sqrt{n}$, $\frac{5}{6}\sqrt{2}$

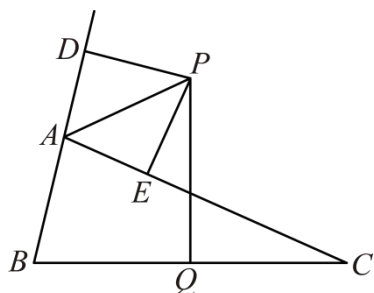
【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简求值, 分母有理化, 利用二次根式混合运算的法则将所求式子化简, 最后代入 $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{18}$ 计算即可得解, 熟练掌握运算法则是解此题的关键.

【详解】 解:
$$\begin{aligned} & \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m-4\sqrt{mn}+4n}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} \\ &= \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{(\sqrt{m}-2\sqrt{n})^2}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} \\ &= \sqrt{m} + \sqrt{n} + \sqrt{m} - 2\sqrt{n} \\ &= 2\sqrt{m} - \sqrt{n}. \end{aligned}$$

当 $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{18}$ 时, 原式 $= 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{18}} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{2}$.

24. 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle DAC$ 的平分线交 BC 边的垂直平分线 PQ 于点 P , $PD \perp AB$ 于点 D .



(1) 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E , 求证: $BD = CE$;

(2) 若 $AB = 6\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, 求 AD 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 2cm

【解析】

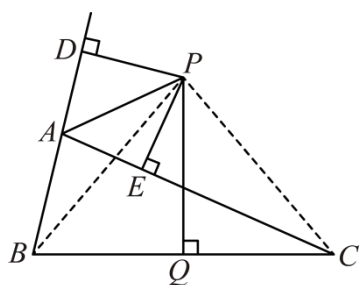
【分析】本题考查了角平分线的性质, 垂直平分线的性质, 全等三角形的性质与判定;

(1) 连接 PB , PC , 根据垂直平分线的性质得出 $PB = PC$, 进而证明 $\text{Rt}\triangle BDP \cong \text{Rt}\triangle CEP(\text{HL})$, 根据全等三角形的性质即可得证;

(2) 设 $AD = x\text{cm}$, 证明 $\text{Rt}\triangle PDA \cong \text{Rt}\triangle PEA(\text{HL})$, 得出 $AE = AD = x\text{cm}$, 进而可得 $CE = (10 - x)\text{cm}$, 根据 $BD = CE$, 建立方程, 解方程, 即可求解.

【小问 1 详解】

证明: 连接 PB , PC ,



$\because AP$ 平分 $\angle DAC$, $PD \perp AB$, $PE \perp AC$

$\therefore PD = PE$

$\because PQ$ 垂直平分 BC

$\therefore PB = PC$

在 $\text{Rt}\triangle BDP$ 和 $\text{Rt}\triangle CEP$ 中,

$$\begin{cases} PB = PC \\ PD = PE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BDP \cong \text{Rt}\triangle CEP (\text{HL}),$$

$$\therefore BD = CE;$$

【小问 2 详解】

解： 设 $AD = x\text{cm}$

$$\because AB = 6\text{cm}, AC = 10\text{cm},$$

$$\therefore BD = AD + AB = (x + 6)\text{cm}$$

由 (1) 知, 在 $\text{Rt}\triangle PDA$ 和 $\text{Rt}\triangle PEA$ 中,

$$\begin{cases} PD = PE \\ PA = PA \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PDA \cong \text{Rt}\triangle PEA (\text{HL}),$$

$$\therefore AE = AD = x\text{cm}$$

$$\therefore CE = AC - AE = (10 - x)\text{cm}$$

$$\because BD = CE$$

$$\therefore 6 + x = 10 - x$$

解得 $x = 2$

$$\therefore AD = 2\text{cm}$$

25. 公安交警部门提醒市民, 骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定, 某头盔经销商统计了某品牌头盔 4 月份到 6 月份的销量, 该品牌头盔 4 月份销售 150 个, 6 月份销售 216 个, 且从 4 月份到 6 月份销售量的月增长率相同.

(1) 求该品牌头盔销售量的月增长率;

(2) 若此种头盔的进价为 30 元/个, 测算在市场中, 当售价为 40 元/个时, 月销售量为 600 个, 若在此基础上售价每上涨 1 元/个, 则月销售量将减少 10 个, 为使月销售利润达到 10000 元, 而且尽可能让顾客得到实惠, 则该品牌头盔的实际售价应定为多少元/个?

【答案】(1) 该品牌头盔销售量的月增长率为 20%

(2) 该品牌头盔的实际售价应定为 50 元/个

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的实际应用, 找准等量关系, 正确的列出方程, 是解题的关键:

(1) 设该品牌头盔销售量的月增长率为 x ，根据 4 月份销售 150 个，6 月份销售 216 个，列出方程进行求解即可；

(2) 设该品牌头盔的实际售价应定为 m 元/个，根据总利润等于单件利润乘以销量，列出方程进行求解即可。

【小问 1 详解】

解：设该品牌头盔销售量的月增长率为 x ，由题意，得： $150(1+x)^2 = 216$ ，

解得： $x = 0.2 = 20\%$ 或 $x = -2.2$ （舍去）；

答：该品牌头盔销售量的月增长率为 20%；

【小问 2 详解】

设该品牌头盔的实际售价应定为 m 元/个，由题意，得：

$$(m-30)[600-10(m-40)] = 10000,$$

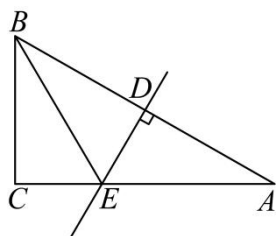
解得： $m_1 = 50, m_2 = 80$ ，

$\therefore$ 尽可能让顾客得到实惠，

$\therefore m = 50$ ；

答：该品牌头盔的实际售价应定为 50 元/个。

26. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，点 D 是斜边 AB 中点，作 $DE \perp AB$ ，交直线 AC 于点 E 。



(1) 若 $\angle A = 30^\circ$ ，求线段 CE 的长；

(2) 当点 E 在线段 AC 上时，设 $BC = \sqrt{x}$ ， $CE = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式；

(3) 若 $CE = 2$ ，求 BC 的长。

【答案】(1) 2 (2) $y = -\frac{1}{12}x + 3 (0 \leq x \leq 36)$

(3) $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{15}$

【解析】

【分析】(1) 根据点 D 是斜边 AB 中点， $DE \perp AB$ ，得到 DE 是线段 AB 的垂直平分线，于是得到 $EA = EB$ ， $\angle EBA = \angle A$ ，结合 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，得到 $\angle CBA = 60^\circ$ ， $\angle EBA = \angle A = \angle CBE = 30^\circ$ ，于是得到 $EA = EB = 2CE$ ，根据 $AC = 6$ 得线段 $CE + EA = AC = 6$ ，解答即可；

(2) 根据题意, 得 $EA = EB$, 且 $BC = \sqrt{x}$, $CE = y$, 结合 $CE + EA = AC = 6$, 得到

$EA = EB = 6 - CE = 6 - y$, 利用勾股定理, 解答即可;

(3) 根据 $CE = 2$, 分点 E 在 AC 上或延长线上, 得到 $EA = EB = 6 - CE = 4$ 或 $EA = EB = 6 + CE = 8$, 利用勾股定理求 BC 的长.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 D 是斜边 AB 中点, $DE \perp AB$,

$\therefore DE$ 是线段 AB 的垂直平分线,

$\therefore EA = EB$, $\angle EBA = \angle A$,

$\therefore \angle A = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBA = 60^\circ$, $\angle EBA = \angle A = \angle CBE = 30^\circ$,

$\therefore EA = EB = 2CE$,

$\therefore AC = 6$,

$\therefore CE + EA = AC = 6$,

$\therefore CE + 2CE = 6$,

解得 $CE = 2$.

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 D 是斜边 AB 中点, $DE \perp AB$,

$\therefore DE$ 是线段 AB 的垂直平分线,

$\therefore EA = EB$,

$\because BC = \sqrt{x}$, $CE = y$, $CE + EA = AC = 6$,

$\therefore EA = EB = 6 - CE = 6 - y$,

根据勾股定理, 得 $(6 - y)^2 = (\sqrt{x})^2 + y^2$,

解得 $y = -\frac{1}{12}x + 3$.

故 y 关于 x 的函数解析式 $y = -\frac{1}{12}x + 3 (0 \leq x \leq 36)$.

【小问 3 详解】

解: 如图 2, 当点 E 在 AC 上,

$\therefore CE = 2$,

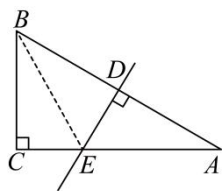


图2

$$\therefore EA = EB = 6 - CE = 4,$$

$$\therefore BC = \sqrt{EB^2 - CE^2} = 2\sqrt{3}.$$

故 BC 的长为 $2\sqrt{3}$.

如图 3, 当点 E 在 AC 的延长线上,

$$\therefore CE = 2,$$

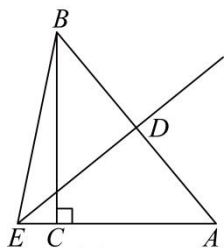


图3

$$\therefore EA = EB = 6 + CE = 8,$$

$$\therefore BC = \sqrt{EB^2 - CE^2} = 2\sqrt{15}.$$

故 BC 的长为 $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{15}$.

【点睛】 本题考查了线段垂直平分线的判定和性质，勾股定理，直角三角形的性质，函数的应用，熟练掌握勾股定理，直角三角形的性质，线段垂直平分线的判定和性质是解题的关键.