

2025-2026 学年八年级数学上学期第三次月考卷

提升卷·全解全析

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版 2024 八年级上册 19.1~22.1。

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上.)

1. 下列代数式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{a^2b}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\sqrt{a^2-b^2}$ D. $\sqrt{0.7}$

【答案】C

【分析】根据最简二次根式的定义判断即可.

本题考查了最简二次根式, 熟练掌握定义是解题的关键.

【详解】A. $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, 不符合题意;

B. $\sqrt[3]{2}$, 不是二次根式, 不符合题意;

C. $\sqrt{a^2-b^2}$, 符合题意;

D. $\sqrt{0.7} = \sqrt{\frac{7}{10}} = \frac{\sqrt{70}}{10}$, 不符合题意;

故选: C.

2. 将一元二次方程 $x^2 - 8x - 5 = 0$ 化成 $(x+a)^2 = b$ (a 、 b 为常数) 的形式, 则 a 、 b 的值分别是 ()

- A. -4, 21 B. -4, 11 C. 4, 21 D. 4, 11

【答案】A

【分析】本题考查了配方法解一元二次方程.

通过配方法将方程左边化为完全平方式, 比较系数确定 a 和 b 的值.

【详解】解: $x^2 - 8x - 5 = 0$,

$$x^2 - 8x = 5,$$

$$x^2 - 8x + 16 = 5 + 16,$$

$$(x-4)^2 = 21,$$

可得 $a = -4$, $b = 21$,

故选: A.

3. 下列计算正确的是 ()

A. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5$

B. $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$

C. $5\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{6}$

D. $\sqrt{4\frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】B

【分析】本题主要考查了二次根式的加法运算法则，二次根式的除法运算法则，二次根式的乘法运算法则，分母有理化等知识点，灵活运用相关运算法则是解题的关键。根据二次根式的加法运算法则、二次根式的除法运算法则、二次根式的乘法运算法则、分母有理化逐项判断即可解答。

【详解】解: A.由 $2\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{2}$ 不能合并, 则 A 选项错误;

B.由 $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{8 \div 2} = \sqrt{4} = 2$, 故 B 选项符合题意;

C. 由 $5\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 25\sqrt{6}$, 故 C 选项不符合题意;

D.由 $\sqrt{4\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 故 D 项不符合题意.

故选: B.

4. 下列说法正确的是 ()

A. 实数可分为有理数和无理数

B. $\sqrt{4}$ 的平方根是 ± 2

C. 数轴上的点与有理数一一对应

D. 无理数与无理数的和一定是无理数

【答案】A

【分析】本题考查实数的分类、平方根、数轴表示以及无理数的性质, 掌握基本概念是解题关键. 根据实数的分类、平方根的定义、数轴的性质以及无理数的性质进行判断.

【详解】解: A、实数包括有理数和无理数, 这是实数的标准分类, 故 A 正确, 符合题意;

B、 $\sqrt{4} = 2$, 2 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$, 不是 ± 2 , 故 B 错误, 不符合题意;

C、数轴上的点与实数一一对应，而不是仅与有理数对应，故 C 错误，不符合题意；

D、无理数与无理数的和不一定是无理数，例如 $\pi + (-\pi) = 0$ 为有理数，故 D 错误，不符合题意。

故选：A.

5. 下列命题正确的是 ()

A. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $BC = \frac{1}{2}AC$ ，则 $\angle A = 30^\circ$

B. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = \frac{1}{2}AB$ ，则 $\angle A = 30^\circ$

C. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $BC = \frac{1}{2}AB$ ，则 $\angle A = 30^\circ$

D. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ ，则 $AC = \frac{1}{2}BC$

【答案】C

【分析】本题考查了 30° 角的直角三角形的性质及其逆定理，熟练掌握知识点是解题的关键。在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半，逆定理为：在直角三角形中，一个锐角所对的直角边为斜边的一半，那么这个锐角为 30° 。据此分析即可。

【详解】解：A、AC 不是斜边，故不能用 30° 角的直角三角形的逆定理判断，故不符合题意；

B、不知哪个角为直角，故错误，不符合题意；

C、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = \frac{1}{2}AB$ ，则 $\angle A = 30^\circ$ ，符合 30° 角的直角三角形的逆定理，符合题意；

D、应为 $AC = \frac{1}{2}AB$ ，故错误，不符合题意，

故选：C.

6. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + n = 0$ ，下列说法：①若 $m - 2n = 1$ ，则方程一定有两个不相等的实数根；

②若 $m^2 - 2n < 0$ ，则方程没有实数根；③若 n 是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一个根，则 $m + n = -1$ ；④若 $x = t (t \neq 0)$

是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一个根，则 $x = -\frac{1}{t}$ 是方程 $nx^2 - mx + 1 = 0$ 的一个根。正确的是 ()。

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①②④

【答案】D

【分析】本题考查一元二次方程的根的判别式、根的定义及根与系数的关系。①通过判别式 $\Delta > 0$ 判断有两个不相等的实根；②由条件推导 $\Delta < 0$ ，判断无实根；③代入根后得出 $n = 0$ 或 $m + n = -1$ ，不一定成立；④代入根后验证等式成立。

【详解】解：① $\because m - 2n = 1$,

$\therefore m = 2n + 1$,

$$\therefore \Delta = m^2 - 4n = (2n+1)^2 - 4n = 4n^2 + 4n + 1 - 4n = 4n^2 + 1 > 0,$$

$\therefore$ 方程一定有两个不相等的实数根，故①正确；

$$\textcircled{2} \because m^2 - 2n < 0,$$

$$\therefore m^2 < 2n,$$

$$\text{又} \because m^2 \geq 0,$$

$$\therefore 2n > 0, \quad n > 0,$$

$$\therefore \Delta = m^2 - 4n < 2n - 4n = -2n < 0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根，故②正确；

$$\textcircled{3} \text{ 若 } n \text{ 是方程 } x^2 + mx + n = 0 \text{ 的根，则 } n^2 + mn + n = 0, \text{ 即 } n(n+m+1) = 0,$$

$$\therefore n = 0 \text{ 或 } m + n = -1,$$

$\therefore m + n = -1$ 不一定成立，故③错误；

$$\textcircled{4} \text{ 若 } x = t (t \neq 0) \text{ 是方程 } x^2 + mx + n = 0 \text{ 的根，则 } t^2 + mt + n = 0,$$

$$\text{除以 } t^2 \text{ 得: } 1 + \frac{m}{t} + \frac{n}{t^2} = 0,$$

$$\text{代入 } x = -\frac{1}{t} \text{ 到方程 } nx^2 - mx + 1 = 0 \text{ 得 } \frac{1}{t^2}n - m\left(-\frac{1}{t}\right) + 1 = \frac{n}{t^2} + \frac{m}{t} + 1 = 0,$$

$$\therefore x = -\frac{1}{t} \text{ 是方程 } nx^2 - mx + 1 = 0 \text{ 的一个根，故④正确.}$$

综上，① ② ④正确，

故选：D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分.)

$$7. -\frac{8}{27} \text{ 立方根是 } \underline{\quad}.$$

$$\text{【答案】 } -\frac{2}{3}$$

【分析】此题考查了立方根的定义，熟练掌握立方根的定义是解答问题的关键.

如果一个数的立方等于 a ，这个数叫做 a 的立方根，根据立方根的定义求解即可.

$$\text{【详解】解: } -\frac{8}{27} \text{ 立方根是 } -\frac{2}{3},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{2}{3}.$$

8. 比较大小 (用“>”、“<”、“=”连接): $-3\sqrt{3}$ _____ $-\sqrt{28}$.

【答案】 >

【分析】 本题考查了二次根式的大小比较, 通过比较两个负数的绝对值大小, 绝对值大的负数反而小, 即可得解, 熟练掌握此知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】 解: $\because 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$, $27 < 28$,

$$\therefore 3\sqrt{3} < \sqrt{28},$$

$$\therefore -3\sqrt{3} > -\sqrt{28},$$

故答案为: >.

9. 计算: $\sqrt{(3-\pi)^2} =$ _____.

【答案】 $\pi-3$

【分析】 本题考查了二次根式性质、绝对值代数意义等知识, 熟记二次根式性质是解决问题的关键. 先由二次根式性质化简, 再由绝对值代数意义去绝对值即可得到答案.

【详解】 解: $\sqrt{(3-\pi)^2} = |3-\pi| = \pi-3$,

故答案为: $\pi-3$.

10. 若关于 x 的方程 $(k-4)x^{|k|-2} + (2k-3)x + 4 = 0$ 是一元二次方程, 则 $k =$ _____.

【答案】

-4

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义, 能熟记一元二次方程的定义是解此题的关键, 只含有一个未知数, 并且所含未知数的项的最高次数是 2 的整式方程, 叫一元二次方程.

根据一元二次方程的定义得出 $k-4 \neq 0$ 且 $|k|-2=2$, 再求出 k 即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $(k-4)x^{|k|-2} + (2k-3)x + 4 = 0$ 是一元二次方程,

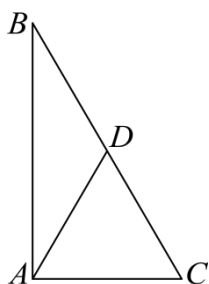
$$\therefore k-4 \neq 0 \text{ 且 } |k|-2=2,$$

$$\therefore k \neq 4, \quad k = \pm 4,$$

因此 $k = -4$,

故答案为: -4.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是 BC 边上的中线, 且 $BC + AD = 18$, 则 BC 的长为_____.



【答案】12

【分析】本题考查了直角三角形斜边上的中线是斜边的一半，掌握直角三角形的性质是解题的关键，根据直角三角形的性质可知 $AD = \frac{1}{2}BC$ ，再根据已知条件即可解答.

【详解】解：∵在 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

∴ ABC 是直角三角形，

∵ AD 是 BC 边上的中线，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BC + AD = 18,$$

$$\therefore \frac{3}{2}BC = 18,$$

$$\therefore BC = 12,$$

即 BC 的长为12，

故答案为：12.

12. 某校八年级举行足球比赛，每个班级都要和其他班级比赛一次，结果一共进行了15场比赛，设八年级共有 x 个班级，那么列出方程是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}x(x-1)=15$

【分析】本题考查了一元二次方程的应用，熟练掌握列方程的基本要领是解题的关键. 设有 x 个班级参赛，每两班之间赛一场，总比赛场数为所有可能的组合数. 每个班需与其他 $(x-1)$ 个班比赛，但每场比赛被计算了两次，因此总场数为 $\frac{1}{2}x(x-1)$ ，根据总场数为15，列出方程即可.

【详解】解：设共有 x 个班参赛，根据题意，得 $\frac{1}{2}x(x-1)=15$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}x(x-1)=15$.

13. 已知 $m = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ ， n 是 m 的小数部分. 则 $m^3 - 2m^2 + n^2 + \frac{1}{n^2} =$ _____.

【答案】 $7+\sqrt{2}$

【分析】本题考查无理数的估算，分母有理化，先根据分母有理化化简 m ，然后根据无理数的估算求出 n ，再代入代数式计算解答即可。

【详解】解： $m = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$ ，

$$\therefore 1 < \sqrt{2} < 2,$$

$$\therefore 2 < \sqrt{2}+1 < 3,$$

$$\therefore n = \sqrt{2}+1-2 = \sqrt{2}-1,$$

$$\begin{aligned} & \therefore m^3 - 2m^2 + n^2 + \frac{1}{n^2} \\ &= m^2(m-2) + (n + \frac{1}{n})^2 - 2 \\ &= (\sqrt{2}+1)^2(\sqrt{2}+1-2) + (\sqrt{2}-1 + \frac{1}{\sqrt{2}-1})^2 - 2 \\ &= 3\sqrt{2}-3+4-2\sqrt{2}+8-2 \\ &= 7+\sqrt{2}, \end{aligned}$$

故答案为： $7+\sqrt{2}$ 。

14. 已知 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $2x^2 - x - 6 = 0$ 的两个实数根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值是_____

【答案】 $\frac{25}{4}$

【分析】本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是掌握如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1 ， x_2 ，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ 。

根据一元二次方程根与系数的关系，先求出两根之和与两根之积，再通过恒等式 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ 计算所求值。

【详解】解：对于一元二次方程 $2x^2 - x - 6 = 0$ ，其中 $a = 2$ ， $b = -1$ ， $c = -6$ ，

根据根与系数的关系，有：

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{2} = -3,$$

$$\text{则 } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times (-3) = \frac{1}{4} + 6 = \frac{1}{4} + \frac{24}{4} = \frac{25}{4},$$

故答案为： $\frac{25}{4}$ 。

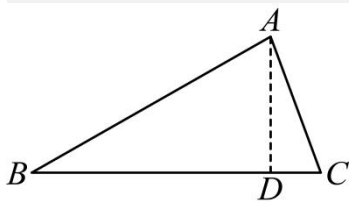
15. 已知 AD 是 ABC 的高, $\angle B = 35^\circ$, $\angle CAD = 20^\circ$, $\angle BAC$ 的度数是_____.

【答案】 35° 或 75°

【分析】 本题考查了直角三角形两锐角互余, 三角形内角和.

分高 AD 在 ABC 的内部和外部两种情况讨论求解即可.

【详解】 解: 当高 AD 在 ABC 内部时,



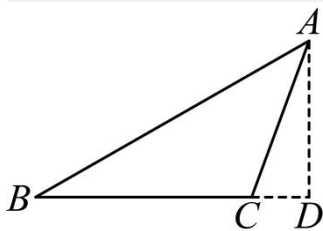
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle B = 35^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$,

由直角三角形两锐角互余, 得 $\angle BAD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$,

又 $\angle CAD = 20^\circ$,

所以 $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$;

当高 AD 在 ABC 外部时,



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 35^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$,

由直角三角形两锐角互余, 得 $\angle BAD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$,

又 $\angle CAD = 20^\circ$,

所以 $\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 55^\circ - 20^\circ = 35^\circ$.

故答案为: 35° 或 75° .

16. 已知 $\sqrt{5.217} \approx 2.284$, $\sqrt{521.7} \approx 22.84$, 那么 $-\sqrt{52170} \approx$ _____.

【答案】 -228.4

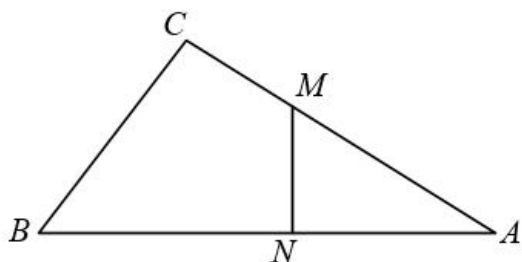
【分析】 本题考查了与算术平方根有关的规律题. 通过观察已知条件, 利用平方根的性质, 被开方数扩大 10000 倍, 平方根扩大 100 倍, 将所求式子转化为已知近似值的形式, 据此进行分析, 即可作答.

【详解】 解: $\because \sqrt{5.217} \approx 2.284$,

$\therefore -\sqrt{52170} = -\sqrt{5.217 \times 10000} = -\sqrt{5.217} \times 100 \approx -2.284 \times 100 = -228.4$,

故答案为：-228.4.

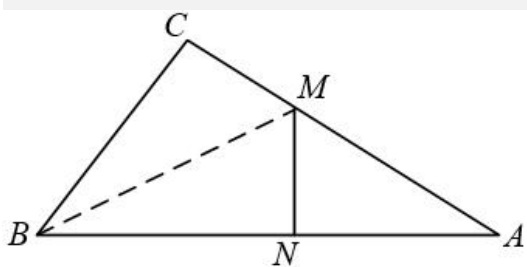
17. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， MN 是 AB 的中垂线， $\angle A = 30^\circ$ ， $AM = 10\text{cm}$ ，则 $CM = \underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$.



【答案】5

【分析】连接 BM ，根据垂直平分线的性质可得 $MB = MA$ ，进而根据含 30° 度角的直角三角形的性质即可求得 MC 的长.

【详解】如图，连接 BM



$\because MN$ 是 AB 的中垂线， $\angle A = 30^\circ$ ， $AM = 10\text{cm}$ ，

$\therefore MB = MA = 10$

$\therefore \angle MBA = \angle A = 30^\circ$

$\therefore \angle CMB = \angle MBA + \angle A = 60^\circ$

$\because \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle CBM = 30^\circ$

$\therefore CM = \frac{1}{2}BM = 5$

故答案为：5

【点睛】本题考查了垂直平分线的性质，含 30° 度角的直角三角形的性质，掌握垂直平分线的性质是解题的关键.

18. 我们定义：如果一个数的平方等于 -1 ，记作 $i^2 = -1$ ，那么这个 i 就叫做虚数单位. 虚数与我们学过的实数合在一起叫做复数. 一个复数可以表示为 $a + bi$ （ a, b 均为实数）的形式，其中 a 叫做它的实部， b 叫做它的虚部. 复数的加、减、乘的运算与我们学过的整式加、减、乘的运算类似.

例如计算： $(6 + i) + (2 - 3i) = (6 + 2) + (i - 3i) = 8 - 2i$.

根据上述材料，将 $\frac{3+i}{2-i}$ 化为 $a+bi$ (a, b 均为实数) 的形式 (即化为分母中不含 i 的形式) _____.

【答案】 $1+i$

【分析】 此题考查了新定义运算. 分子分母同乘以 $(2+i)$ 后, 把分母化为不含 i 的数后计算.

【详解】 解: $\frac{3+i}{2-i} = \frac{(3+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{6+5i+i^2}{4-i^2} = \frac{5+5i}{5} = 1+i$.

故答案为: $1+i$.

三、解答题: (本大题共 11 题, 共 78 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

19. 计算:

(1) $\sqrt[3]{-64} + \sqrt{(-4)^2} + |2 - \sqrt{5}|$;

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} + 6\sqrt{\frac{x}{4}}$.

【答案】 (1) $\sqrt{5} - 2$

(2) $3\sqrt{x}$

【分析】 本题考查了实数的混合运算, 二次根式的加减运算, 解题的关键是熟练掌握运算法则.

(1) 分别计算立方根和算术平方根以及化简绝对值, 再进行加减计算;

(2) 先化简二次根式, 再进行合并即可.

【详解】 (1) 解: $\sqrt[3]{-64} + \sqrt{(-4)^2} + |2 - \sqrt{5}|$

$$= -4 + 4 + \sqrt{5} - 2$$

$$= \sqrt{5} - 2.$$

(2) 解: $\frac{2}{3}\sqrt{9x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} + 6\sqrt{\frac{x}{4}}$

$$= 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x}$$

$$= 3\sqrt{x}.$$

20. 选择适当的方法解方程

(1) $(2x-1)^2 - 9 = 0$

(2) $4(2x-1)^2 - 25(x+1)^2 = 0$

$$(3) 3x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$(4) x^2 + 25 = -10x$$

【答案】 (1) $x_1 = 2$, $x_2 = -1$

(2) $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -7$

(3) $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{1}{3}$;

(4) $x_1 = x_2 = -5$

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，利用直接开平方法、公式法、因式分解法求解是解题的关键.

(1) 利用直接开平方法计算即可；

(2) 利用因式分解法计算即可；

(3) 利用公式法计算即可；

(4) 利用因式分解法计算即可；

【详解】 (1) $(2x-1)^2 - 9 = 0$,

$$(2x-1)^2 = 9,$$

$$2x-1 = \pm 3,$$

$$2x_1 - 1 = 3, \quad 2x_2 - 1 = -3,$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -1;$$

(2) $4(2x-1)^2 - 25(x+1)^2 = 0$,

$$(4x-2+5x+5)(4x-2-5x-5) = 0,$$

$$(9x+3)(-x-7) = 0,$$

$$9x_1 + 3 = 0, \quad -x_2 - 7 = 0,$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = -7;$$

(3) $3x^2 + 8x - 3 = 0$,

$$a = 3, \quad b = 8, \quad c = -3,$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 64 + 36 = 100,$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm 10}{6} = \frac{-4 \pm 5}{3},$$

$$x_1 = \frac{-4-5}{3} = -3, \quad x_2 = \frac{-4+5}{3} = \frac{1}{3};$$

$$(4) \quad x^2 + 25 = -10x,$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0,$$

$$(x+5)^2 = 0,$$

$$x_1 = x_2 = -5.$$

21. 将下列循环小数化为分数.

$$(1) 0.\dot{3};$$

$$(2) 0.\dot{2}\dot{1};$$

$$(3) 0.3\dot{6};$$

$$(4) 0.3\dot{2}\dot{1}.$$

【答案】 (1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{7}{33}$

(3) $\frac{11}{30}$

(4) $\frac{53}{165}$

【分析】 (1) 根据纯循环小数化分数的方法化为分数即可;

(2) 根据纯循环小数化分数的方法化为分数即可;

(3) 根据混循环小数化分数的方法化为分数即可;

(4) 根据混循环小数化分数的方法化为分数即可.

【详解】 (1) $0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(2) $0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$

(3) $0.3\dot{6} = \frac{36-3}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$

(4) $0.3\dot{2}\dot{1} = \frac{321-3}{990} = \frac{318}{990} = \frac{53}{165}$

【点睛】 本题考查循环小数化为分数的方法. 纯循环小数的循环节有几位, 就在分母上写几个 9, 以循环节做分子; 混循环小数的循环节有几位, 就在分母上写几个 9, 循环节之前有几位, 就在后面再补几个 0 做分母, 用从小数点后面第一位开始到第一个循环位结束时的数字组成的数减去第一个循环节前面的数字组成的数做分子.

22. 先化简，再求值： $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m-4\sqrt{mn}+4n}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}}$ ，其中 $m=\frac{1}{2}$ ， $n=\frac{1}{18}$ 。

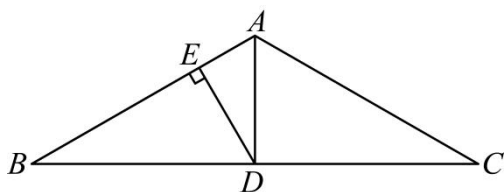
【答案】 $2\sqrt{m}-\sqrt{n}$ ， $\frac{5}{6}\sqrt{2}$

【分析】 本题考查了二次根式的化简求值，分母有理化，利用二次根式混合运算的法则将所求式子化简，最后代入 $m=\frac{1}{2}$ ， $n=\frac{1}{18}$ 计算即可得解，熟练掌握运算法则是解此题的关键。

【详解】 解：
$$\begin{aligned} & \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m-4\sqrt{mn}+4n}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} \\ &= \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{(\sqrt{m}-2\sqrt{n})^2}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} \\ &= \sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{m}-2\sqrt{n} \\ &= 2\sqrt{m}-\sqrt{n}. \end{aligned}$$

当 $m=\frac{1}{2}$ ， $n=\frac{1}{18}$ 时，原式 $= 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{18}} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{2}$ 。

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ， D 是 BC 的中点， $DE \perp AB$ 于点 E 。



(1) 求 $\angle B$ 的度数；

(2) 若 $AE=2\text{cm}$ ，求 AB 的长。

【答案】 (1) $\angle B=30^\circ$

(2) $AB=8\text{cm}$

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质，含 30° 角的直角三角形的性质，解题的关键是熟练掌握相关的判定和性质。

(1) 根据等腰三角形的性质进行求解即可；

(2) 根据含 30° 角的直角三角形的性质，求出结果即可。

【详解】 (1) 解： $\because AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ ；

(2) 解： $\because DE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AED = 90^\circ,$$

$\because$ 点 D 为 BC 的中点,

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 2AE = 4\text{cm},$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2AD = 8\text{cm}.$$

24. 【阅读】除了用分母有理化, 我们还可以这样化简 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \text{ 我们把这样的化简方法叫作“二次根式的因式分解法”}.$$

【完成任务】

(1) 如果二次根式 $\frac{A}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}$ 能用“二次根式的因式分解法”化简, 请写出一个 A 的值, 并将 $\frac{A}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}$ 用“二次根式的因式分解法”进行化简;

(2) 用“二次根式的因式分解法”化简 $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$ (其中 $m > 0$ 、 $n > 0$).

【答案】(1) $A=3$ (答案不唯一), 化简结果为 $2\sqrt{2}+\sqrt{5}$

$$(2) \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

【分析】本题考查平方差公式, 二次根式的化简, 掌握知识点是解题的关键.

(1) 取 $A=3$, 再根据二次根式的因式分解法进行化简即可;

(2) 根据二次根式的因式分解法进行化简即可.

【详解】(1) 解: 当 $A=3$ 时,

$$\begin{aligned} & \frac{A}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{8-5}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{8}+\sqrt{5}) \times (\sqrt{8}-\sqrt{5})}{\sqrt{8}-\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$= 2\sqrt{2} + \sqrt{5} ;$$

$$(2) \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$$

$$= \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$$

$$= \sqrt{m} + \sqrt{n} .$$

25. 【综合与探究】

已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个不相等的实数根.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 7$, 求 m 的值;

(3) 已知等腰 ABC 的一边长为 7, 若 x_1, x_2 恰好是 ABC 的另外两边长, 求这个三角形的周长.

【答案】(1) $m > 2$;

(2) 3 ;

(3) 17 .

【分析】 本题考查了一元二次方程根的判别式, 根与系数的关系, 等腰三角形的定义, 三角形三边关系等知识点, 熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 利用一元二次方程根的判别式即可求解;

(2) 利用一元二次方程根与系数的关系即可求解;

(3) 由题意得 $x_1 \neq x_2$ 时, 故只能取 $x_1 = 7$ 或 $x_2 = 7$, 即 7 是方程的一个根, 然后代入方程求出 m 的值, 再通过三角形三边关系进行判断即可.

【详解】(1) 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = [-2(m+1)]^2 - 4(m^2 + 5)$$

$$= 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 20$$

$$= 8m - 16 > 0 ,$$

$$\therefore m > 2 ;$$

(2) 解: $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个不相等的实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 x_2 = m^2 + 5 ,$$

$$\therefore (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 7,$$

$$\therefore x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = 6,$$

$$\therefore m^2 + 5 - 2(m + 1) = 6, \text{ 整理得: } m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\text{解得: } m_1 = 3, \quad m_2 = -1,$$

由 (1) 得 $m > 2$,

$$\therefore m = 3;$$

(3) 解: 由题意得 $x_1 \neq x_2$ 时,

$\therefore$ 只能取 $x_1 = 7$ 或 $x_2 = 7$, 即 7 是方程的一个根,

$$\text{将 } x = 7 \text{ 代入得: } 49 - 14(m + 1) + m^2 + 5 = 0,$$

$$\text{解得: } m = 4 \text{ 或 } m = 10,$$

当 $m = 4$ 时, 得 $x^2 - 10x + 21 = 0$, 方程的另一个根为 3, 此时三角形三边分别为 7, 7, 3, 周长为 17;

当 $m = 10$ 时, 得 $x^2 - 22x + 105 = 0$, 方程的另一个根为 15, 此时不能构成三角形,

故三角形的周长为 17.

26. 某超市于今年年初以每件 25 元的进价购进一批商品. 当商品售价为 40 元时, 一月份销售 256 件. 二、三月该商品十分畅销. 销售量持续走高, 在售价不变的基础上, 三月份的销售量达到 400 件. 设二、三这两个月的月平均增长率不变.

(1) 求二、三这两个月的月平均增长率;

(2) 从四月份起, 超市决定采用降价促销的方式回馈顾客, 经调查发现, 该商品每降价 1 元, 销售量在 400 件的基础上增加 5 件, 当商品降价多少元时, 超市获利 4250 元?

【答案】 (1) 二、三这两个月的月平均增长率为 25%;

(2) 当商品降价 5 元时, 商场获利 4250 元.

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

(1) 设二、三这两个月的月平均增长率为 x , 利用该商品三月份的销售量 = 该商品一月份的销售量 $\times (1 + \text{二、三这两个月的月平均增长率})^2$, 列出一元二次方程, 解之取其符合题意的值即可;

(2) 设商品降价 y 元, 则每件的销售利润为 $(40 - y - 25)$ 元, 月销售量为 $(400 + 5y)$ 件, 根据超市获利 4250 元, 列出一元二次方程, 解之取其符合题意的值即可.

【详解】 (1) 解: 设二、三这两个月的月平均增长率为 x ,

根据题意得： $256(1+x)^2 = 400$ ，

解得： $x_1 = 0.25 = 25\%$ ， $x_2 = -2.25$ （不符合题意，舍去），

答：二、三这两个月的月平均增长率为 25% ；

(2) 解：设商品降价 y 元，则每件的销售利润为 $(40 - y - 25)$ 元，月销售量为 $(400 + 5y)$ 件，

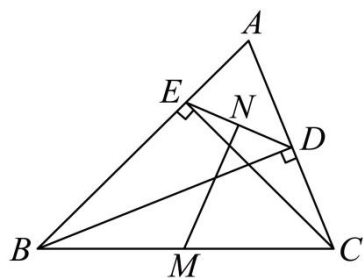
根据题意得： $(40 - y - 25)(400 + 5y) = 4250$ ，

整理得： $y^2 + 65y - 350 = 0$ ，

解得： $y_1 = 5$ ， $y_2 = -70$ （不符合题意，舍去），

答：当商品降价 5 元时，超市获利 4250 元。

27. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $BD \perp AC$ 于 D ， $CE \perp AB$ 于 E ， M ， N 分别是 BC ， DE 的中点。



(1) 求证： $MN \perp DE$ ；

(2) 若 $BC = 10$ ， $DE = 6$ ，求 $\triangle MDE$ 的周长。

【答案】(1) 见解析

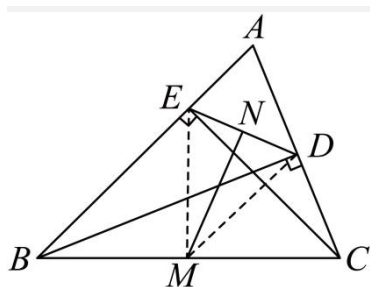
(2) 16

【分析】 本题综合考查了直角三角形斜边上的中线定理；

(1) 由直角三角形，线段中点的条件和定理“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”得到辅助线作法，连接 ME 、 MD ，进而得到等腰三角形，再根据定理“三线合一”即可证明 $MN \perp DE$ 。

(2) 根据“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”可得 $DM = EM = \frac{1}{2}BC = 5$ ，根据三角形的周长公式即可求解。

【详解】 (1) 证明：如图，连接 ME 、 MD ，



$\therefore BD \perp AC$,

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore M$ 是 BC 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}BC$$

同理可得 $EM = \frac{1}{2}BC$,

$$\therefore DM = EM$$

$\therefore N$ 是 DE 的中点,

$$\therefore MN \perp DE;$$

(2) $\therefore BC = 10, ED = 6$,

$$\therefore DM = EM = \frac{1}{2}BC = 5,$$

$\therefore \triangle MDE$ 的周长为 $MD + ME + DE = 5 + 5 + 6 = 16$.

28. 如图 1, 由 5 个边长为 1 的小正方形组成的长方形, 通过剪拼可以拼成一个正方形 $ABCD$.

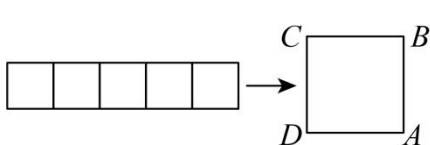


图 1

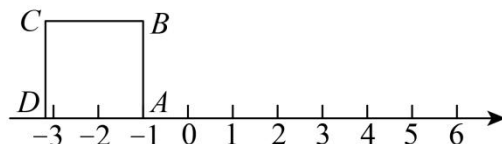


图 2

(1) 正方形 $ABCD$ 的边长 AB 的长在两个连续整数_____和_____之间;

(2) 如图 2, 纸片上有数轴, 把图 1 中的正方形 $ABCD$ 放到数轴上, 使得点 A 与 -1 重合, 点 D 在数轴上表示的数是_____;

(3) 在 (2) 的基础上以数 2 对应的点为折叠点, 将数轴向右对折, 则点 D 与数_____对应的点重合.

【答案】 (1) 2, 3

(2) $-1 - \sqrt{5}$

(3) $5 + \sqrt{5}$

【分析】 本题考查了实数与数轴, 算术平方根, 无理数的估算, 读懂题意是解题的关键.

(1) 根据题意可求出正方形 $ABCD$ 的面积, 进而得到正方形的边长, 再利用夹逼法即可求出其范围;

(2) 根据点 A 表示的数和正方形的边长即可得到点 D 表示的数；

(3) 设点 D 与数 x 对应的点重合，根据对折可得， $\frac{-1-\sqrt{5}+x}{2}=1=2$ ，即可求解。

【详解】(1) 解：由题意得，正方形 $ABCD$ 的面积为： $5 \times (1 \times 1) = 5$ ，

$\therefore$ 边长为： $\sqrt{5}$ ，

$\because \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ，

$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3$ ，

$\therefore AB$ 的长在 2 和 3 之间；

故答案为：2，3；

(2) 解：把图 1 中的正方形 $ABCD$ 放到数轴上，使得点 A 与 -1 重合，则点 D 在数轴上表示的数为： $-1-\sqrt{5}$ ；

故答案为： $-1-\sqrt{5}$ ；

(3) 解：设点 D 与数 x 对应的点重合，

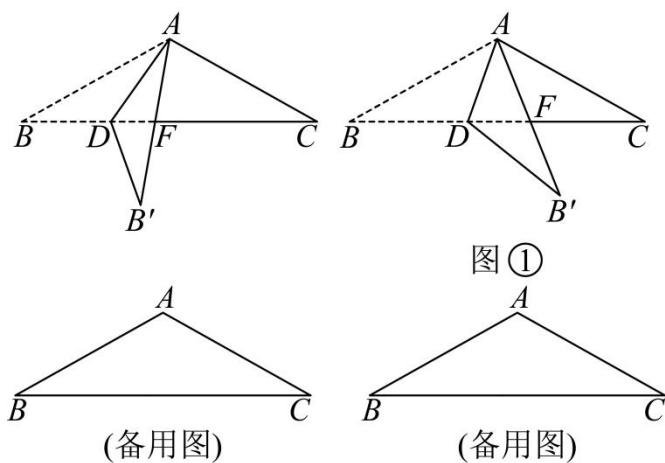
由题意得： $\frac{-1-\sqrt{5}+x}{2}=2$ ，

解得： $x=4-(-1-\sqrt{5})=5+\sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 点 D 与数 $5+\sqrt{5}$ 对应的点重合。

故答案为： $5+\sqrt{5}$ 。

29. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC$ ，点 D 是边 BC 上一动点，连接 AD ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle ADB'$ 。



(1) 直接写出 AD 与 BB' 的位置关系：_____；

(2) 如图①，当 $\angle BAD=40^\circ$ 时，求证： $\triangle ADB' \cong \triangle AFC$ ；

(3)在点 D 运动过程中, 直线 $B'D$ 与直线 AC 相交于点 E , 连接 $B'C$, 当 $B'C = AB = 5$ 时, 求线段 EC 长度.

【答案】(1) $AD \perp BB'$

(2)见解析

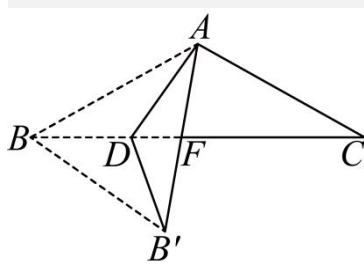
(3)线段 EC 的长度为 10 或 $\frac{5}{2}$.

【分析】(1) 由折叠的性质得 $DB = DB'$, $AB = AB'$, 利用线段垂直平分线的判定定理即可得到 $AD \perp BB'$;

(2) 求得 $\angle B'AD = \angle CAF = 40^\circ$, $\angle B' = \angle C = 30^\circ$, 利用 ASA 即可证明结论成立;

(3) 分两种情况讨论, 证明 $AB'C$ 是等边三角形, 利用直角三角形的性质求解即可.

【详解】(1) 解: 连接 BB' ,



由折叠的性质得 $DB = DB'$, $AB = AB'$,

$\therefore$ 点 D 在线段 BB' 的垂直平分线上, 点 A 在线段 BB' 的垂直平分线上,

$\therefore AD$ 是线段 BB' 的垂直平分线,

$\therefore AD \perp BB'$,

故答案为: $AD \perp BB'$;

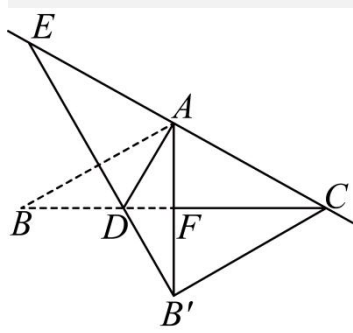
(2) 解: 由折叠的性质得 $\angle B'AD = \angle BAD = 40^\circ$, $\angle B' = \angle B = 30^\circ$, $AB = AB'$,

$\because \angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC$,

$\therefore \angle CAF = 120^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 40^\circ$, $AC = AB'$, $\angle B' = \angle C = 30^\circ$,

$\therefore \triangle ADB' \cong \triangle AFC$ (ASA);

(3) 解: 当直线 $B'D$ 与射线 CA 相交于点 E 时,



由折叠的性质得 $AB = AB'$,

$$\therefore B'C = AB = 5,$$

$$\therefore B'C = AB = AB' = 5,$$

$\therefore AB'C$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle AB'C = \angle ACB' = 60^\circ,$$

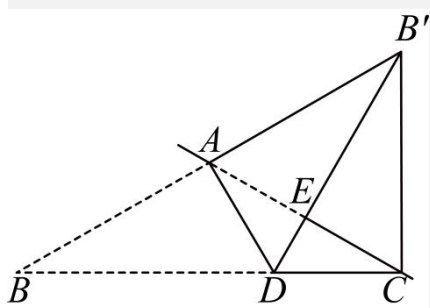
$$\therefore \angle AB'D = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EB'C = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEB' = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = 2B'C = 10;$$

当直线 $B'D$ 与线段 CA 相交于点 E 时,



同理 $AB'C$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B'AC = 60^\circ, \quad B'A = B'C,$$

$$\therefore \angle BAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BAB' = 180^\circ,$$

$\therefore B, A, B'$ 在同一直线上,

由 (1) 得 $AD \perp BB'$,

$$\therefore \angle DAC = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ = \angle ACD,$$

$$\therefore DA = DC,$$

$$\therefore B'A = B'C,$$

$\therefore B'D$ 垂直平分 AC ,

$$\therefore \angle B'EC = 90^\circ, \quad \angle CB'E = 30^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}B'C,$$

$$\therefore B'C = 5,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}B'C = \frac{5}{2},$$

综上，线段 EC 的长度为 10 或 $\frac{5}{2}$.

【点睛】 本题考查了折叠的性质，全等三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，线段垂直平分线的判定和性质. 第 3 问分类讨论是解题的关键.