

2025 学年第一学期八年级 10 月自适应练习

数学学科 试卷

一、选择题 (每题 2 分, 共 6 题)

1. 下列各数是无理数的是 ()

A. -2022

B. $\sqrt{2022^2}$

C. $\sqrt[3]{2022}$

D. $|-2022|$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了无理数, 无理数是无限不循环小数, 无理数常见的表达形式有: 开不尽方的数, 例如: $\sqrt[3]{2022}$; 用特殊字母表示的数, 例如: π ; 有特殊规律的数, 例如: $4.545545554\cdots$ (每相邻两个 4 之间依次增加一个 5).

【详解】解: A 选项: -2022 是整数, 是有理数, 故 A 选项不符合题意;

B 选项: $\sqrt{2022^2} = 2022$ 是整数, 是有理数, 故 B 选项不符合题意;

C 选项: $\sqrt[3]{2022}$ 是开不尽方的数, 是无理数, 故 C 选项符合题意;

D 选项: $|-2022| = 2022$ 是整数, 是有理数, 故 D 选项不符合题意.

故选: C.

2. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{(-3)^2 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{6}$

C. $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

D. $\sqrt{6} + \sqrt{2} = 2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质进行化简和计算, 然后进行判断即可.

【详解】解: A, $\sqrt{(-3)^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$, 所以此选项错误;

B, $3\sqrt{\frac{2}{3}} = 3\sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} = 3 \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$, 所以此选项正确;

C, $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 不能运算, 所以此选项错误;

D, $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 不能运算, 所以此选项错误.

故选: B.

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的计算法则是关键，要注意：①二次根式的运算结果要化为最简二次根式；②与有理数的混合运算一致，运算顺序先乘方再乘除，最后加减，有括号的先算括号里面的；③灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径.

3. 下列说法正确的是 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是分数

B. 如果 $\sqrt[3]{x-1} = x-1$ ，那么 $x=1$

C. 若 $a^2 > b^2$ ，那么 $a > b$

D. 两个无理数的和不一定是无理数

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查实数，逐一分析各选项的正误，结合数学定义及反例进行判断即可.

【详解】 解： A、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是无理数，不是分数，原说法错误，本选项不符合题意；

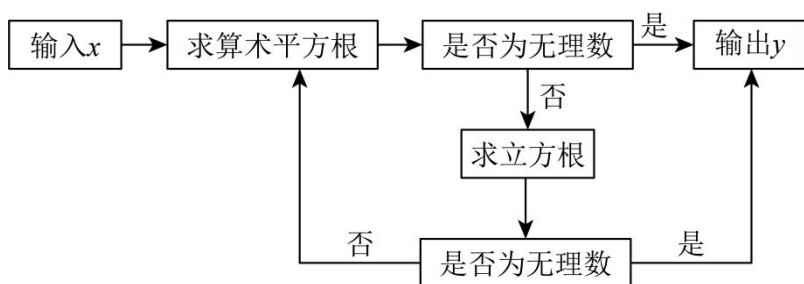
B、 如果 $\sqrt[3]{x-1} = x-1$ ，那么 $x=1$ 或 $x=0$ 或 $x=2$ ，原说法错误，本选项不符合题意；

C、 取反例 $a=-3$ ， $b=2$ ，满足 $a^2 > b^2$ ，但 $a < b$ ，故原说法错误，本选项不符合题意；

D、 两个无理数的和不一定是无理数，说法正确，符合题意，

故选： D.

4. 一个数值转换器，流程如图，当输入 x 的值为 64 时，输出的值是 ()



A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt[3]{2}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查的是算术平方根和立方根的概念和性质；注意有理数和无理数的区别，把 64 代入转换器，根据要求计算，得到输出的数值即可.

【详解】 解： $\because \sqrt{64} = 8$ ，是有理数，不是无理数，

$\therefore$ 继续转换，求立方根，

$\because \sqrt[3]{8} = 2$ ，是有理数，不是无理数，

∴继续转换，求算术平方根，

∴2的算术平方根是 $\sqrt{2}$ ，是无理数，

∴输出 $y = \sqrt{2}$ ，

故选：C.

5. 已知 $\sqrt[3]{7} = a$ ，则 $\sqrt[3]{0.007} + \sqrt[3]{7000}$ 的值是（ ）

A. $0.1a$

B. a

C. $1.1a$

D. $10.1a$

【答案】D

【解析】

【分析】根据被开方数的变化与立方根的值的变化的变化规律即可得到答案.

【详解】∵ $\sqrt[3]{7} = a$ ，

$$\therefore \sqrt[3]{0.007} + \sqrt[3]{7000} = \sqrt[3]{\frac{7}{1000}} + \sqrt[3]{1000 \times 7} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{1000}} + \sqrt[3]{1000} \times \sqrt[3]{7} = \frac{a}{10} + 10a = 10.1a$$

故选：D.

【点睛】本题考查了被开方数的变化与立方根的值的变化的变化规律. 当被开方数的小数点每向右(或向左)移动3位，它的立方根的小数点就相应的向右(或向左)移动1位.

6. 在1, 2, 3, ..., 100这100个自然数的算术平方根和立方根中，无理数有（ ）

A. 185个

B. 186个

C. 187个

D. 188个

【答案】B

【解析】

【分析】分别找出1, 2, 3..., 100这100个自然数的算术平方根和立方根中，有理数的个数，然后即可得出无理数的个数.

【详解】解：∵ $1^2 = 1$ ， $2^2 = 4$ ， $3^2 = 9$ ，..., $10^2 = 100$ ，

∴1, 2, 3..., 100这100个自然数的算术平方根中，有理数有10个，

∴无理数有90个；

∵ $1^3 = 1$ ， $2^3 = 8$ ， $3^3 = 27$ ， $4^3 = 64$ ， $5^3 = 125 > 100$ ，

∴1, 2, 3..., 100这100个自然数的立方根中，有理数有4个，

∴无理数有96个；

∴1, 2, 3..., 100这100个自然数的算术平方根和立方根中，无理数共有 $90 + 96 = 186$ 个.

故选 B.

【点睛】本题结合算术平方根与立方根的定义考查了无理数的定义，掌握计算的方法是解本题的关键.

二、填空题 (每题 3 分, 共 12 题)

7. 若一个正数 m 的两个平方根是 $1-2a$ 和 $a-5$, 则 $m =$ _____

【答案】 81

【解析】

【分析】根据平方根的定义进行计算即可.

【详解】解: 由题意得, $1-2a+a-5=0$,

解得 $a=-4$,

$$\therefore 1-2a=9, \quad a-5=-9,$$

$$\therefore m=(\pm 9)^2=81;$$

故答案为: 81.

【点睛】本题考查平方根, 理解平方根的定义是正确解答的前提, 掌握平方根的特点是解决问题的关键.

8. 若实数 a, b 满足 $\sqrt{a-5}+2\sqrt{5-a}=b+4$, 则 $a-b$ 的平方根是 _____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】根据 $\sqrt{a-5}$ 和 $\sqrt{5-a}$ 有意义得出 $a=5$, $b=-4$, 再代入求解即可.

【详解】 $\because \sqrt{a-5}$ 和 $\sqrt{5-a}$ 有意义, 则 $a=5$,

故 $b=-4$,

$$\text{则 } \sqrt{a-b} = \sqrt{5-(-4)} = \sqrt{9} = 3,$$

$\therefore a-b$ 的平方根是: ± 3 .

故答案为: ± 3 .

【点睛】本题考查了求平方根的问题, 掌握平方根的性质以及解法是解题的关键.

9. 数字 0.0000000072 用科学记数法可以表示为 _____

【答案】 7.2×10^{-9}

【解析】

【分析】本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相

同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数, 据此解答即可.

【详解】解: $0.0000000072 = 7.2 \times 10^{-9}$.

故答案为: 7.2×10^{-9} .

10. 已知实数 $\sqrt{3}$, 2 在数轴上对应的点分别为点 A , 点 B , 点 B 关于点 A 的对称点 C 在数轴上所对应的数为_____

【答案】 $2\sqrt{3} - 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查实数与数轴, 设点 C 表示的数为 x , 根据对称性可列式 $\frac{2+x}{2} = \sqrt{3}$, 求出 x 的值即可.

【详解】解: 设点 C 表示的数为 x ,

由点 B 关于点 A 的对称点 C 得: $\frac{2+x}{2} = \sqrt{3}$,

解得: $x = 2\sqrt{3} - 2$,

即点 C 在数轴上所对应的数为 $2\sqrt{3} - 2$,

故答案为: $2\sqrt{3} - 2$.

11. 若有理数 a 与 b 满足 $(8a+1)^2 + \sqrt{b-8} = 0$, 则 ab 的立方根为_____

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了非负数的性质及立方根, 根据算术平方根和平方的非负性, 求出 a , b 的值, 再求立方根即可.

【详解】解: 由题意知 $8a+1=0$, $b-8=0$,

$$\therefore a = -\frac{1}{8}, \quad b = 8,$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{8} \times 8 = -1,$$

$$\therefore \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{-1} = -1,$$

故答案为: -1 .

12. 若最简二次根式 $^{2a-4}\sqrt{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式, 则 $a-3b =$ _____.

【答案】 12

【解析】

【分析】此题考查了同类二次根式的定义，熟记定义是解题的关键.

根据同类二次根式的定义，可得 $2a-4=2$ ， $3a+b=a-b$ ，求出 a 、 b ，代入 $a-3b$ 即可求解.

【详解】 $\because$ 二次根式 $\sqrt[2a-4]{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式，

$$\therefore 2a-4=2, \quad 3a+b=a-b,$$

解得： $a=3$ ， $b=-3$ ，

$$\therefore a-3b=3-3\times(-3)=12,$$

故答案为：12.

13. 当 $c < 0$ 时，化简二次根式 $\sqrt{\frac{b^3 c^2}{a^4}} =$ _____

【答案】 $-\frac{cb\sqrt{b}}{a^2}$

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的化简，掌握二次根式的基本化简运算方法是解题的关键.

先判断 $b \geq 0$ ，然后根据二次根式的性质化简即可.

【详解】 $\because c < 0$ ， $\frac{b^3 c^2}{a^4} \geq 0$ ，

$$\text{又} \because c^2 \geq 0, \quad a^4 > 0,$$

$$\therefore b^3 \geq 0, \text{ 即 } b \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{b^3 c^2}{a^4}} = \frac{\sqrt{b^3} \sqrt{c^2}}{\sqrt{a^4}} = \frac{\sqrt{b^2 \cdot b} \cdot |c|}{|a^2|},$$

$$\text{又} \because b \geq 0, \quad c < 0, \quad a^2 > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{b\sqrt{b} \cdot (-c)}{a^2} = -\frac{cb\sqrt{b}}{a^2}.$$

故答案为： $-\frac{cb\sqrt{b}}{a^2}$.

14. 若 $\sqrt{x^3+2x^2} = -x\sqrt{x+2}$ ，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 \leq x \leq 0$

【解析】

【分析】根据二次根式的被开方数是非负数，二次根式的值是非负数，可得答案.

【详解】解: $\sqrt{x^3+2x^3} = -x\sqrt{x+2}$,

$$x \leq 0, \quad x+2 \geq 0,$$

$$\text{解得 } -2 \leq x \leq 0,$$

故答案为: $-2 \leq x \leq 0$.

【点睛】本题考查了二次根式的性质与化简，利用了二次根式的性质.

15. 已知 a 、 b 均为正整数, 如果 $0 < \sqrt{a} - b < 1$, 我们称 b 是 $\sqrt{a}$ 的“主要值”, 那么 $\sqrt{65}$ 的主要值是_____.

【答案】8

【解析】

【分析】本题考查无理数的估算, 根据 a 、 b 均为正整数, 如果 $0 < \sqrt{a} - b < 1$, 我们称 b 是 $\sqrt{a}$ 的“主要值”, 可以求得 $\sqrt{65}$ 的主要值. 解题的关键是明确题意, 估算出 $\sqrt{65}$ 处于哪两个整数之间.

【详解】解: $\because 64 < 65 < 81$,

$$\therefore \sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}, \text{ 即 } 8 < \sqrt{65} < 9,$$

$$\therefore 0 < \sqrt{65} - 8 < 1,$$

$$\therefore \sqrt{65} \text{ 的主要值是 } 8.$$

故答案为: 8.

16. 定义新运算“ $\star$ ”: $a \star b = \sqrt{ab+1}$, 则 $2 \star (3 \star 5) =$ _____.

【答案】3.

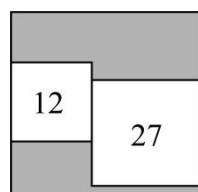
【解析】

【详解】试题解析: $\because 3 \star 5 = \sqrt{3 \times 5 + 1} = \sqrt{16} = 4$;

$$\therefore 2 \star (3 \star 5) = 2 \star 4 = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3.$$

考点: 实数的运算.

17. 如图, 从一个大正方形中裁去面积为 12 和 27 的两个小正方形, 则剩下阴影部分的面积为_____.



【答案】 36

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的应用，二次根式的性质.

直接利用二次根式的性质得出两个小正方形的边长，进而得出大正方形的边长，即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 两个小正方形面积为 12 和 27，

$$\therefore \text{大正方形边长为：} \sqrt{27} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{大正方形面积为} (5\sqrt{3})^2 = 75,$$

$$\therefore \text{留下的阴影部分面积和为：} 75 - 27 - 12 = 36$$

故答案为：36.

$$18. \text{ 已知 } \sqrt{1} = 1; \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2; \sqrt{1+3+5} = \sqrt{9} = 3; \sqrt{1+3+5+7} = \sqrt{16} = 4 \dots\dots$$

根据上述式子猜想规律，并求出 $\sqrt{4+12+20+28+36+44+\dots+8n-4} = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为正整数，结果用含有 n 的式子表示)

【答案】 $2n$

【解析】

【分析】 本题考查了数字类规律探索，算术平方根，根据已知等式发现一般规律是解题关键. 观察已知等式发现，连续奇数的和的平方根等于奇数的个数，则 $\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)} = n$ ，把原式变形为

$\sqrt{4(1+3+5+7+9+11+\dots+2n-1)}$ 即可求解.

【详解】 解： 观察已知等式发现，连续奇数的和的平方根等于奇数的个数，

$$1 \text{ 个奇数的和：} \sqrt{1} = 1;$$

$$2 \text{ 个奇数的和：} \sqrt{1+3} = 2;$$

$$3 \text{ 个奇数的和：} \sqrt{1+3+5} = 3;$$

$$4 \text{ 个奇数的和：} \sqrt{1+3+5+7} = \sqrt{16} = 4$$

$\dots\dots$

$$\text{归纳可得：} \sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)} = n,$$

$$\therefore \sqrt{4+12+20+28+36+44+\dots+8n-4}$$

$$= \sqrt{4(1+3+5+7+9+11+\dots+2n-1)}$$

$$= 2\sqrt{1+3+5+7+9+11+\cdots+2n-1}$$

$$= 2n$$

故答案为: $2n$.

三、计算 (19, 20 每题 6 分, 21 每小题 4 分, 22 题 6 分)

19. 计算: $(\sqrt{5}-3)^0 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} - \sqrt{(-2)^2}$

【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查实数运算, 正确化简各数是解题关键. 直接利用零指数幂的性质以及负整数指数幂的性质、立方根的性质、算术平方根的性质分别化简得出答案.

【详解】 解: $(\sqrt{5}-3)^0 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} - \sqrt{(-2)^2}$

$$= 1 - (-3) + \frac{1}{4} - |-2|$$

$$= 1 + 3 + \frac{1}{4} - 2$$

$$= \frac{9}{4}$$

20. 计算: $\left|\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\right| - (\sqrt[3]{0.125})^3 + \sqrt{75} - |1 - \sqrt{3}|$

【答案】 $\frac{11}{8} + 4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 此题考查了实数的混合运算. 利用立方根、二次根式的性质、绝对值的性质进行化简, 再进行加减法即可.

【详解】 解: $\left|\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\right| - (\sqrt[3]{0.125})^3 + \sqrt{75} - |1 - \sqrt{3}|$

$$= \frac{1}{2} - 0.125 + 5\sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1)$$

$$= \frac{1}{2} - 0.125 + 5\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1$$

$$= \frac{11}{8} + 4\sqrt{3}.$$

21. 计算:

$$(1) \quad 3a\sqrt{\frac{1}{3a}} - \left(\sqrt{\frac{a}{8}} - \sqrt{32a} \right)$$

$$(2) \quad 2\sqrt{x^3y} \times \frac{1}{6}\sqrt{\frac{x}{y}} + 3\sqrt{x^2y} \div 4\sqrt{y}$$

【答案】 (1) $\sqrt{3a} + \frac{15}{4}\sqrt{2a}$

(2) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}x$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

(1) 原式先化简各二次根式，再合并即可；

(2) 原式先计算二次根的乘法和除法，再合并即可.

【小问 1 详解】

解：根据题意可知： $a \geq 0$ ，

$$\begin{aligned} & 3a\sqrt{\frac{1}{3a}} - \left(\sqrt{\frac{a}{8}} - \sqrt{32a} \right) \\ &= 3a \times \frac{\sqrt{3a}}{3a} - \frac{1}{4}\sqrt{2a} + 4\sqrt{2a} \\ &= \sqrt{3a} + \frac{15}{4}\sqrt{2a}; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

解：根据题意可知： $x^3y \geq 0, \frac{x}{y} \geq 0, x^2y \geq 0, y > 0$ ，

$\therefore x \geq 0, y > 0$ ，

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{x^3y} \times \frac{1}{6}\sqrt{\frac{x}{y}} + 3\sqrt{x^2y} \div 4\sqrt{y} \\ &= 2 \times \frac{1}{6}\sqrt{x^3y \times \frac{x}{y}} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{x^2y}{y}} \\ &= \frac{1}{3}\sqrt{x^4} + \frac{3}{4}\sqrt{x^2} \\ &= \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}x. \end{aligned}$$

22. 先化简, 再求值: $\frac{2}{b}\sqrt{ab^2} \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) + 3\sqrt{\frac{b}{a}} - \left(b^2\sqrt{\frac{1}{b}} - 5b\sqrt{\frac{a}{b^3}}\right)$, 其中 $a=2, b=3$

【答案】 $(-3a^2 - b)\sqrt{b} + \left(\frac{3}{a} + \frac{5}{b}\right)\sqrt{ab}$, $-15\sqrt{3} + \frac{19}{6}\sqrt{6}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的化简求值, 先根据二次根式的性质及运算法则化简, 再将 $a=2, b=3$ 代入求值即可.

【详解】 解:
$$\begin{aligned} & \frac{2}{b}\sqrt{ab^2} \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) + 3\sqrt{\frac{b}{a}} - \left(b^2\sqrt{\frac{1}{b}} - 5b\sqrt{\frac{a}{b^3}}\right) \\ &= 2\sqrt{a} \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) + \frac{3\sqrt{ab}}{a} - \left(b\sqrt{b} - \frac{5\sqrt{ab}}{b}\right) \\ &= -3a^2\sqrt{b} + \frac{3\sqrt{ab}}{a} - b\sqrt{b} + \frac{5\sqrt{ab}}{b} \\ &= (-3a^2 - b)\sqrt{b} + \left(\frac{3}{a} + \frac{5}{b}\right)\sqrt{ab}, \end{aligned}$$

当 $a=2, b=3$ 时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (-3a^2 - b)\sqrt{b} + \left(\frac{3}{a} + \frac{5}{b}\right)\sqrt{ab} \\ &= (-3 \times 2^2 - 3) \times \sqrt{3} + \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right) \times \sqrt{2 \times 3} \\ &= -15\sqrt{3} + \frac{19}{6}\sqrt{6}. \end{aligned}$$

四、解答题 (23, 24 题每题 8 分, 25 题 10 分)

23. $\sqrt{2}$ 是无理数, 而无理数是无限不循环小数, 因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来, 而 $1 < \sqrt{2} < 2$, 于是可以用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分.

(1) $\sqrt{7}$ 的小数部分是_____

(2) 已知 $100 + \sqrt{115} = x + y$, 其中 x 是整数, 且 $0 < y < 1$, 求 $x + \sqrt{115} + 24 - y$ 的平方根.

【答案】 (1) $\sqrt{7} - 2$

(2) ± 12

【解析】

【分析】 本题考查了估算无理数的大小，能估算出 $\sqrt{7}$ ， $\sqrt{115}$ 的范围是解此题的关键.

(1) 先估算出 $\sqrt{7}$ 的范围，即可得出答案；

(2) 先估算出 $\sqrt{115}$ 的范围，求出 x 、 y 的值，再代入求出即可.

【小问 1 详解】

解： $\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$,

$$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3,$$

$\therefore \sqrt{7}$ 的小数部分为： $\sqrt{7} - 2$.

【小问 2 详解】

解： $\because 100 < 115 < 121$,

$$\therefore \sqrt{100} < \sqrt{115} < \sqrt{121},$$

$$\therefore 10 < \sqrt{115} < 11,$$

$$\therefore 110 < 100 + \sqrt{115} < 111,$$

$\therefore 100 + \sqrt{115} = x + y$ ，其中 x 是整数，且 $0 < y < 1$ ，

$$\therefore x = 110, \quad y = 100 + \sqrt{115} - 110 = \sqrt{115} - 10,$$

$$\therefore x + \sqrt{115} + 24 - y = 110 + \sqrt{115} + 24 - (\sqrt{115} - 10) = 144,$$

$\therefore x + \sqrt{115} + 24 - y$ 的平方根是 ± 12 .

24. 先阅读下列的解答过程，然后再解答.

形如 $\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}}$ 的式子，可以利用完全平方公式进行化简，例如

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1;$$

(1) 填空 $\sqrt{10+4\sqrt{6}} =$ _____;

(2) 化简 $\sqrt{29-8\sqrt{13}}$ ，并写出化简过程.

【答案】 (1) $2 + \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{13} - 4$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的运算，解题的关键是掌握完全平方公式和二次根式相关运算的法则.

(1) 仿照阅读材料解答即可；

(2) 仿照阅读材料解答即可.

【小问 1 详解】

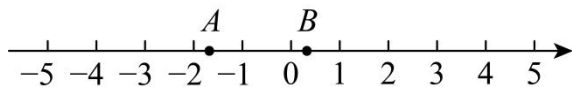
$$\begin{aligned} \text{解: } & \sqrt{10+4\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2^2+2\times 2\times \sqrt{6}+(\sqrt{6})^2} \\ &= \sqrt{(2+\sqrt{6})^2} \\ &= 2+\sqrt{6}; \end{aligned}$$

故答案为: $2+\sqrt{6}$;

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & \sqrt{29-8\sqrt{13}} \\ &= \sqrt{4^2-2\times 4\sqrt{13}+(\sqrt{13})^2} \\ &= \sqrt{(4-\sqrt{13})^2} \\ &= 4-\sqrt{13}. \end{aligned}$$

25. 如图，一只蚂蚁从点 A 沿数轴向右爬了 2 个单位长度到达点 B ，点 A 表示 $-\sqrt{3}$ ，设点 B 所表示的数为 m .



(1) 实数 m 的值是_____

(2) 求 $|m+1|-|m-1|$ 的值

(3) 在数轴上还有 C 、 D 两点分别表示实数 c 、 d ，且实数 c 满足 $(\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$ ，实数 d 表示面积为 27 的正方形的边长，小蚂蚁从点 C 出发，爬到点 D 后，就沿着数轴向左爬行，小蚂蚁的爬行速度为每秒 3 个单位长度，请判断第 2 秒结束时，小蚂蚁在点 B 的左侧还是右侧？并写出判断过程.

【答案】 (1) $2-\sqrt{3}$

(2) $4-2\sqrt{3}$

(3) 在点 B 的右侧, 过程见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查实数与数轴, 化简绝对值, 相反数的意义, 非负数的性质及算术平方根的意义, 解题的关键是熟练掌握绝对值与算术平方根的意义.

(1) 根据利用数轴表示数的方法求解即可;

(2) 将 m 的值代入, 判断 $m+1$ 、 $m-1$ 的正负, 然后化简绝对值计算即可;

(3) 先根据 $(\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$ 求出 $c=2$, 再求出 $d = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, 再根据题意求出小蚂蚁最后的位置表示的数, 进一步判断出在点 B 的左侧还是右侧即可.

【小问 1 详解】

解: $m = -\sqrt{3} + 2 = 2 - \sqrt{3}$,

故答案为: $2 - \sqrt{3}$;

【小问 2 详解】

解: $\because m = 2 - \sqrt{3}$,

则 $m+1 = 2 - \sqrt{3} + 1 = 3 - \sqrt{3} > 0$, $m-1 = 2 - \sqrt{3} - 1 = 1 - \sqrt{3} < 0$,

$$\therefore |m+1| - |m-1| = m+1 - (1-m) = m+1-1+m = 2m = 2(2-\sqrt{3}) = 4-2\sqrt{3}$$

【小问 3 详解】

在点 B 的右侧,

理由: $\because (\sqrt{c-2})^2 + \sqrt{(3-2c)^2} = 1$,

$$\therefore c-2 \geq 0,$$

解得 $c \geq 2$,

$$\therefore 3-2c \leq -1 < 0,$$

$$\therefore \sqrt{(3-2c)^2} = |3-2c| = 2c-3, \quad (\sqrt{c-2})^2 = c-2,$$

$$\therefore c-2+2c-3=1,$$

解得 $c=2$,

$\therefore$ 实数 d 表示面积为 27 的正方形的边长,

$$\therefore d = \sqrt{27} = 3\sqrt{3},$$

$\therefore$ 小蚂蚁的爬行速度为每秒 3 个单位长度, 爬行时间为 2 秒,

$\therefore$ 小蚂蚁爬行的路程为 $3 \times 2 = 6$ 个单位长度,

$\therefore$ 点 C 表示的数为 2, 点 D 表示的数为 $3\sqrt{3}$,

$$\therefore CD = 3\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore \text{此时小蚂蚁的位置表示的数为 } 3\sqrt{3} - \left[6 - (3\sqrt{3} - 2) \right] = 6\sqrt{3} - 8,$$

$$\therefore 6\sqrt{3} = \sqrt{108}, \sqrt{64} = 8, \text{ 且 } \sqrt{108} > \sqrt{64},$$

$$\therefore 6\sqrt{3} - 8 > 0,$$

$\therefore$ 小蚂蚁在点 B 右侧,

$$\text{则 } (6\sqrt{3} - 8) - (2 - \sqrt{3}) = 7\sqrt{3} - 10,$$

$$\therefore 7\sqrt{3} = \sqrt{147}, 10 = \sqrt{100}, \sqrt{147} > \sqrt{100},$$

$$\therefore (6\sqrt{3} - 8) - (2 - \sqrt{3}) = 7\sqrt{3} - 10 > 0$$

$\therefore$ 在点 B 的右侧.