

上海市闵行区七宝中学附属鑫都实验中学 2025-2026 学年八年级上学 期 12 月月考数学试卷

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列各数中, 是无理数的是 ()

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{4}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查无理数, 掌握相关知识是解决问题的关键. 无理数是无限不循环小数, 据此逐项判断即可.

【详解】 解: A. 2 是整数, 是有理数, 故本选项不符合题意;

B. $\sqrt{2}$ 是无理数, 故本选项符合题意;;

C. $\sqrt{4} = 2$, 是有理数, 故本选项不符合题意;;

D. $\frac{1}{2}$ 是分数, 是有理数, 故本选项不符合题意;;

$\therefore$ 故选: B.

2. 下列各式中, 与 $\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{75}$ B. $\sqrt{25}$ C. $\sqrt{0.5}$ D. $5\sqrt{5}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简, 同类二次根式的定义.

同类二次根式需化简后根号内的数相同, 比较各选项化简后与 $\sqrt{5}$ 的根号内的数是否一致.

【详解】 解: A: $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, 根号内 3, 与 $\sqrt{5}$ 不是同类二次根式;

B: $\sqrt{25} = 5$, 无根号, 与 $\sqrt{5}$ 不是同类二次根式;

C: $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 根号内 2, 与 $\sqrt{5}$ 不是同类二次根式;

D: $5\sqrt{5}$, 根号内 5, 与 $\sqrt{5}$ 是同类二次根式;

故选: D.

3. 一个正方形的面积是 5，估计它的边长大小在（ ）

A. 2 与 3 之间

B. 3 与 4 之间

C. 4 与 5 之间

D. 5 与 6 之间

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查算术平方根的实际应用，无理数的估算，根据正方形的面积公式求出边长，夹逼法求出无理数的范围即可.

【详解】解：∵ 正方形的面积是 5，

∴ 它的边长为 $\sqrt{5}$ ，

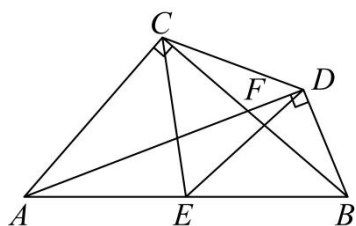
∵ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ，

∴ $2 < \sqrt{5} < 3$ ；

∴ 它的边长大小在 2 与 3 之间；

故选 A.

4. 如图， $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点， $\angle CDE = 56^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数是（ ）



A. 56°

B. 62°

C. 63°

D. 68°

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了直角三角形斜边中线的性质、等腰三角形的性质. 根据直角三角形斜边上中线的性质得 $EC = ED$ ，再根据等腰三角形的性质求解即可.

【详解】解：∵ $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，

∴ $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADB$ 均为直角三角形，且点 E 是公共斜边 AB 的中点，

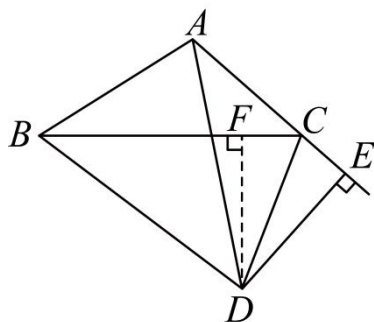
∴ $EC = ED = \frac{1}{2}AB$ ，

∴ $\angle DCE = \angle CDE = 56^\circ$ ，

故选：A.

5. 如图，长为 16cm 的橡皮筋放置在 x 轴上，固定两端 A 和 B，然后把中点 C 向上拉升 6cm 至 D 点，则橡皮筋被拉长了（ ）

【详解】解：如图，过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F ，



$\because CD$ 平分 $\angle BCE$ ， $DE \perp AC$ ， $DF \perp BC$ ，

$\therefore DE = DF$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中：

$$\begin{cases} DA = DB \\ DE = DF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BDF$ ，

$\therefore AE = BF$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中：

$$\begin{cases} CD = CD \\ DE = DF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CDE \cong \text{Rt}\triangle CDF$ ，

$\therefore CE = CF$ ，

设 $CE = CF = x$ ，

则 $AE = AC + CE = 4 + x$ ，

$BF = BC - CF = 10 - x$ ，

由 $AE = BF$

得： $4 + x = 10 - x$ ，

解得： $2x = 6$ ， $x = 3$ ，

即 $CE = 3$ 。

二、填空题（本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. 25 的算术平方根是 _____。

【答案】 5

【解析】

【分析】根据算术平方根的定义即可求出结果，算术平方根只有一个正根。

【详解】解： $\because 5^2=25$,

$\therefore 25$ 的算术平方根是 5,

故答案为: 5.

【点睛】题目主要考查算术平方根的求法, 熟练掌握算术平方根的计算方法是解题关键.

8. 设 x 是实数, 当 x 满足_____时, $\sqrt{x-1}$ 有意义.

【答案】

$$x \geq 1$$

【解析】

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件. 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义. 根据二次根式有意义的条件, 被开方数必须大于或等于零.

【详解】解: 根据题意得: $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

9. 分母有理化: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】分子分母同时乘以 $\sqrt{2}$, 即可求解.

【详解】解: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【点睛】本题主要考查了二次根式的分母有理化, 熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

10. 已知 $a > 0$, 化简: $\sqrt{a^2b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $a\sqrt{b}$

【解析】

【分析】本题考查了根据二次根式的性质化简, 掌握化简的方法是关键;

根据二次根式的性质解答即可.

【详解】解: $\because a > 0$,

$$\therefore \sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b} = a \sqrt{b};$$

故答案为: $a\sqrt{b}$.

11. 关于 x 的方程 $x^2 - x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < \frac{1}{4}$ ## $k < 0.25$

【解析】

【分析】本题考查根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

要使 $x^2 - x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则必须 $\Delta > 0$, 进而可以计算出 k 的取值范围.

【详解】解: 要使 $x^2 - x + k = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\text{则 } \Delta = (-1)^2 - 4k = 1 - 4k > 0,$$

$$\therefore k < \frac{1}{4},$$

故答案为: $k < \frac{1}{4}$.

12. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 2x - 1 =$ _____.

【答案】 $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【解析】

【分析】根据完全平方方式进行配方, 再运用平方差公式在实数范围内因式分解.

$$\text{【详解】 } x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 2 = (x-1)^2 - 2 = (x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$$

故答案为: $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【点睛】考核知识点: 在实数范围内分解因式, 运用配方法和平方差公式进行因式分解是关键.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A - \angle B = 30^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 60°

【解析】

【分析】根据直角三角形两个锐角互余得出 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 解方程组即可.

【详解】解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

解方程组 $\begin{cases} \angle A + \angle B = 90^\circ \\ \angle A - \angle B = 30^\circ \end{cases}$ 得, $\begin{cases} \angle A = 60^\circ \\ \angle B = 30^\circ \end{cases}$

故答案为: 60° .

【点睛】本题考查了三角形内角和和解方程组, 解题关键是熟练掌握三角形内角和定理, 列出方程组.

14. 已知一个直角三角形斜边上的中线长为 2cm , 则它的斜边长为_____ cm .

【答案】4

【解析】

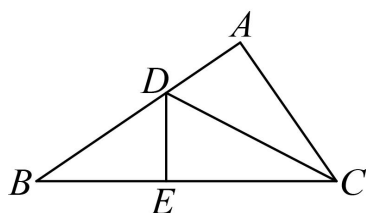
【分析】本题考查直角三角形斜边上的中线的性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 据此可得答案.

【详解】解: $\because$ 一个直角三角形斜边上的中线长为 2cm ,

$\therefore$ 它的斜边长为 $2 \times 2 = 4(\text{cm})$,

故答案为: 4.

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, $DE \perp BC$, 垂足为点 E , $AD = DE$, $\angle B = 32^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.



【答案】 29° 度

【解析】

【分析】本题考查角平分线的判定, 三角形的内角和定理, 先利用三角形的内角和定理, 求出 $\angle ACB$ 的度数, 证明 CD 平分 $\angle ACB$, 进而求出 $\angle BCD$ 的度数即可.

【详解】解: $\because \angle A = 90^\circ$, $\angle B = 32^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$;

$\because \angle A = 90^\circ$, $DE \perp BC$, $AD = DE$,

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle ACB = 29^\circ$;

故答案为: 29° .

16. 如果 m , n 是方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根, 那么 $m^2n + mn^2$ 的值为_____.

【答案】10

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，求代数式的值，因式分解的应用，由一元二次方程根与系数的关系可得 $m+n=5$ ， $mn=2$ ，再将所求式子因式分解为 $mn(m+n)$ ，整体代入计算即可得解，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】解： $\because m, n$ 是方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根，

$$\therefore m+n=5, \quad mn=2,$$

$$\therefore m^2n + mn^2 = mn(m+n) = 2 \times 5 = 10,$$

故答案为：10.

17. 如果一个三角形一边上的高等于这边的一半，我们称这样的三角形为“和谐三角形”. 已知斜边为5的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“和谐三角形”，那么这个三角形的面积是_____.

【答案】 $\frac{25}{4}$ 或 5

【解析】

【分析】本题考查了“和谐三角形”，勾股定理，三角形的面积，正确理解“和谐三角形”进行分类讨论是解题的关键. 分两种情况讨论：当斜边上的高等于斜边的一半时，根据直角三角形的面积公式计算即可；当一条直角边等于另一条直角边的一半时，设长直角边为 x ，则短直角边为 $\frac{1}{2}x$ ，由勾股定理求出 x 的值，即可求出面积.

【详解】解：当斜边上的高等于斜边的一半时，

$$\text{这个三角形的面积是 } \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4};$$

当一条直角边等于另一条直角边的一半时，

$$\text{设长直角边为 } x, \text{ 则短直角边为 } \frac{1}{2}x,$$

$$\text{由勾股定理得 } x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 5^2,$$

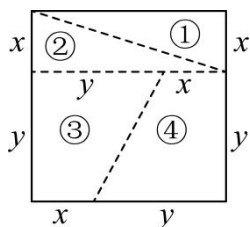
$$\text{解得 } x^2 = 20,$$

$$\text{所以这个三角形的面积是 } \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot x = \frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4} \times 20 = 5,$$

综上，这个三角形的面积是 $\frac{25}{4}$ 或 5，

故答案为: $\frac{25}{4}$ 或 5.

18. 如图, 将正方形沿图中虚线 (其中 $x < y$) 剪成①②③④四块图形, 用这四块图形恰能拼成一个矩形 (非正方形), 则 $\frac{x}{y}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

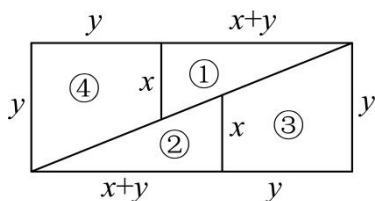
【解析】

【分析】 本题考查了整式的运算与图形面积, 一元二次方程的根的计算, 理解图示, 掌握整式的运算, 求根式公式的计算是关键.

根据图示, 把正方形面积, 拼接矩形的面积运用整式的混合运算表示出来, 再根据一元二次方程的求根公式的计算即可求解.

【详解】 解: 根据题意, 正方形的面积为 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$,

拼成一个矩形 (非正方形) 如下图,



$\therefore$ 矩形的面积为 $y(y+x+y) = xy + 2y^2$,

$\therefore x^2 + 2xy + y^2 = xy + 2y^2$,

$\therefore x^2 + xy - y^2 = 0$,

$\because y \neq 0$,

$\therefore$ 等式两边同时除以 y^2 , 整理得, $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0$,

令 $\frac{x}{y} = t (t > 0)$, 则 $t^2 + t - 1 = 0$,

$$\text{解得, } t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore t = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ (负值舍去),}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

三、简答题 (本大题共 5 题, 19、20、21、22 题各 7 分, 23 题 8 分, 共 36 分)

$$19. \text{ 计算: } \sqrt[3]{-64} + \sqrt{(-4)^2} + |2 - \sqrt{5}|.$$

【答案】

$$\sqrt{5}-2$$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的混合运算, 熟练掌握实数的混合运算是关键;
先计算立方根、算术平方根、化简绝对值, 再计算加减.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \sqrt[3]{-64} + \sqrt{(-4)^2} + |2 - \sqrt{5}| \\ &= -4 + 4 + \sqrt{5} - 2 \\ &= \sqrt{5} - 2. \end{aligned}$$

$$20. \text{ 计算: } \frac{2}{3}\sqrt{9x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} + 6\sqrt{\frac{x}{4}}$$

【答案】 $3\sqrt{x}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算. 先化简二次根式, 再计算加减即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{2}{3}\sqrt{9x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} \\ &= \frac{2}{3} \times 3\sqrt{x} - 2x \times \frac{\sqrt{x}}{x} + 6 \times \frac{\sqrt{x}}{2} \\ &= 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} \end{aligned}$$

$$= 3\sqrt{x}.$$

21. 解方程: $2(x-3)^2 + x = 3$.

【答案】 $x_1 = 3, x_2 = \frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 此题考查了解一元二次方程，变形为 $(x-3)(2x-5)=0$ ，得到 $x-3=0$ 或 $2x-5=0$ ，即可求出答案即可.

【详解】 解: $2(x-3)^2 + x = 3$

则 $2(x-3)^2 + (x-3) = 0$

$\therefore (x-3)(2x-5) = 0$

则 $x-3=0$ 或 $2x-5=0$

解得 $x_1 = 3, x_2 = \frac{5}{2}$

22. 解方程: $x^2 + 4x - 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = -2 + \sqrt{7}, x_2 = -2 - \sqrt{7}$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程.

根据公式法求解即可.

【详解】 解: 方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 中, $a = 1, b = 4, c = -3$,

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16 + 12 = 28 > 0$,

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -2 \pm \sqrt{7}.$$

解得: $x_1 = -2 + \sqrt{7}, x_2 = -2 - \sqrt{7}$.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3$ 时, 求 m 的值.

【答案】 (1) $m \geq -1$ 且 $m \neq 0$;

$$(2) \quad m = \frac{2}{3}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程根的判别式，正确理解题意是解题的关键.

(1) 根据题意可得 $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$ ，据此求解即可；

(2) 由根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$ ， $x_1 x_2 = -\frac{1}{m}$ ，

再根据已知条件得到 $\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3$ ，解之即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：由题意得， $\Delta = (-2)^2 - 4m \times (-1) \geq 0$ ，且 $m \neq 0$

$\therefore m \geq -1$ 且 $m \neq 0$ ；

【小问 2 详解】

由题意得， $x_1 + x_2 = \frac{2}{m}$ ， $x_1 x_2 = -\frac{1}{m}$ ，

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = -6x_1 x_2 + 3$ ，

$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = -6x_1 x_2 + 3$ ，即 $\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -6\left(-\frac{1}{m}\right) + 3$ ，

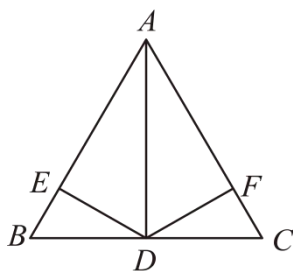
整理得： $3m^2 + 4m - 4 = 0$ ，

解得： $m = \frac{2}{3}$ 或 $m = -2$ (舍)，

$\therefore m = \frac{2}{3}$.

四、解答题 (本大题共 3 题，24 题 6 分，25 题 8 分，26 题 8 分，共 22 分)

24. 如图：AD 是等腰 ABC 的高， $AB = AC$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，求证： $BE = CF$



【答案】 证明见解析

【解析】

【分析】 本题考查直角三角形全等的判定与性质、角平分线的性质及等腰三角形性质，根据等腰三角形性质先证明 $BD = CD, \angle BAD = \angle CAD$ ， $DE = DF$ ，即可证明 $\text{Rt } BDE \cong \text{Rt } CDF$ 从而得出结论.

【详解】 证明: $\because AB = AC$ ， AD 是等腰 ABC 的高,

$\backslash BD = CD, \angle BAD = \angle CAD,$

$\because DE \perp AB, DF \perp AC,$

$\backslash DE = DF, \angle BED = \angle CFD = 90^\circ,$

在 $\text{Rt} \triangle BDE$ 和 $\text{Rt} \triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} BD = CD \\ DE = DF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt} \triangle BDE \cong \text{Rt} \triangle CDF,$

$\therefore BE = CF.$

25. 根据以下素材，探索完成任务:

素材 1: 中国食品标签营养素参考值 (NRV) 是指导正常成年人保持健康体重和正常活动的标准. 在国家标准中, 能量和主要营养素的日推荐摄入量如表 1 所示:

表 1: 营养素参考值 (NRV)

营养成分	NRV
能量	$8400kJ$
蛋白质	$60g$
脂肪	$\leq 60g$
碳水化合物	$300g$
钠	$2000mg$
钙	$800mg$

表 2: A 品牌纯牛奶营养成分表

项目	每 100ml	NRV%
能量	277KJ	3%
蛋白质	3.2g	5%
脂肪	3.8g	15%
碳水化合物	a g	b
钠	60mg	3%
钙	100mg	13%

素材 2:《中华人民共和国食品安全法》规定:预包装食品包装上应当标示主要营养成分及其含量. 根据《预包装食品营养标签通则》规定,营养成分表上必须标示能量和核心营养素的名称、含量及 $NRV\%$. 其中, $NRV\%$ 的含义为每份(如 100ml)食品中营养素的含量占该营养素每日摄入量的比例(通常精确到 1%), 计算公式为: $NRV\% = \text{每份食品中营养素的含量} \div \text{该营养素的营养素参考值} \times 100\%$.

表 2 是 A 品牌纯牛奶(净含量: 200ml)的营养成分表.

素材 3: 超滤牛奶是采用超滤膜过滤掉牛奶中的水和脂肪等成分, 保留蛋白质、钙等成分, 将牛奶纯化、浓缩, 达到高蛋白条件的牛奶品类.

任务一: 请写出表 2 中 a 与 b 的关系式: _____;

任务二: 营养师建议: 早餐的营养至少占全天营养的 20%. 某天早晨, 小颖食用了一瓶 A 品牌牛奶和 50g 面包. 妈妈说: “孩子, 再吃个鸡蛋.” 小颖答: “不吃了, 早上营养够了.” 已知每 100g 面包中蛋白质的 $NRV\%$ 为 13%, 请从蛋白质的角度分析, 小颖的说法是否正确.

任务三: 某实验室利用超滤工艺对 1000ml A 品牌纯牛奶进行过滤. 经过两次过滤后牛奶还剩 500ml, 且第二次过滤后蛋白质占比上升的百分率是第一次的 $\frac{5}{36}$ 倍(过滤过程不考虑蛋白质流失). 某工厂应用该实验室的超滤工艺对 A 品牌纯牛奶进行一次过滤后生产出高蛋白牛奶, 请问这款高蛋白牛奶的营养成分表中, 蛋白质的 $NRV\%$ 应标示多少?

【答案】任务二: $b = \frac{a}{300} \times 100\%$ (或 $b = \frac{a}{300}$ 或 $a = 300b$ 等); 任务二: 小颖的说法不正确, 理由见解

析：任务三：这款高蛋白牛奶的 $NRV\%$ 应标示 10%

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的应用，列关系式，有理数的混合运算，找准等量关系列方程是解题的关键.

任务一：根据 $NRV\% = \text{每份食品中营养素的含量} \div \text{该营养素的营养素参考值} \times 100\%$ 列关系式即可；

任务二：求出小颖摄入的蛋白质量，和早晨需要摄入蛋白质的量比较即可；

任务三：设第一次过滤后蛋白质占比上升的百分率为 x ，根据题意列一元二次方程解题即可.

【详解】 解：任务一：表 2 中 a 与 b 的关系式为： $b = \frac{a}{300} \times 100\%$ ，

故答案为： $b = \frac{a}{300} \times 100\%$ ；

任务二：小颖食物摄入的蛋白质为 $200 \times \frac{3.2}{100} + 50 \times \frac{60 \times 13\%}{100} = 10.3\text{g}$ ，

而早晨需摄入蛋白质为 $60 \times 20\% = 12\text{g}$ ，

$\therefore 10.3\text{g} < 12\text{g}$ ，

$\therefore$ 小颖的说法不正确；

任务三：设第一次过滤后蛋白质占比上升的百分率为 x ，那么第二次过滤后蛋白质占比上升的百分率为 $\frac{5}{36}x$ ，

因为牛奶总量从 1000ml 经过两次过滤后变成 500ml ，相当于牛奶总量变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，但蛋白质的量不变，

可以把最初牛奶中蛋白质的含量看作单位 1，第一次过滤后蛋白质含量为 $(1+x)$ ，

第二次过滤后蛋白质含量为 $(1+x)\left(1 + \frac{5}{36}x\right)$ ，

而经过两次过滤后牛奶总量变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，即蛋白质的含量也变为了原来的 2 倍，因此可以列出一元二次

方程： $(1+x)\left(1 + \frac{5}{36}x\right) = 2$ ，

解得： $x_1 = 0.8, x_2 = -9$ （舍去）；

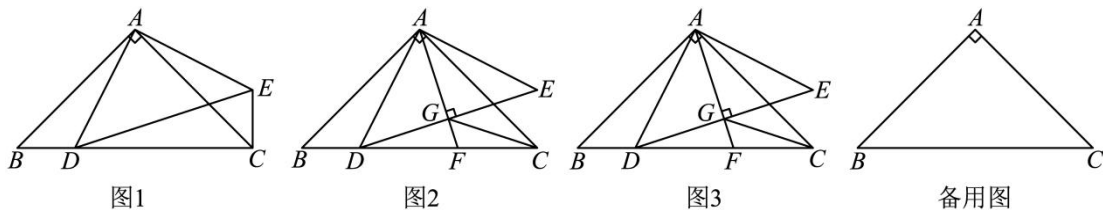
故第一次过滤后蛋白质占比上升的百分率为 80% ；

原来 A 品牌纯牛奶每 100ml 中蛋白质的 $NRV\%$ 为 5% ，经过一次过滤后，蛋白质占比上升 80% ，则高蛋白牛奶中蛋白质的 $NRV\%$ 为： $3.2 \times (1 + 0.8) \div 60 \approx 10\%$ ，

即这款高蛋白牛奶的营养成分表中，蛋白质 $NRV\%$ 的应标示为 10% .

26. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 D 在 BC 边上，以 AD 为腰的直角 $\triangle ADE$ ，

$\angle DAE = 90^\circ$.



- (1) 如图 1, 连接 CE , 直接写出 BD 和 CE 的关系;
- (2) 如图 2, 过点 A 作 $AG \perp DE$, 垂足为点 G , 交线段 BC 于点 F , 连接 CG , 探究 DA 与 GC 的数量关系.
- (3) 如图 3, 若过点 A 作 $AF \perp DE$ 交射线 BC 于点 F , 交 DE 于点 G , 连接 CG . 若 $BC = 4FC$, $AB = 2\sqrt{2}$, 求 CG 的长.

【答案】 (1) BD 与 CE 相等且垂直

(2) $GC = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$, 理由见解析

(3) 满足条件的 CG 长为 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 或 $\frac{2\sqrt{13}}{5}$.

【解析】

【分析】 (1) 证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 推出 $BD = CE$, $\angle B = \angle ACE = 45^\circ$, 据此即可得到 BD 与 CE 相等且垂直;

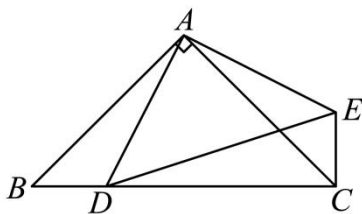
(2) 先证明 $\triangle ADG$ 是等腰直角三角形, 推出 $AG = \frac{1}{2} DE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$, 再由直角三角形的性质求得 $CG = \frac{1}{2} DE$, 据此即可求解;

(3) 分两种情况讨论, 点 F 在线段 BC 上和点 F 在线段 BC 的延长线上, 利用全等三角形的判定和性质以及勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

结论: BD 与 CE 相等且垂直.

证明: $\because AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$



$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore BD = CE, \quad \angle B = \angle ACE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ,$$

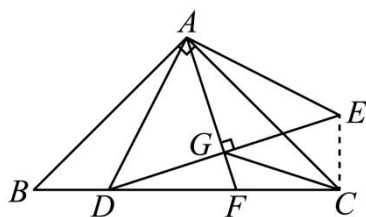
$\therefore BD$ 与 CE 相等且垂直;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } GC = \frac{\sqrt{2}}{2} AD;$$

证明: 连接 CE 、 EF ,

由 (1) 知, $\triangle DAE$ 是等腰直角三角形,



$$\therefore AF \text{ 平分 } \angle DAE,$$

$$\therefore \angle AGD = 90^\circ, \quad \angle DAG = 45^\circ,$$

$\therefore AF$ 是 DE 的垂直平分线, $\triangle ADG$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AG = \frac{1}{2} DE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD,$$

由 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 知 $BD = CE$, $\angle DCE = 90^\circ$,

$$\therefore DG = GE,$$

$$\therefore CG = \frac{1}{2} DE,$$

$$\therefore GA = GC = \frac{\sqrt{2}}{2} AD;$$

【小问 3 详解】

解: $\because AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{2} AB = 4,$$

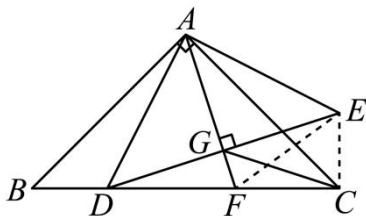
$$\therefore BC = 4CF,$$

$$\therefore BC = 4CF,$$

$\therefore F$ 在射线 BC 上,

$\therefore$ 存在两种情况:

第一种情况: 如图, 点 F 在线段 BC 上,



$$\therefore CF = 1, \quad BF = 4 - 1 = 3,$$

设 $BD = x$, 则 $DF = 3 - x$,

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

$$\therefore BD = CE, \quad \angle DCE = 90^\circ, \quad \text{连接 } EF,$$

$$\therefore AD = AE, \quad \angle DAF = \angle EAF, \quad AF = AF,$$

$$\therefore \triangle AFD \cong \triangle AFE$$

$$\therefore EF = DF = 3 - x,$$

在 $\triangle FCE$ 中, 由勾股定理得, $EF^2 = EC^2 + FC^2$, 即 $x^2 + 1^2 = (3 - x)^2$,

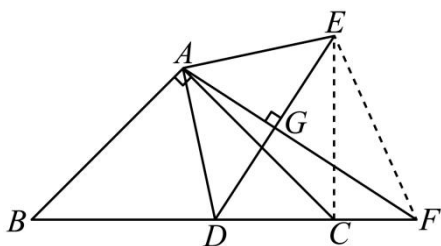
$$\text{解得 } x = \frac{4}{3}, \quad BD = \frac{4}{3},$$

$$CD = BC - BD = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3};$$

$$\text{在 Rt } \triangle DCE \text{ 中, 由勾股定理得, } DE = \sqrt{DC^2 + CE^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3},$$

$$\therefore CG = \frac{1}{2}DE = \frac{2\sqrt{5}}{3};$$

第二种情况: 如图, 点 F 在线段 BC 的延长线上,



由 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, $BD = CE$,

设 $BD = x$ ，则 $CE = x$ ， $CF = 1$ ， $DF = 5 - x$ ， $EF = DF = 5 - x$ ，

由前面可知， $\triangle AFD \cong \triangle AFE$ ，

$$\therefore FD = FE = 5 - x,$$

在 $\text{Rt}\triangle FCE$ 中，由勾股定理得， $EF^2 = EC^2 + FC^2$ ，即 $x^2 + 1^2 = (5 - x)^2$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{12}{5}, \text{ 即 } BD = \frac{12}{5} = CE,$$

$$\therefore CD = BC - BD = \frac{8}{5},$$

$$\text{在 } \text{Rt } DCE \text{ 中, } DE^2 = DC^2 + CE^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2,$$

$$DE = \frac{4\sqrt{13}}{5}, \quad CG = \frac{1}{2}DE = \frac{2\sqrt{13}}{5},$$

$$\therefore \text{满足条件的 } CG \text{ 长为 } \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ 或 } \frac{2\sqrt{13}}{5}.$$

【点睛】 此题是三角形综合题，考查了等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质以及勾股定理等知识，本题综合性强，熟练掌握等腰直角三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键，属于中考常考题型.