

2025-2026 学年八年级数学上学期第一次月考卷

提升卷·全解全析

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版五四制 2024 八年级上册 19.1~20.1。

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上.)

1. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 有理数是有限小数 B. 无限小数都是无理数
C. 无理数可以写成分数的形式 D. 无理数是无限不循环小数

【答案】D

【分析】本题主要考查了无理数, 根据无理数的定义解答即可.

【详解】A、有理数是整数和分数, 故本选项错误, 不符合题意;
B、无限不循环小数是无理数, 故本选项错误, 不符合题意;
C、无理数不可以写成分数的形式, 故本选项错误, 不符合题意;
D、无理数是无限不循环小数, 故本选项正确, 符合题意;

故选: D

2. 下列各式正确的是 ()

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt[3]{-27} = -3$ C. $\sqrt{(-6)^2} = -6$ D. $-\sqrt[3]{-125} = -5$

【答案】B

【分析】本题考查了算术平方根和立方根, 相反数, 根据平方根、立方根和相反数的定义, 逐一判断即可求解, 掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】解: A、 $\sqrt{9} = 3$, 该选项计算错误, 不合题意;
B、 $\sqrt[3]{-27} = -3$, 该选项计算正确, 符合题意;

C、 $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$ ，该选项计算错误，不合题意；

D、 $-\sqrt[3]{-125} = -(-5) = 5$ ，该选项计算错误，不合题意；

故选：B.

3. 近年来我国芯片技术突飞猛进，某品牌手机自主研发的最新型号芯片，其晶体管栅极的宽度为0.00000014米，将数据“0.00000014”用科学记数法表示为（ ）

A. 1.4×10^{-8}

B. 1.4×10^{-7}

C. 0.14×10^{-6}

D. 1.4×10^{-9}

【答案】B

【分析】此题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数，当原数绝对值 < 1 时， n 是负整数.

【详解】解：0.00000014 = 1.4×10^{-7} .

故选：B.

4. 下列根式中，是最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{ab^3}$

B. $\sqrt{a+b^3}$

C. $\sqrt{a^2+b^2-2ab}$

D. $\sqrt{8a}$

【答案】B

【分析】本题考查最简二次根式，理解最简二次根式的意义是正确判断的关键. 根据最简二次根式的意义逐项进行判断即可.

【详解】解：A. $\sqrt{ab^3} = |b|\sqrt{ab}$ ，故该选项不符合题意；

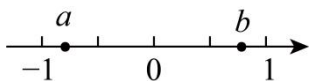
B. $\sqrt{a+b^3}$ 是最简二次根式，故该选项符合题意；

C. $\sqrt{a^2+b^2-2ab} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$ ，故该选项不符合题意；

D. $\sqrt{8a} = 2\sqrt{2a}$ ，故该选项不符合题意；

故选：B.

5. 实数 a ， b 在数轴上的位置如图所示，则 $\sqrt{(b-a)^2} + (\sqrt{b})^2 - |a|$ 化简的结果是（ ）



A. 0

B. $2b$

C. $-2a$

D. $2b - 2a$

【答案】B

【分析】本题考查了二次根式的性质与化简，实数与数轴，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

由数轴得 $-1 < a < 0, 0 < b < 1$ ，继而得出 $b - a > 0$ ，再根据二次根式的性质化简即可.

【详解】解：由数轴得 $-1 < a < 0, 0 < b < 1$ ，

$$\therefore b - a > 0,$$

$$\therefore \sqrt{(b-a)^2} + (\sqrt{b})^2 - |a|$$

$$= |b-a| + |b| - (-a)$$

$$= b - a + b + a$$

$$= 2b,$$

故选：B.

6. 如下表，被开方数 a 和它的算术平方根 $\sqrt{a}$ 的小数点位置移动符合一定的规律，根据规律可得 m, n 的值分别为（ ）

a	0.0625	0.625	6.25	62.5	625	6250	62500	625000
$\sqrt{a}$	0.25	0.791	m	n	25	79.1	250	791

A. $m=0.025, n \approx 7.91$

B. $m = 2.5, n \approx 7.91$

C. $m \approx 7.91, n = 2.5$

D. $m = 2.5, n \approx 0.791$

【答案】B

【分析】根据算术平方根的定义解决此题.

【详解】解：由题意得：从 0.0625 开始，小数点每向右移动两位，对应算术平方根扩大 10 倍，

从 0.625 开始，小数点每向右移动两位，对应算术平方根扩大 10 倍，

$\therefore$ 可得：6.25 的算术平方根为 2.5, 62.5 的算术平方根约为 7.91，

故选 B.

【点睛】本题主要考查数字类规律探索，算术平方根，熟练掌握原数和平方根的变化规律是解决本题的关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分.)

7. 二次根式 $\sqrt{2x-3}$ 有意义的条件是：_____.

【答案】 $x \geq \frac{3}{2}$

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件，根据二次根式的被开放数为非负数可得 $2x-3 \geq 0$ ，计算即可得解，熟练掌握二次根式有意义的条件是解此题的关键.

【详解】 解：根据题意可得： $2x-3 \geq 0$ ，

解得： $x \geq \frac{3}{2}$ ，

故答案为： $x \geq \frac{3}{2}$.

8. 比较大小： $2\sqrt{3}$ _____ $3\sqrt{2}$ (请填写“>”、“<”或“=”).

【答案】 <

【分析】 本题主要考查了实数大小比较，将两个无理数平方即可比较出大小.

【详解】 解： $(2\sqrt{3})^2 = 12$ ， $(3\sqrt{2})^2 = 18$ ，

$\therefore 12 < 18$ ，

$\therefore 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ ，

故答案为： < .

9. $|\sqrt{17}-3| =$ _____.

【答案】 $\sqrt{17}-3$

【分析】 本题主要考查了无理数估算、取绝对值等知识点，掌握无理数估算成为解题的关键.

先估计 $\sqrt{17}$ 的大小，然后确定 $\sqrt{17}-3$ 的正负，最后取绝对值即可.

【详解】 解： $\because 17 > 9$ ，

$\therefore \sqrt{17} > 3$ ，

$\therefore \sqrt{17}-3 > 0$ ，

$\therefore |\sqrt{17}-3| = \sqrt{17}-3$.

故答案为： $\sqrt{17}-3$.

10. 已知 $x-5$ 的算术平方根是4，则 $3x+1$ 的立方根是_____.

【答案】 4

【分析】 本题考查了算术平方根，立方根的计算，根据算术平方根，立方根的计算法则求解即可.

【详解】解：已知 $x-5$ 的算术平方根是 4，

$$\therefore x-5=16,$$

解得， $x=21$ ，

$$\therefore 3x+1=3 \times 21+1=64,$$

$\therefore 64$ 的立方根为 4，

故答案为：4．

11. 化简： $\sqrt{\frac{-4a}{b}}(a>0)=$ _____.

【答案】 $-\frac{2}{b}\sqrt{-ab}$

【分析】本题考查化简二次根式，根据最简二次根式的定义，需将根式内的分母去掉，因此要根据 a 的符号和被开方数的非负性判断出 b 的符号，然后再化简．

【详解】解： $\because \frac{-4a}{b}>0$ ，且 $a>0$ ，

$$\therefore b<0,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{-4a}{b}} = \sqrt{\frac{-4ab}{b^2}} = \frac{2}{|b|}\sqrt{-ab} = -\frac{2}{b}\sqrt{-ab}.$$

12. 若 $\sqrt{29}$ 的整数部分是 a ，小数部分为 b ，则 $a-b=$ _____.

【答案】 $10-\sqrt{29}$

【分析】根据算术平方根的定义由 $25<29<36$ 得到 $5<\sqrt{29}<6$ ，则 $a=5$ ， $b=\sqrt{29}-5$ ，然后计算 $a-b$ ．

【详解】 $\because 25<29<36$

$$\therefore 5<\sqrt{29}<6$$

$$\therefore a=5, \quad b=\sqrt{29}-5$$

$$\therefore a-b=5-(\sqrt{29}-5)=10-\sqrt{29}$$

故答案为： $10-\sqrt{29}$ ．

【点睛】本题考查了算术平方根，估算无理数的大小，利用完全平方数和算术平方根对无理数的大小进行估算．

13. 已知 $\sqrt{20n}$ 是整数，则满足条件的最小正整数 n 为_____.

【答案】5

【分析】根据二次根式的性质进行化简，即可求出答案.

【详解】解： $\because \sqrt{20n} = \sqrt{4 \times 5n} = 2\sqrt{5n}$ ，且 $\sqrt{20n}$ 是整数，

$\therefore 2\sqrt{5n}$ 是整数，

$\therefore 5n$ 是一个平方数，

$\therefore$ 最小正整数 n 为5；

故答案为：5

【点睛】此题主要考查了二次根式的定义，正确化简二次根式是解题关键.

14. 已知 $\sqrt[3]{1-2b}$ 与 $\sqrt[3]{3b+5}$ 互为相反数，则 b 的值为_____.

【答案】-6

【分析】本题主要考查了解一元一次方程以及立方根，根据题意得到 $(1-2b) + (3b+5) = 0$ ，解方程即可.

【详解】解： $\because \sqrt[3]{1+2b}$ 与 $\sqrt[3]{3b-5}$ 互为相反数，

$\therefore (1-2b) + (3b+5) = 0$ ，

$\therefore b = -6$.

故答案为：-6.

15. 如图，分别把两个面积为 100 cm^2 的小正方形沿一条对角线裁成4个小三角形，将4个小三角形拼成一个大正方形，那么大正方形的边长是_____ cm.



【答案】 $10\sqrt{2}$

【分析】本题考查了算术平方根，根据题意得出大正方形的面积，根据正方形的面积公式可得边长.

【详解】解： $\because$ 把两个面积为 100 cm^2 的小正方形拼成一个大正方形，

$\therefore$ 大正方形的面积为 200 cm^2 ，

$\therefore$ 大正方形的边长是 $\sqrt{200}\text{ cm}$ ，即 $10\sqrt{2}\text{ cm}$ ，

故答案为： $10\sqrt{2}$.

16. 将 $0.\dot{1}2\dot{3}$ 和 $0.4\dot{1}\dot{3}$ 化成分数： $0.\dot{1}2\dot{3} = \underline{\hspace{1cm}}$ 和 $0.4\dot{1}\dot{3} = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\frac{41}{333}$ $\frac{409}{990}$

【分析】可采用移动循环节的方法化循环小数为分数，纯循环小数化分数的方法：所求分数的分子是一个循环节所表示的数，分母的各位数字全是9，9的个数等于一个循环节里数字的个数；混循环小数化分数的方法是：所求分数的分子是第二个循环节以前的小数部分的数字所组成的数与小数部分中不循环部分的数字所组成的数之差，分母的前几位数字是9，9后面的数字是0，9的个数和一个循环节中数字的个数相等，0的个数等于不循环部分的数字的个数.

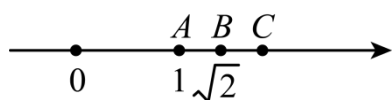
【详解】解： $0.\dot{1}2\dot{3} = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$ ，

$0.4\dot{1}3 = \frac{413-4}{990} = \frac{409}{990}$ ，

故答案为： $\frac{41}{333}$ ， $\frac{409}{990}$ 。

【点睛】本题考查了循环小数化分数的方法，解题方法独特，值得体会.

17. 如图，数轴上依次有A、B、C三点，点B为线段AC的中点，若点A、B分别表示实数1和 $\sqrt{2}$ ，则点C表示的实数是_____.



【答案】 $2\sqrt{2}-1$ / $-1+2\sqrt{2}$

【分析】本题考查了实数与数轴，根据中点的意义得到 $AB = BC = \sqrt{2} - 1$ 可得答案，掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】解： $\because$ 点B为线段AC的中点， $AB = \sqrt{2} - 1$ ，

$\therefore CB = \sqrt{2} - 1$ ，

$\therefore C$ 对应的数是 $\sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2} - 1$ ，

故答案为： $2\sqrt{2} - 1$ 。

三、解答题：(本大题共10题，共78分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

18. 设 $a_1 = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}$, $a_2 = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}$, $a_3 = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$, $\dots$, $a_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}$ ，其中n为正整数，则

$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \dots + \sqrt{a_{2025}}$ 的值为_____.

【答案】 $2025 \frac{2025}{2026}$

【分析】本题主要考查了数式规律问题，二次根式的性质，有理数的加减混合运算，将分数裂项，再寻找抵消规律是解题关键.

先求出 a_1 、 a_2 、 a_3 的值，代入原式，利用二次根式和 $a_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}$ 进行化简与计算，即可求解.

【详解】解： $\because a_1 = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$, $a_2 = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{49}{36} = \left(\frac{7}{6}\right)^2$ $a_3 = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{169}{144} = \left(\frac{13}{12}\right)^2$,

.....

$$a_n = 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left[\frac{n(n+1)+1}{n(n+1)} \right]^2,$$

$$\therefore \sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \cdots + \sqrt{a_{2025}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{6} + 1 + \frac{1}{12} + \cdots + 1 + \frac{1}{2025 \times 2026}$$

$$= 2025 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{2025 \times 2026} \right)$$

$$= 2025 + \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} \right)$$

$$= 2025 + 1 - \frac{1}{2026}$$

$$= 2025 \frac{2025}{2026}.$$

故答案为： $2025 \frac{2025}{2026}$.

三、解答题

19. 把下列各数填入相应的集合内 (填序号):

① $-\frac{1}{2}$, ② $-\sqrt{3}$, ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, ④ $\frac{9}{2}$, ⑤ $-\sqrt[3]{-8}$, ⑥ 0, ⑦ $-\pi$, ⑧ $-\frac{119}{3}$, ⑨ 3.1010010001... (每相邻两个 1 之间

0 的个数逐次加 1)

(1) 无理数集合 { ... };

(2) 分数集合 { ... };

(3) 负实数集合 { ... }.

【答案】 (1) ②, ③, ⑦, ⑨

(2) ①, ④, ⑧

(3) ①, ②, ⑦, ⑧

【分析】 首先计算立方根，然后根据无理数、分数及负实数的定义，对所给各数进行分类即可.

本题主要考查了立方根，实数，熟知无理数、分数及负实数的定义是解题的关键.

【详解】(1) 由题知, $-\sqrt[3]{-8}=2$,

$\therefore$ 无理数集合{②, ③, ⑦, ⑨...};

(2) 分数集合{①, ④, ⑧...};

(3) 负实数集合{①, ②, ⑦, ⑧...}.

20. 计算: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \times (5+2\sqrt{6}) + (5-2\sqrt{6})^0$.

【答案】2

【分析】根据零指数幂, 完全平方公式和平方差公式进行化简, 求解即可.

【详解】解: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \times (5+2\sqrt{6}) + (5-2\sqrt{6})^0$

$$= (5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6}) + 1$$
$$= 25 - 24 + 1$$
$$= 2$$

【点睛】此题考查了零指数幂, 完全平方公式和平方差公式, 解题的关键是熟练掌握相关运算性质.

21. 计算:

(1) $\sqrt{2^2} - \sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{7}{8}-1} - \sqrt[3]{1}$.

(2) $|\sqrt{2}| - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - |\sqrt{3} - 2|$.

【答案】(1)-1

(2) $2\sqrt{2} - 2$

【分析】(1) 先计算乘方与开方, 再计算加减即可;

(2) 先求绝对值, 再去括号, 然后合并同类二次根式即可

【详解】(1) 解: 原式 $= 2 - \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) - 1$

$$= -1;$$

(2) 解: 原式 $= \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{3})$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{2} - 2.$$

【点睛】本题考查实数的混合运算, 二次根式的加减运算, 绝对值, 熟练掌握实数法则和合并同类二次根式法则是解题的关键.

22. 将下列式子化成最简二次根式:

$$(1)\sqrt{-a^3};$$

$$(2)-a^2\sqrt{-\frac{1}{a}};$$

$$(3)-(1-a)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}.$$

【答案】 (1) $-a\sqrt{-a}$

(2) $a\sqrt{-a}$

(3) $-\sqrt{1-a}$

【分析】 (1) 先根据二次根式的双重非负性，判断被开方数中 a 的符号，再根据 $\sqrt{a^2}=|a|$ 化简即可.

(2) 先根据二次根式的双重非负性，判断被开方数中 a 的符号，再化简即可.

(3) 先根据二次根式的双重非负性，判断被开方数中 $a-1$ 的符号，再化简即可.

【详解】 (1) $\because -a^3 \geq 0,$

$$\therefore a^3 \leq 0,$$

$$\therefore a < 0.$$

$$\therefore \sqrt{-a^3} = \sqrt{a^2} \sqrt{-a} = -a\sqrt{-a};$$

(2) $\because -\frac{1}{a} \geq 0,$

$$\therefore \frac{1}{a} \leq 0,$$

$$\therefore a < 0.$$

$$\therefore -a^2\sqrt{-\frac{1}{a}} = -a^2 \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-a}} = \frac{-a^2\sqrt{-a}}{-a} = a\sqrt{-a};$$

(3) $\because -\frac{1}{a-1} \geq 0,$

$$\therefore \frac{1}{a-1} \leq 0,$$

$$\therefore a-1 < 0.$$

$$\therefore -(1-a)\sqrt{-\frac{1}{a-1}} = -(1-a) \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1-a}} = \frac{-(1-a)\sqrt{1-a}}{1-a} = -\sqrt{1-a}.$$

【点睛】 本题综合性较强，主要考查利用二次根式的性质进行化简，注意被开方数的各因式的符号.

23. 已知甲正方体纸盒的底面积为 25cm^2 ，乙正方体纸盒的体积比甲正方体纸盒的体积大 387cm^3 ，丙正方体纸盒的体积是乙正方体纸盒体积的 $\frac{1}{8}$.

(1)求乙正方体纸盒的体积.

(2)求丙正方体纸盒的棱长.

【答案】 (1) 512cm^3

(2) 4cm

【分析】 本题主要考查了立方根和算术平方根的应用, 熟练掌握算术平方根和立方根定义, 是解题的关键.

(1) 先求出甲正方体的边长, 然后求出甲正方体的体积, 再求出乙正方体的体积即可;

(2) 先求出丙正方体的体积, 再求出其棱长即可.

【详解】 (1) 解: $\because$ 甲正方体纸盒的底面积为 25cm^2 ,

$\therefore$ 甲正方体纸盒的边长为 $\sqrt{25} = 5(\text{cm})$,

$\therefore$ 甲正方体纸盒的体积为: $5^3 = 125(\text{cm}^3)$,

$\because$ 乙正方体纸盒的体积比甲正方体纸盒的体积大 387cm^3 ,

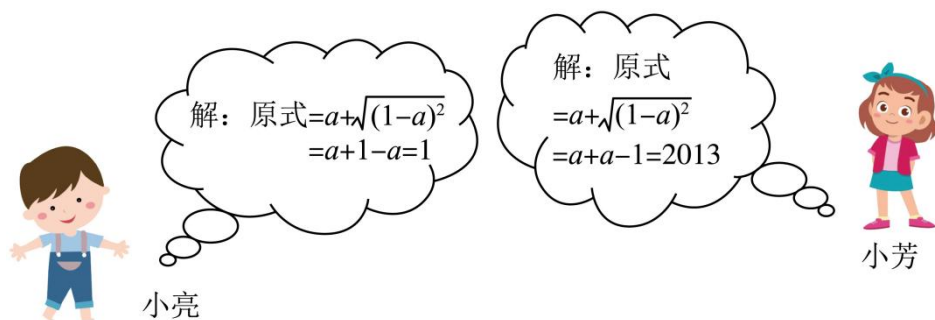
$\therefore$ 乙正方体纸盒的体积为 $387 + 125 = 512(\text{cm}^3)$.

(2) 解: $\because$ 丙正方体纸盒的体积是乙正方体纸盒体积的 $\frac{1}{8}$,

$\therefore$ 丙正方体的体积为: $512 \times \frac{1}{8} = 64(\text{cm}^3)$,

$\therefore$ 丙正方体纸盒的棱长为 $\sqrt[3]{64} = 4(\text{cm})$.

24. 求代数式 $a + \sqrt{1 - 2a + a^2}$ 的值, 其中 $a = 1007$, 如图是小亮和小芳的解答过程:



(1)_____的解法是错误的;

(2)求代数式 $a + 2\sqrt{a^2 - 6a + 9}$ 的值, 其中 $a = -2024$.

【答案】 (1)小亮

(2)2030

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简求值, 熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

(1) 根据二次根式的性质化简求值即可得解;

(2) 根据二次根式的性质化简求值即可得解.

【详解】(1) 解: $\because$ 当 $a=1007$ 时, $1-a<0$,

$$\therefore a + \sqrt{1-2a+a^2} = a + \sqrt{(1-a)^2} = a + |1-a| = a - (1-a) = a - 1 + a = 2a - 1,$$

$\therefore$ 小亮的计算错误, 小芳的计算正确;

$$(2) \text{ 解: } a + 2\sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$= a + 2\sqrt{(a-3)^2}$$

$$= a + 2|a-3|,$$

当 $a=-2024$ 时, $a-3<0$,

$$\therefore \text{原式} = a + 2(3-a) = 6 - a = 6 + 2024 = 2030.$$

25. 已知: $\sqrt{2^2}=2$, $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$, $\sqrt{(-5)^2}=5$, $\sqrt{(-0.1)^2}=0.1$, $\sqrt{0^2}=0$, 根据上面的计算结果, 回答下列问题:

$$(1) \sqrt{(\pi-3.14)^2} = \underline{\hspace{2cm}}; \text{ 若 } a < 3, \sqrt{(a-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \text{ 若 } a, b, c \text{ 为三角形三边长, 化简: } \sqrt{(a+b-c)^2} + \sqrt{(b-c-a)^2} - \sqrt{(c-a+b)^2}.$$

【答案】(1) $\pi-3.14$, $3-a$

(2) $3a-b-c$

【分析】本题考查二次根式的性质及化简, 根据二次根式的性质即可求出答案.

(1) 根据 $\sqrt{a^2}=|a|$, 结合已知条件求出结果即可;

(2) 根据三角形的三边关系可得 $a+b>c$, $b<c+a$, $b+c>a$, 据此化简原式即可.

【详解】(1) 解: $\because 3.14-\pi<0$,

$$\therefore \sqrt{(3.14-\pi)^2} = |3.14-\pi| = \pi-3.14;$$

当 $a<3$ 时, $a-3<0$,

$$\therefore \sqrt{(a-3)^2} = |a-3| = 3-a;$$

故答案为: $\pi-3.14$, $3-a$;

(2) 解: $\because a, b, c$ 为三角形三边长,

$$\therefore a+b>c, \quad b<c+a, \quad b+c>a,$$

$$\therefore a+b-c>0, \quad b-c-a<0, \quad b+c-a>0,$$

$$\therefore \text{原式} = |a+b-c| + |b-c-a| - |b+c-a|$$

$$= a+b-c - (b-c-a) - (b+c-a)$$

$$= a+b-c-b+c+a-b-c+a$$

$$= 3a-b-c.$$

26. 如图 1, 把两个边长为 1 的小正方形沿对角线剪开, 所得的 4 个直角三角形拼成一个面积为 2 的大正方形. 由此得到了一种能在数轴上画出无理数对应点的方法.

(1) 图 2 中 A 、 B 两点表示的数分别为 _____, _____;

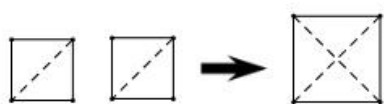


图 1

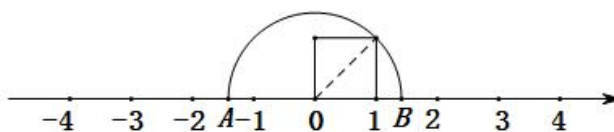


图 2

(2) 请你参照上面的方法:

①把图 3 中 5×1 的长方形进行剪裁, 并拼成一个大正方形. 在图 3 中画出裁剪线, 并在图 4 的正方形网格中画出拼成的大正方形, 该正方形的边长 $a = \underline{\hspace{2cm}}$. (注: 小正方形边长都为 1, 拼接不重叠也无空隙)

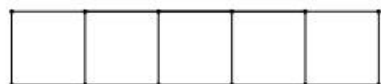


图 3

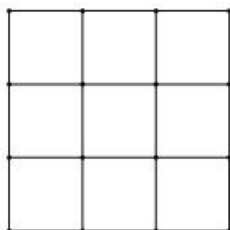
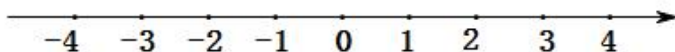


图 4

②在①的基础上, 参照图 2 的画法, 在数轴上分别用点 M 、 N 表示数 a 以及 $a-3$. (图中标出必要线段的长)



【答案】 (1) $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$; (2) ①图见解析, $\sqrt{5}$; ②见解析

【分析】 (1) 根据图 1 得到小正方形的对角线长, 即可得出数轴上点 A 和点 B 表示的数

(2) 根据长方形的面积得正方形的面积, 即可得到正方形的边长, 再画出图象即可;

(3) 从原点开始画一个长是 2, 高是 1 的长方形, 对角线长即是 a , 再用圆规以这个长度画弧, 交数轴于点 M , 再把这个长方形向左平移 3 个单位, 用同样的方法得到点 N .

【详解】 (1) 由图 1 知, 小正方形的对角线长是 $\sqrt{2}$,

∴ 图 2 中点 A 表示的数是 $-\sqrt{2}$ ，点 B 表示的数是 $\sqrt{2}$ ，

故答案是： $-\sqrt{2}$ ， $\sqrt{2}$ ；

(2) ①长方形的面积是 5，拼成的正方形的面积也应该是 5，

∴ 正方形的边长是 $\sqrt{5}$ ，

如图所示：

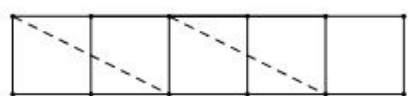


图 3

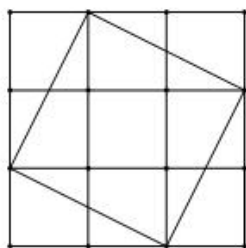
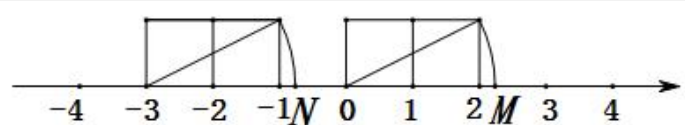


图 4

故答案是： $\sqrt{5}$ ；

②如图所示：



【点睛】 本题考查无理数的表示方法，解题的关键是理解题意，模仿题目中给出的解题方法进行求解.

27. 在数学课本中，运用反证法说明“ $\sqrt{2}$ 是一个无理数”，请模仿这种方法，说明 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是无理数.

阅读材料：

“无理数”的由来

为什么 $\sqrt{2}$ 不可能是一个有理数？现在我们用代数方法来解答这个问题.

假设 $\sqrt{2}$ 是一个有理数，那么可以得到 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ，其中 a 、 b 是整数且 a 、 b 互素且 $b \neq 0$ ，这时，就有： $2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ ，

于是 $a^2 = 2b^2$ ，则 a 是 2 的倍数.

再设 $a = 2m$ ，其中 m 是整数，就有： $(2m)^2 = 2b^2$ ，

也就是： $b^2 = 2m^2$ ，

所以 b 也是 2 的倍数，可见 a 、 b 不是互素数，与前面所假设的 a 与 b 互素相矛盾，因此 $\sqrt{2}$ 不可能是一个有理数.

解：假设 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是一个有理数.

则 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{a}{b}$ (a, b 是整数且 a, b 互素且 $b \neq 0$),

则 $\sqrt{3} = \frac{a}{b} - \sqrt{2}$,

两边同时平方得: _____,

所以: $2\sqrt{2}\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1$, 可得: $2\sqrt{2} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$,

所以: $\sqrt{2} =$ _____,

因为: _____,

所以: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是一个无理数.

【答案】 $3 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\sqrt{2}\frac{a}{b} + 2$; $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$; $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$ 为有理数, $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ 必为有理数, 而 $\sqrt{2}$ 为无理数, 与前面所设矛盾

【分析】 仿照题干方法进行证明即可.

【详解】 假设 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是一个有理数.

则 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{a}{b}$ (a, b 是整数且 a, b 互素且 $b \neq 0$),

则 $\sqrt{3} = \frac{a}{b} - \sqrt{2}$,

两边同时平方得: $3 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\sqrt{2}\frac{a}{b} + 2$,

所以: $2\sqrt{2}\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1$, 可得: $2\sqrt{2} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$,

所以: $\sqrt{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$,

因为: $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$ 为有理数, $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ 必为有理数, 而 $\sqrt{2}$ 为无理数, 与前面所设矛盾,

所以: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是一个无理数.

【点睛】 本题考查了无理数的证明, 能够理解并运用题干的反证法是解题的关键.

28. 经研究发现: $30 = 2 \times 3 \times 5$, 由于 30 没有大于 1 的平方约数, 因此 $\sqrt{\frac{30}{a}}$ 为有理数的条件是正整数 $a = 30t^2$ (其中 t 为正整数).

(1)若正整数 a 使得 $\sqrt{\frac{30}{a}} = \frac{1}{2}$, 则 a 的值为_____.

(2)已知 a 、 b 、 c 是正整数, 满足 $a \leq b \leq c$. 当 $\sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1$ 时, 称 (a, b, c) 为“三元数组”.

①若 (a, b, c) 为“三元数组”, 且 $a = b = c$, 则 $a = b = c =$ _____;

②若 $(a, 270, c)$ 为“三元数组”, 且 $a \neq c$, 则 $a =$ _____, $c =$ _____;

③“三元数组”共有_____个.

【答案】 (1)120

(2)①270; ② $a = 120$, $c = 1080$; ③3

【分析】 (1) 根据算术平方根的定义即可求解;

(2) ①由 $a = b = c$ 可得 $\sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{1}{3}$, 即可解答;

②设 $a = 30t^2$, $c = 30m^2$ (t, m 为正整数而且 $t < m$), 由 $b = 270$ 可得 $\frac{1}{t} + \frac{1}{m} = \frac{2}{3}$, 进行求解即可;

③设 $a = 30x^2$, $b = 30y^2$, $c = 30z^2$ (x, y, z 为正整数而且 $x < y < z$), 可得 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$, 根据分子为 1 的分数和为 1 的分数的特点进行讨论求解.

【详解】 (1) 解: $\because \sqrt{\frac{30}{a}} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{30}{a} = \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\therefore a = 120,$$

故答案为: 120;

(2) ① $\because a = b = c$,

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}},$$

$$\text{又} \because \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{30}{a} = \left(\frac{1}{3}\right)^2,$$

$$\therefore a = b = c = 270,$$

故答案为: 270,

② $\because b = 270$,

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{270}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{2}{3},$$

设 $a = 30t^2$, $c = 30m^2$ (t, m 为正整数而且 $t < m$),

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{30t^2}} + \sqrt{\frac{30}{30m^2}} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{1}{t} + \frac{1}{m} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{t} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore t = 2, \quad m = 6,$$

$$\therefore a = 120, \quad c = 1080;$$

故答案为: 120, 1080;

③ 设 $a = 30x^2$, $b = 30y^2$, $c = 30z^2$ (x, y, z 为正整数而且 $x < y < z$),

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{30}{30x^2}} + \sqrt{\frac{30}{30y^2}} + \sqrt{\frac{30}{30z^2}} = 1,$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1,$$

$$\text{又} \therefore \frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{z}$$

$$\therefore \frac{1}{x} \geq \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{z} \leq \frac{1}{3},$$

当 $\frac{1}{x} = \frac{1}{3}$ 时, $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = 1$, 此时 $x = y = z = 3$, $a = b = c = 270$,

当 $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{y} \geq \frac{1}{4}$,

当 $\frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ 时, 同②, $a = 120$, $b = 270$, $c = 1080$;

当 $\frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ 时, $\frac{1}{z} = \frac{1}{4}$, $a = 120$, $b = 480$, $c = 480$;

综上所述: “三元数组”共有 3 个.

故答案为: 3.

【点睛】 本题主要考查了算术平方根的应用, 理解题干所给的提示, 将 $\sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1$ 转化为几个分子为 1 的分数和为 1 的分数的式子求解是解题关键.