

## 上海实验西校 2025 学年第一学期八年级数学第一次阶段反馈

### 一、选择题：（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列各数中：0、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt[3]{9}$ 、 $\pi$ 、 $\frac{22}{7}$ 、1.010010001... （它的位数无限且相邻两个“1”之间“0”的个数依次加 1 个），无理数有（ ）
- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了无理数的定义．无理数就是无限不循环小数，由此即可求解．

【详解】解： $\sqrt{4} = 2$ ，

∴无理数有 $\sqrt[3]{9}$ 、 $\pi$ 、1.010010001... （它的位数无限且相邻两个“1”之间“0”的个数依次加 1 个），共 3 个．

故选：C

2. 下列根式中，最简二次根式是（ ）

A.  $\sqrt{18a^3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{8a}}{3a}$                       C.  $\sqrt{3a^2 + 4b^2}$                       D.  $\sqrt{\frac{b}{a}}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简二次根式的定义，关键是熟练应用定义．

由最简二次根式需满足：①被开方数不含能开方的因数或因式；②被开方数不含分母，进行判断即可得到答案．

【详解】解：A： $\sqrt{18a^3} = \sqrt{3^2 a^2 \times 2a} = 3a\sqrt{2a}$ ，不符合题意；

B： $\frac{2\sqrt{8a}}{3a} = \frac{2\sqrt{2^2 \times 2a}}{3a} = \frac{2 \times 2\sqrt{2a}}{3a} = \frac{4\sqrt{2a}}{3a}$ ，不符合题意；

C： $\sqrt{3a^2 + 4b^2}$  无法分解为因数或因式的平方且不含分母，是最简二次根式，符合题意；

D： $\sqrt{\frac{b}{a}}$  被开方数含分母，不符合题意．

故选：C．

3. 下列说法正确的是（ ）

- A. 无限小数是无理数  
C. 任何数都有平方根

- B. 1 的任何次方根都是 1  
D. 实数可分为有理数和无理数

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据无理数的定义，平方根的性质，实数的分类，逐项判断即可求解.

【详解】 解： A、无限不循环小数是无理数，故本选项错误，不符合题意；

B、1 的平方根是  $\pm 1$ ，故本选项错误，不符合题意；

C、0 和正数有平方根，故本选项错误，不符合题意；

D、实数可分为有理数和无理数，故本选项正确，符合题意；

故选： D

【点睛】 本题主要考查了无理数的定义，平方根的性质，实数的分类，熟练掌握相关知识点是解题的关键.

4.  $\sqrt{x-y}$  的有理化因式是 ( )

A.  $\sqrt{x-y}$

B.  $\sqrt{x+y}$

C.  $\sqrt{x}-\sqrt{y}$

D.  $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了有理化因式的定义：两个含有根式的代数式相乘，如果它们的积不含有根式，那么这两个代数式相互叫做有理化因式. 根据定义即可求解.

【详解】 解：  $\because \sqrt{x-y} \times \sqrt{x-y} = \sqrt{(x-y)^2} = |x-y|$ ,

又  $x-y \geq 0$

$$\therefore \sqrt{x-y} \times \sqrt{x-y} = x-y$$

故  $\sqrt{x-y}$  的有理化因式为  $\sqrt{x-y}$

故选： A.

5. 等式  $\sqrt{\frac{3-x}{1+x}} = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{1+x}}$  成立的条件是 ( )

A.  $x \leq 3$  且  $x \neq -1$

B.  $x > -1$

C.  $-1 < x \leq 3$

D.  $x \leq 3$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件可得  $3-x \geq 0$  且  $1+x > 0$ ，解不等式组即可.

本题主要考查了二次根式的除法，被开方数要大于等于 0，分母不能为 0.

【详解】解：根据题意得：  $3-x \geq 0$  且  $1+x > 0$ ，

解得：  $-1 < x \leq 3$ .

故选：C

6. 若  $a+|a|=0$ ，则  $\sqrt{a^2}+\sqrt{(a-1)^2}$  的值是 ( )

A. 2

B.  $-2a$

C.  $1-2a$

D.  $1+2a$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质及化简，由已知可得  $a \leq 0$ ，再根据二次根式的性质即可得到

$\sqrt{a^2} = -a, \sqrt{(a-1)^2} = 1-a$ ，进而得到结果.

【详解】解：  $\because a+|a|=0$ ，

$\therefore a \leq 0$ ，

$\therefore \sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = -a + (1-a) = 1-2a$ .

故选：C.

## 二、填空题 (每题 2 分， 共 24 分)

7.  $\sqrt{16}$  的平方根是\_\_\_\_\_.

【答案】 $\pm 2$

【解析】

【详解】解：  $\because \sqrt{16}=4$

$\therefore \sqrt{16}$  的平方根是  $\pm 2$ .

故答案为  $\pm 2$ .

8. 化简：  $\sqrt{-20a^3} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $-2a\sqrt{-5a}$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式的化简，理解二次根式有意义的条件（被开方数为非负数），掌握二次根式的性质  $\sqrt{a^2} = |a|$  是解题关键.

利用二次根式的性质进行化简即可.

【详解】解：根据题意得：  $-20a^3 \geq 0$ ,

$$\therefore a \leq 0,$$

$$\therefore \sqrt{-20a^3} = \sqrt{4a^2 \times (-5a)} = |2a| \sqrt{-5a} = -2a \sqrt{-5a}.$$

故答案为：  $-2a\sqrt{-5a}$

9. 比较大小：  $\sqrt{12}$  \_\_\_\_\_  $3\sqrt{2}$  . (填 “>” “<” “=” )

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的大小比较. 比较两个数的平方, 即可求解.

【详解】 解:  $\because (\sqrt{12})^2 = 12, (3\sqrt{2})^2 = 18$ , 且  $12 < 18$ ,

$$\therefore \sqrt{12} < 3\sqrt{2}.$$

故答案为: <

10. 最简二次根式  $\sqrt{2m-1}$  与  $\sqrt{34-3m}$  是同类二次根式, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 7

【解析】

【分析】 根据最简二次根式及同类二次根式的定义列得  $2m-1=34-3m$ , 求解即可.

【详解】 解:  $\because$  最简二次根式  $\sqrt{2m-1}$  与  $\sqrt{34-3m}$  是同类二次根式,

$$\therefore 2m-1=34-3m,$$

解得  $m=7$ ,

故答案为: 7.

【点睛】 此题考查了最简二次根式的定义, 同类二次根式的定义, 熟记定义是解题的关键.

11.  $3+\sqrt{5}$  的倒数是 \_\_\_\_\_

【答案】  $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了倒数的定义和分母有理化.

根据倒数的定义, 利用分母有理化的运算法则即可得到答案.

【详解】解：  $\because \frac{1}{3+\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} = \frac{3-\sqrt{5}}{4},$

$\therefore 3+\sqrt{5}$  的倒数是  $\frac{3-\sqrt{5}}{4},$

故答案为：  $\frac{3-\sqrt{5}}{4}.$

12. 已知  $(\sqrt{x} + \sqrt{y} + 3)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) = 0,$  则  $\sqrt{x} + \sqrt{y} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，算术平方根的非负性，把  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$  看做一个整体，则可根据解一元二次方程的方法得到  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + 3 = 0$  或  $\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1 = 0,$  即  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = -3$  或  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1,$  再由算术平方根的非负性可得  $\sqrt{x} \geq 0, \sqrt{y} \geq 0,$  则  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1.$

【详解】解：  $\because (\sqrt{x} + \sqrt{y} + 3)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) = 0,$

$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} + 3 = 0$  或  $\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1 = 0,$

$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} = -3$  或  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1,$

$\because \sqrt{x} \geq 0, \sqrt{y} \geq 0,$

$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0,$

$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1,$

故答案为： 1.

13. 化简：  $(\sqrt{1-a})^2 + \sqrt{(a-2)^2} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $3-2a$  或  $-2a+3$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质，二次根式有意义的条件，先由二次根式有意义的条件计算得出  $a \leq 1,$  从而得出  $a-2 < 0,$  再根据二次根式的性质化简即可，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】解： 由题意可得：  $1-a \geq 0,$

$\therefore a \leq 1,$

$\therefore a-2 < 0,$

$$\therefore (\sqrt{1-a})^2 + \sqrt{(a-2)^2} = 1-a + (2-a) = 1-a+2-a = 3-2a,$$

故答案为:  $3-2a$ .

14. 不等式  $2x \geq 1 + \sqrt{5}x$  的解集是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $x \leq -2 - \sqrt{5}$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了解不等式, 根据移项, 系数化为 1, 再分母有理化解答.

**【详解】** 解: 不等式  $2x \geq 1 + \sqrt{5}x$ ,

移项, 得  $(2 - \sqrt{5})x \geq 1$ ,

两边都除以  $2 - \sqrt{5}$ , 得  $x \leq \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ ,

即  $x \leq -2 - \sqrt{5}$ .

故答案为:  $x \leq -2 - \sqrt{5}$ .

15. 对于任意一个实数, 它的整数部分是指不超过这个数的最大整数, 它的小数部分是这个数减去整数部分剩下的数. 如 3.15 的整数部分为 3, 小数部分为  $3.15 - 3 = 0.15$ . 如果  $6 + \sqrt{11}$  的小数部分是  $m$ ,  $6 - \sqrt{11}$  的整数部分是  $n$ , 那么  $m - n - \sqrt{11}$  的值为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $-5$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了无理数的估算, 代数式求值, 由夹逼法可得  $3 < \sqrt{11} < 4$ , 即得  $9 < 6 + \sqrt{11} < 10$ ,  $2 < 6 - \sqrt{11} < 3$ , 进而求出  $m$ 、 $n$  的值, 再代入代数式计算即可求解, 掌握无理数的估算方法是解题的关键.

**【详解】** 解:  $\because 3 < \sqrt{11} < 4$ ,

$\therefore 9 < 6 + \sqrt{11} < 10$ ,  $2 < 6 - \sqrt{11} < 3$ ,

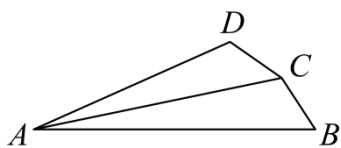
$\therefore 6 + \sqrt{11}$  的小数部分是  $m$ ,  $6 - \sqrt{11}$  的整数部分是  $n$ ,

$\therefore m = 6 + \sqrt{11} - 9 = \sqrt{11} - 3$ ,  $n = 2$ ,

$\therefore m - n - \sqrt{11} = \sqrt{11} - 3 - 2 - \sqrt{11} = -5$ ,

故答案为：-5.

16. 如图，在凸四边形  $ABCD$  中， $AB > AD$ ， $BC = CD$ ， $AC$  平分  $\angle BAD$ ， $\angle BAD = 25^\circ$ ，则  $\angle BCD =$  \_\_\_\_\_.

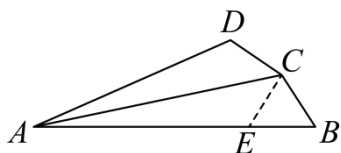


【答案】  $155^\circ$  ## 155 度

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形的性质、三角形全等的判定与性质及角平分线的概念，熟练掌握相关性质及判定定理是解题关键. 在  $AB$  上截取  $AE = AD$ ，通过 SAS 证明  $\triangle ADC \cong \triangle AEC$ ，得到  $\angle D = \angle AEC$ ， $CD = CE = CB$ ，再利用邻补角的定义证得  $\angle B + \angle D = \angle AEC + \angle BEC = 180^\circ$ ，根据四边形内角和为  $360^\circ$  即可得答案.

【详解】 解：如图，在  $AB$  上截取  $AE = AD$ ，



$\because AC$  平分  $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle EAC$ ，

在  $\triangle ADC$  和  $\triangle AEC$  中，
$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle DAC = \angle EAC \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEC (SAS)$ ，

$\therefore \angle D = \angle AEC$ ， $CD = CE = CB$ ，

$\therefore \angle B = \angle CEB$ ，

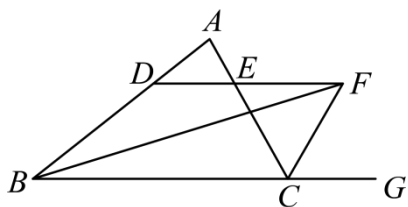
$\therefore \angle B + \angle D = \angle AEC + \angle BEC = 180^\circ$ ，

$\because \angle BAD = 25^\circ$ ，四边形内角和为  $360^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = 360^\circ - (\angle B + \angle D + \angle DAB) = 360^\circ - (180^\circ + 25^\circ) = 155^\circ$ .

故答案为：  $155^\circ$

17. 如图， $\angle ABC$  的平分线  $BF$  与  $\triangle ABC$  中  $\angle ACB$  的相邻外角  $\angle ACG$  的平分线  $CF$  相交于点  $F$ ，过  $F$  作  $DF \parallel BC$ ，交  $AB$  于  $D$ ，交  $AC$  于  $E$ ，若  $BD = 7\text{cm}$ ， $DE = 3\text{cm}$ ，求  $CE$  的长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质以及平行线的性质，角平分线有关计算．利用边角关系并结合等量代换来推导证明是本题的关键．

根据  $BF$ 、 $CF$  分别平分  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  的外角，且  $DF \parallel BC$ ，可得  $\angle DFB = \angle DBF$ ， $\angle ECF = \angle EFC$ ，根据等角对等边得出  $BD = DF = 7$ ， $EF = CE$ ，根据  $EF = DF - DE$  即可求得．

【详解】 解：  $\because BF$  平分  $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABF = \angle FBC,$$

$\because DF \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DFB = \angle FBC = \angle DBF,$$

$$\therefore BD = DF = 7(\text{cm}),$$

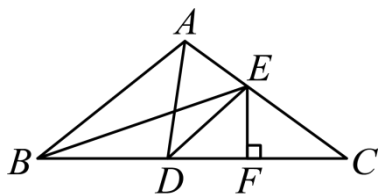
同理可得  $\angle ECF = \angle EFC$ ， $EF = CE$ ，

$$\because EF = DF - DE = 4(\text{cm}),$$

$$\therefore CE = 4(\text{cm}),$$

故答案为： 4．

18. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  是边  $BC$  上的一点，连接  $AD$ ，且  $\angle ADB = 100^\circ$ ， $BE$  平分  $\angle ABC$ ，交  $AC$  于点  $E$ ，过点  $E$  作  $EF \perp BC$ ，垂足为  $F$ ，连接  $DE$ ，且  $\angle DEF = 50^\circ$ ．若  $AB = 16\text{cm}$ ， $AD + CD = 28\text{cm}$ ， $\triangle ABE$  的面积是  $48\text{cm}^2$ ，则  $\triangle ADC$  的面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ ．



【答案】 84

【解析】

【分析】 本题考查了邻补角互补，三角形内角和性质，角平分线的性质与判定，正确掌握相关性质内容是解题的关键．先算出  $\angle ADC = 80^\circ$ ，再结合  $EF \perp BC$ ， $\angle DEF = 50^\circ$ ，得出  $\angle EDF = 40^\circ$ ，

$\angle ADE = 80^\circ - \angle EDF = 40^\circ$ ，故  $DE$  平分  $\angle ADC$ ，再结合角平分线的性质得出  $EF = NE = EH$ ，运用三角形面积之间的关系列式计算，即可作答。

【详解】解：  $\because \angle ADB = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

$$\because EF \perp BC$$

$$\therefore \angle EFD = 90^\circ$$

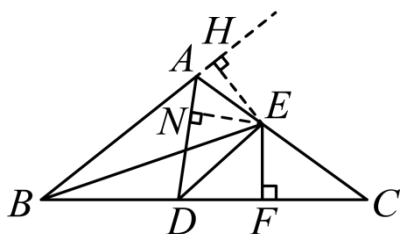
$$\because \angle DEF = 50^\circ$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\text{则 } \angle ADE = 80^\circ - \angle EDF = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

即  $DE$  平分  $\angle ADC$ ，

过  $E$  作  $EN \perp AD$  于  $N$ ，延长  $BA$ ，过  $E$  作  $EH \perp BA$  于  $H$ ，如图所示：



$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC, EH \perp BA, EN \perp AD,$$

$$\therefore EH = EN,$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADC, EF \perp BC,$$

$$\therefore EF = NE,$$

$$\text{即 } EF = NE = EH,$$

$$\because AB = 16\text{cm}, \triangle ABE \text{ 的面积是 } 48\text{cm}^2, \text{ 且 } \triangle ABE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times EH \times AB$$

$$\therefore 48 = \frac{1}{2} \times EH \times 16$$

$$\therefore EH = 6\text{cm}$$

$$\text{即 } EF = NE = 6\text{cm}$$

$$\because AD + CD = 28\text{cm}, \text{ 且 } S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CDE}$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times NE \times AD + \frac{1}{2} \times DC \times EF$$

$$= \frac{1}{2} \times EF \times (AD + DC)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 28$$

$$= 84(\text{cm}^2)$$

故答案为：84

### 三、计算题（每题 5 分，共 35 分）

19. 计算：  $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}} + \sqrt{(-2)^2} - (-0.5)^0 \div \sqrt{4}$

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查实数的混合运算，熟练掌握算术平方根和立方根的定义是解题的关键.

先根据算术平方根和立方根的定义、负整数指数幂和零指数幂的运算法则计算，再进行加减计算即可.

【详解】 解：  $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^{-1}} + \sqrt{(-2)^2} - (-0.5)^0 \div \sqrt{4}$

$$= \frac{3}{2} + 2 - 1 \div 2$$

$$= \frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2}$$

$$= 3$$

20. 化简：  $\frac{1}{3}\sqrt{9a} - 2a\sqrt{\frac{1}{a}} + 8\sqrt{\frac{a}{16}}$ .

【答案】  $\sqrt{a}$

【解析】

【分析】 先化为最简二次根式，再利用二次根式的加减运算法则，进行运算即可求解.

【详解】 解：  $\frac{1}{3}\sqrt{9a} - 2a\sqrt{\frac{1}{a}} + 8\sqrt{\frac{a}{16}}$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{a} - 2a \cdot \frac{1}{a}\sqrt{a} + 8 \cdot \frac{1}{4}\sqrt{a}$$

$$= \sqrt{a}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的加减混合运算，二次根式的性质，二次根式的加减运算，先化为最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并. 合并同类二次根式的实质是合并同类二次根式的系数，根指数与被开方数不变. 同类二次根式是指几个二次根式化简成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式.

21. 计算：  $\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

【答案】 1

【解析】

【分析】 先分母有理化，再根据二次根式的加减法法则进行计算即可.

【详解】 解： 原式  $= 2\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$

$= 1.$

【点睛】 本题考查二次根式的运算，能正确分母有理化是解题的关键.

22. 计算：  $\frac{1}{2}\sqrt{a} \times (-2\sqrt{a^3}) \div \frac{3}{4}\sqrt{a^5}$

【答案】  $-\frac{4\sqrt{a}}{3a}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的乘除运算. 先计算乘法，再算除法即可.

【详解】 解： 根据题意得：  $a > 0$ ,

$$\frac{1}{2}\sqrt{a} \times (-2\sqrt{a^3}) \div \frac{3}{4}\sqrt{a^5}$$

$$= -\sqrt{a^4} \div \frac{3}{4}\sqrt{a^5}$$

$$= -a^2 \times \frac{4}{3a^2\sqrt{a}}$$

$$= -\frac{4\sqrt{a}}{3a}$$

23. 计算：  $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} (a > 0, b > 0)$

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，分别将两个式子中的分子利用平方差公式和完全平方公式变形，再按照二次根式的除法及加减混合运算法则计算即可.

【详解】 解：  $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$= 0.$$

24. 解不等式:  $\sqrt{11}(x-1) > 2\sqrt{3}(x+1) - 3\sqrt{3}$ .

【答案】  $x < -5 - \sqrt{33}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式，根据解一元一次不等式的步骤计算即可得解，熟练掌握运算步骤是解此题的关键.

【详解】 解:  $\because \sqrt{11}(x-1) > 2\sqrt{3}(x+1) - 3\sqrt{3}$ ,

$$\therefore \sqrt{11}x - \sqrt{11} > 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \sqrt{11}x - 2\sqrt{3}x > \sqrt{11} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3},$$

$$\therefore (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})x > \sqrt{11} - \sqrt{3},$$

$$\because \sqrt{11} - 2\sqrt{3} < 0,$$

$$\therefore x < \frac{(\sqrt{11} - \sqrt{3})(\sqrt{11} + 2\sqrt{3})}{(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})(\sqrt{11} + 2\sqrt{3})} = \frac{11 + 2\sqrt{33} - \sqrt{33} - 6}{11 - 12} = \frac{5 + \sqrt{33}}{-1} = -5 - \sqrt{33}, \text{ 即 } x < -5 - \sqrt{33}.$$

25. 已知  $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$ , 求代数式  $\frac{x^2 - 6x + 2}{x - 3}$  的值.

【答案】  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【解析】

【分析】 先将  $x$  进行化简，然后再代入求值即可.

【详解】 解:  $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = 3 + 2\sqrt{2},$

$$\text{原式} = \frac{(3 + 2\sqrt{2})^2 - 6(3 + 2\sqrt{2}) + 2}{3 + 2\sqrt{2} - 3}$$

$$= \frac{9 + 12\sqrt{2} + 8 - 18 - 12\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2}}$$

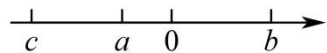
$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的化简与计算，掌握化简方法及运算法则是解题关键.

#### 四、解答题 (第 26、27、29 题每题 6 分，第 28 题 5 分，共 23 分)

26. 实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  在数轴上的位置如图所示，化简代数式  $\sqrt{a^2} - |a+b| - \sqrt[3]{(b-c)^3}$  .



【答案】  $-2a - 2b + c$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数轴上的点表示有理数，绝对值的性质，平方根和立方根的性质，先根据数轴可知  $c < a < 0 < b$ ，且  $|b| > |a|$ ，进而得出  $a+b > 0$ ,  $b-c > 0$ ，再去掉绝对值和根号计算即可.

【详解】 解：根据数轴可得  $c < a < 0 < b$ ，且  $|b| > |a|$ ，

$$\therefore a+b > 0, b-c > 0,$$

$$\therefore \sqrt{a^2} - |a+b| - \sqrt[3]{(b-c)^3} = -a - (a+b) - (b-c) = -a - a - b - b + c = -2a - 2b + c.$$

27. 已知  $\sqrt[3]{y-1}$  和  $\sqrt[3]{3-2y}$  互为相反数，且  $x-5$  的平方根是它本身，求  $x+y$  的平方根.

【答案】  $x+y$  的平方根为  $\pm\sqrt{7}$

【解析】

【分析】 本题考查了相反数、平方根、解一元一次方程的应用，关键是能根据题意得出方程.

根据题意可得  $y-1 = -(3-2y)$  和  $x-5 = 0$ ，分别求出  $x$ 、 $y$ ，将其代入进行计算即可.

【详解】 解：  $\because \sqrt[3]{y-1}$  和  $\sqrt[3]{3-2y}$  互为相反数，

$$\therefore y-1 = -(3-2y)$$

$$y-1 = -3+2y$$

$$y-2y = -3+1$$

$$-y = -2,$$

$$\text{解得 } y = 2,$$

$$\because x-5 \text{ 的平方根是它本身,}$$

$$\therefore x-5 = 0,$$

$$\therefore x = 5,$$

$$\therefore x + y$$

$$= 5 + 2$$

$$= 7,$$

$$\therefore x + y \text{ 的平方根为 } \pm\sqrt{7}.$$

28. 观察下表:

|            |        |      |   |     |       |
|------------|--------|------|---|-----|-------|
| $a$        | 0.0001 | 0.01 | 1 | 100 | 10000 |
| $\sqrt{a}$ | 0.01   | 0.1  | 1 | 10  | 100   |

(1) 由上表你发现了什么规律? 请用语言叙述这个规律: \_\_\_\_\_;

(2) 根据你发现的规律填空: 已知  $\sqrt{5.217} \approx 2.284$ ,  $\sqrt{521.7} \approx 22.84$ .

则  $\sqrt{0.05217} \approx$  \_\_\_\_\_,  $-\sqrt{52170} \approx$  \_\_\_\_\_;

若  $\sqrt{x} \approx 0.02284$ , 则  $x \approx$  \_\_\_\_\_;

(3) 拓展提升:

①已知  $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$ , 则  $-\sqrt[3]{456} \approx$  \_\_\_\_\_;

②已知  $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$ ,  $\sqrt[3]{30} \approx 3.107$ , 则  $\sqrt[3]{3000} \approx$  \_\_\_\_\_.

**【答案】** (1) 被开方数的小数点向左或向右移动两位, 它的算术平方根的小数点就向左或向右移动一位

(2) 0.2284, -228.4, 0.0005217

(3) ①-7.697; ②14.42

**【解析】**

**【分析】** 本题考查算术平方根、立方根定义和性质, 掌握其性质是解题的关键.

(1) 由于被开方数的小数点每移动两位, 相应的算术平方根的小数点相应移动一位, 由此即可解决问题;

(2) 利用 (1) 中发现的规律进而分别得出各数据答案;

(3) ①、②被开方数每移动三位, 立方根就相应移动一位. 利用此规律即可求解.

**【小问 1 详解】**

解: 由表格可以发现: 被开方数的小数点向左或向右移动两位, 它的算术平方根的小数点就向左或向右移动一位. 或者: 被开方数扩大或缩小百倍, 它的算术平方根就扩大或缩小十倍.

故答案为：被开方数的小数点向左或向右移动两位，它的算术平方根的小数点就向左或向右移动一位；

【小问 2 详解】

解：∵  $\sqrt{5.217} \approx 2.284, \sqrt{521.7} \approx 22.84$  .

∴  $\sqrt{0.05217} \approx 0.2284$  ,  $-\sqrt{52170} \approx -228.4$  ;

若  $\sqrt{x} \approx 0.02284$  , 则  $x \approx 0.0005217$  ,

故答案为：0.2284 , -228.4 , 0.0005217 ;

【小问 3 详解】

解：①∵ 知  $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$  ,

∴  $-\sqrt[3]{456} \approx -7.697$  ,

故答案为：-7.697 ;

②∵  $\sqrt[3]{3} \approx 1.442, \sqrt[3]{30} \approx 3.107$  ,

∴  $\sqrt[3]{3000} \approx 14.42$  ,

故答案为：14.42 .

29. 阅读下列材料，然后回答问题. 在进行二次根式运算时，我们有时会碰上如  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 、 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$  一样

的式子，其实我们还可以将其进一步化简： $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3}{5} \sqrt{5}$ ；(I)  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$  (II)

$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2 \times (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{3}-1$ . (III) 以上这种化简的步骤叫做分母有理化.  $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$  还

可以用以下方法化简： $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1$ . (IV)

(1) 请用两种方法化简  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ . ①参照 (III) 式得  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ . ②参照 (IV) 式得

$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 化简： $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$ .

【答案】(1) 见解析 (2)  $\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了分母有理化，解题的关键是掌握材料中分母有理化的方法.

(1) 根据分母有理化的方法求解即可；

(2) 规律：分母的两个被开方数相差是2，分母有理化后，分母都是2，分子可以出现抵消的情况，据此求解即可.

【小问1详解】

解：①参照（Ⅲ）式得  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5}-\sqrt{3},$

②参照（Ⅳ）式得  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{5-3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \sqrt{5}-\sqrt{3},$

故答案为： $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ；

【小问2详解】

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} + \cdots + \frac{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}-1 + \sqrt{5}-\sqrt{3} + \sqrt{7}-\sqrt{5} + \cdots + \sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1}) \\ &= \frac{1}{2} \times (\sqrt{2n+1}-1) \\ &= \frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}. \end{aligned}$$

