

金山实验中学 2025 学年第一学期 12 月教学质量调研

八年级数学试卷

(完成时间: 90 分钟) 2025.12

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

B. $\sqrt{9a^2}$

C. $\sqrt{m^3 + m^5}$

D. $\sqrt{x^2 + y^2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了最简二次根式,

最简二次根式需满足被开方数不含分母且不含能开得尽方的因数或因式, 逐一分析各选项解答即可.

【详解】解: $\because$ A: $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 被开方数含分母, 不是最简;

B: $\sqrt{9a^2} = |3a|$, 可开方, 不是最简;

C: $\sqrt{m^3 + m^5} = \sqrt{m^3(1+m^2)} = |m|\sqrt{m(1+m^2)}$, 被开方数含平方因数 m^2 , 不是最简;

D: $\sqrt{x^2 + y^2}$ 被开方数无分母且无平方因数, 是最简.

故选: D.

2. 下列方程中是一元二次方程的是 ()

A. $x^2 = y$

B. $x^2 - \frac{1}{x} = 0$

C. $x(x+1) = 2$

D. $x^3 - 2x - 4 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程的定义, 熟练掌握一元二次方程的定义, 是解题的关键. 根据一元二次方程的定义: 只含有一个未知数, 且未知数的最高次数是 2 的整式方程, 逐一判断各选项.

【详解】解: 一元二次方程需满足: ① 整式方程; ② 只含一个未知数; ③ 未知数的最高次数为 2.

A. 含有两个未知数 x 和 y , 不符合条件②, 故 A 不符合题意;

B. 方程中含有分式 $\frac{1}{x}$, 不是整式方程, 不符合条件①, 故 B 不符合题意;

C. 方程可化为 $x^2 + x - 2 = 0$, 满足所有条件, 故 C 符合题意;

D. 未知数的最高次数为 3, 不符合条件③, 故 D 不符合题意.

故选：C.

3. 下列方程中，没有实数根的是()

- A. $x^2 - 2x - 5 = 0$ B. $x^2 - 2x + 1 = 0$ C. $x^2 - 2x = 0$ D. $x^2 - 2x = -5$

【答案】D

【解析】

【分析】把各方程整理成一般形式，用根的判别式判断即可.

【详解】解：方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 24 > 0$ ，该方程有两个不相等的实数根；

方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，该方程有两个相等实数根；

方程 $x^2 - 2x = 0$ 的 $\Delta = (-2)^2 = 4 > 0$ ，该方程有两个不相等的实数根；

方程 $x^2 - 2x = -5$ 可变形为 $x^2 - 2x + 5 = 0$ ， $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16 < 0$ ，该方程没有实数根.

故选 D.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根； $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根； $\Delta < 0$ 时，方程没有实数根.

4. 将一元二次方程 $x^2 - 2x - 2025 = 0$ 转化为 $(x + a)^2 = b$ 的形式，则 $a + b$ 的值为 ()

- A. 2027 B. 2026 C. 2025 D. 2024

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了配方法解一元二次方程，完全平方公式的应用，通过配方法将一元二次方程转化为完全平方式，确定参数 a 和 b 的值，再计算它们的和.

【详解】解： $\because x^2 - 2x - 2025 = 0$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 2025 + 1$$

$$\text{即 } (x - 1)^2 = 2026,$$

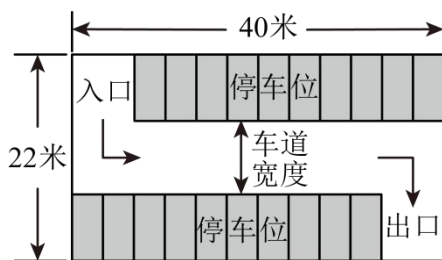
$$\text{与 } (x + a)^2 = b \text{ 比较, 得 } a = -1, b = 2026,$$

$$\therefore a + b = -1 + 2026 = 2025.$$

故选：C.

5. 如图是某地下停车场的平面示意图，停车场的长为 40 米，宽为 22 米. 停车场内车道的宽度相等，若停车位的总占地面积为 544 平方米. 求车道的宽度 (单位：米). 设停车场内车道的宽度为 x 米，根据题意所

列方程为 ()



A. $(40-2x)(22-x) = 544$

B. $(40-x)(22-2x) = 544$

C. $(40-2x)(22-2x) = 544$

D. $(40-x)(22-x) = 544$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解答本题的关键．由停车场的长、宽及停车场内车道的宽度，可得出停车位可合并为一个长为 $(40-x)$ 米，宽为 $(22-x)$ 米的矩形，结合停车位的占地面积为 544 平方米，即可列出关于 x 的一元二次方程，即可求解．

【详解】 解：若设停车场内车道的宽度为 x 米，则停车位可合并为一个长为 $(40-x)$ 米，宽为 $(22-x)$ 米的矩形，

根据题意得： $(40-x)(22-x) = 544$ ，

故选：D．

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线， CE 是 AB 边上的高， $AC = 4\sqrt{3}$ ， $BC = 4$ ．那么 $\triangle CDE$ 的周长为 ()

A. $6+2\sqrt{3}$

B. $6+\sqrt{3}$

C. $4+2\sqrt{3}$

D. $4+\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理，直角三角形的性质，解直角三角形，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，利用勾股定理求斜边 AB ，中线 CD 等于斜边一半，高 CE 利用面积法求得，点 E 位置通过三角函数确定，进而求 DE ，最后求 $\triangle CDE$ 周长．

【详解】 解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4\sqrt{3}$ ， $BC = 4$ ，
 $\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2 = 48 + 16 = 64$ ，

解得 $AB=8$.

$\because CD$ 是 AB 边上的中线,

$$\therefore CD = \frac{AB}{2} = 4.$$

$\because CE$ 是 AB 边上的高,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times AB \times CE = \frac{1}{2} \times 8CE = 4CE,$$

$$\therefore 4CE = 8\sqrt{3},$$

解得 $CE = 2\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore \cos \angle A = \frac{AE}{AC}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{4\sqrt{3}},$$

解得 $AE = 6$.

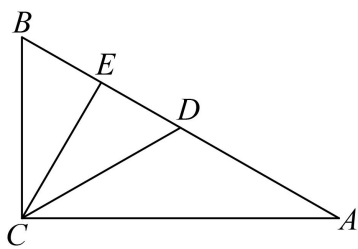
$\because$ 点 D 是 AB 中点, $AB = 8$,

$$\therefore AD = 4.$$

$$\therefore DE = AE - AD = 6 - 4 = 2.$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的周长} = CD + CE + DE = 4 + 2\sqrt{3} + 2 = 6 + 2\sqrt{3}.$$

故选: A.



二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{(\pi-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】

$$\pi - 3$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的性质,

根据根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$, 由于 $\pi > 3$, 所以化简为 $\pi - 3$.

【详解】 解: $\because \pi > 3$,

$$\therefore \sqrt{(\pi-3)^2} = |\pi-3| = \pi-3.$$

故答案为: $\pi-3$.

8. 计算: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的乘法,

利用根式的乘法法则, 将两个平方根合并为一个平方根, 然后计算被开方数的乘积, 最后求算术平方根.

【详解】 解: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{8 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2.$

故答案为: 2.

9. 写出 $\sqrt{a}+1(a \geq 0)$ 的一个有理化因式是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】

$$\sqrt{a}-1$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理化因式, 平方差公式的应用,

有理化因式需使乘积不含根号, 选择共轭形式即可.

【详解】 解: 因为 $(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1) = a-1$, 结果不含有根号,

所以对于表达式 $\sqrt{a}+1$, 其有理化因式为 $\sqrt{a}-1$.

故答案为: $\sqrt{a}-1$.

10. 方程 $9x^2-16=0$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\pm \frac{4}{3}$

【解析】

【分析】 利用直接开平方法求解即可得到答案.

【详解】 解: $9x^2-16=0$,

$$x^2 = \frac{16}{9},$$

$$\therefore x = \pm \frac{4}{3},$$

故答案为: $\pm \frac{4}{3}$.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 解题的关键是结合方程的特点选择合适、简便的方法.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + mx + m^2 - 4 = 0$ 有一个根是 0, 则 m 的值为_____

【答案】 -2

【解析】

【分析】 此题考查了一元二次方程的定义及方程的解的定义, 将 $x=0$ 代入方程求出 $m=\pm 2$, 再根据一元二次方程的定义求出 $m \neq 2$, 由此得到答案, 正确理解一元二次方程的定义及方程的解的定义是解题的关键.

【详解】 解: 将 $x=0$ 代入 $(m-2)x^2 + mx + m^2 - 4 = 0$, 得 $m^2 - 4 = 0$,

解得 $m = \pm 2$,

$\therefore m - 2 \neq 0$,

$\therefore m \neq 2$,

$\therefore m = -2$,

故答案为 -2.

12. 在实数范围内因式分解: $x^2 + 4x - 1 =$ _____.

【答案】 $(x+2+\sqrt{5})(x+2-\sqrt{5})$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解的应用, 熟练掌握因式分解的方法是解答本题的关键. 因式分解常用的方法有: ①提公因式法; ②公式法; ③十字相乘法; ④分组分解法.

对于二次三项式, 通过配方法将其转化为完全平方式与常数的差, 然后利用平方差公式进行因式分解.

【详解】 解: $x^2 + 4x - 1$

$$= x^2 + 4x + 4 - 4 - 1$$

$$= (x+2)^2 - 5$$

$$= (x+2)^2 - (\sqrt{5})^2$$

$$= (x+2+\sqrt{5})(x+2-\sqrt{5}).$$

故答案为: $(x+2+\sqrt{5})(x+2-\sqrt{5})$.

13. 解分式方程 $\frac{2x}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x+3} = 1$ 时, 可以将它化为一元二次方程, 那么这个一元二次方程的一般式是 _____.

【答案】 $x^2 + x + 2 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程, 一元二次方程的概念, 熟悉解分式方程的步骤是关键; 将分式方程的分母因式分解, 找到公分母, 去分母后整理成一元二次方程的一般形式.

【详解】 解: 方程化为 $\frac{2x}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{x+3} = 1$.

两边同乘公分母 $(x+1)(x+3)$, 得 $2x + (x+1) = (x+1)(x+3)$.

整理得: $x^2 + x + 2 = 0$.

故答案为: $x^2 + x + 2 = 0$.

14. 某地区 PM2.5 的年平均值经过测算, 2015 年为 180, 经过治理后, 2017 年为 80, 如果设 PM2.5 的平均值每年的降低率均为 x , 列出关于 x 的方程: _____.

【答案】 $180(1-x)^2=80$

【解析】

【分析】 根据降低率的意义知 2016 年为 $180(1-x)$, 2017 年为 $180(1-x)^2$, 结合 2017 年为 80 可得答案.

【详解】 设 PM2.5 的平均值每年的降低率均为 x ,

根据题意可得 $180(1-x)^2=80$,

故答案为 $180(1-x)^2=80$.

【点睛】 此题考查了一元二次方程的应用, 属于平均增长率问题, 一般情况下, 假设基数为 a , 平均增长率为 x , 增长的次数为 n (一般情况下为 2), 增长后的量为 b , 则有表达式 $a(1+x)^n=b$, 类似的还有平均降低率问题, 注意区分“增”与“减”.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=5\text{cm}$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 若 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ADC$ 的周长多 2cm , 则 $AB=$ _____ cm .

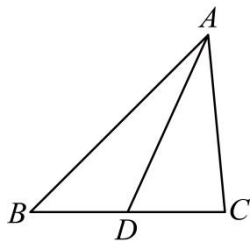
【答案】 7

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的中线的定义, 求出两三角形的周长的差 $=BA-AC$ 是解题关键. 根据三角形

的中线的定义可得 $BD = CD$ ，然后依据 $\triangle ABD$ 周长与 $\triangle ADC$ 的周长多 2cm ，代入数据计算即可得解。

【详解】解：如图，



$\because AD$ 是 ABC 中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 周长} - \triangle ADC \text{ 的周长} = (BA + BD + AD) - (AC + AD + CD) = BA - AC,$$

$\because \triangle ABD$ 周长与 $\triangle ADC$ 的周长多 2cm ，

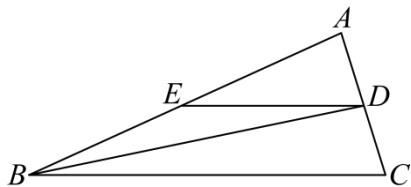
$$\therefore BA - AC = 2\text{cm},$$

$$\because AC = 5\text{cm}$$

$$\therefore BA = 7\text{cm}.$$

故答案为：7.

16. 如图，在 ABC 中， BD 平分 $\angle ABC$ 且 $BD \perp AC$ 于点 D ， $DE \parallel BC$ 与 AB 相交于 E 。 $AB = 5\text{cm}$ ， $AC = 2\text{cm}$ ，则 ADE 的周长 = _____ cm 。



【答案】6

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形全等的判定和性质，等腰三角形的判定，平行线的性质，解题的关键是熟练掌握相关的判定和性质。先证明 $\angle ABD = \angle EDB$ ，根据等腰三角形的判定得出 $EB = ED$ ，证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (ASA)，得出 $AD = CD$ ，根据 $C_{\triangle ADE} = AE + DE + AD = AB + AD = 5 + 1 = 6(\text{cm})$ 得出答案即可。

【详解】解： $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle EDB,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore EB = ED, \\
&\therefore BD \perp AC, \\
&\therefore \angle ADB = \angle CDB = 90^\circ, \\
&\therefore BD = BD, \\
&\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD (\text{ASA}), \\
&\therefore AD = CD, \\
&\therefore AC = 2\text{cm}, \\
&\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 1\text{cm}, \\
&\therefore C_{\triangle ADE} = AE + DE + AD = AB + AD = 5 + 1 = 6(\text{cm}).
\end{aligned}$$

故答案为：6.

17. 2025 年 10 月，诺贝尔物理学奖表彰了科学家在超导电路中发现了宏观量子现象，在超导电路中，量子比特的“共振频率”很关键. 已知某种量子比特的两个共振频率 f_1 和 f_2 （单位： 10^9 赫兹）满足以下条件：

①两个频率的和为 8；②以这两个频率为根的一元二次方程，其一次项系数的 2 倍与常数项的和，等于两根的差的平方. 设该一元二次方程为 $x^2 + bx + c = 0$ （其中 b, c 是实数），则可求得 $c =$ _____.

【答案】 16

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的性质，熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解题的关键.

根据一元二次方程根与系数的关系，由两根之和为 8，可得一次项系数 b 的值；再根据条件“一次项系数的 2 倍与常数项的和等于两根差的平方”，结合两根之差与和积的关系，列出方程求解 c 即可.

【详解】 解：设方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两根为 f_1 和 f_2

由根与系数的关系得：

$$f_1 + f_2 = -b, \quad f_1 f_2 = c$$

由题意得： $f_1 + f_2 = 8$

则 $-b = 8$ ，即 $b = -8$

由“一次项系数的 2 倍与常数项的和等于两根差的平方”得： $2b + c = (f_1 - f_2)^2$

代入 $b = -8$ 得，

$$2 \times (-8) + c = (f_1 - f_2)^2$$

整理得: $-16+c=(f_1-f_2)^2$

其中, $(f_1-f_2)^2=(f_1+f_2)^2-4f_1f_2=8^2-4c=64-4c$

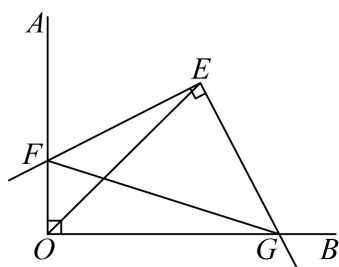
代入上式得: $-16+c=64-4c$

解得 $c=16$.

故答案为: 16.

18. 如图, 已知 $\angle AOB = \angle FEG = 90^\circ$, OE 平分 $\angle AOB$, 点 F 、 G 分别在直线 OA 、直线 OB 上运动, 那么在运动的过程中, 下列说法中正确的有_____ (请填写序号)

① $EF = EG$; ② FG 长度不变; ③ $OF + OG$ 的值不变; ④ 以 O 、 G 、 E 、 F 为顶点围成的四边形面积不变;

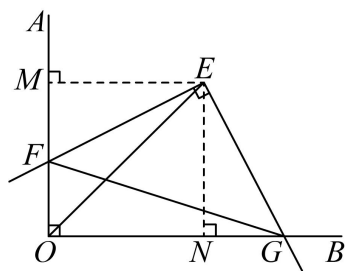


【答案】①③④

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理等知识, 过点 E 作 $EM \perp OA$ 于 M , $EN \perp OB$ 于 N , 根据角平分线的性质得出 $EM = EN$, 根据 ASA 证明 $\triangle EMF \cong \triangle ENG$, 得出 $EF = EG$, $MF = NG$, 即可判断①; 根据 AAS 证明 $\triangle EMO \cong \triangle ENO$, 得出 $OM = ON$, 即可判断③; 根据全等三角形的性质得出 $S_{\triangle EMF} = S_{\triangle ENG}$, $S_{\triangle EMO} = S_{\triangle ENO}$, 即可判断④; 根据勾股定理即可判断②.

【详解】解: 过点 E 作 $EM \perp OA$ 于 M , $EN \perp OB$ 于 N ,



$\therefore OE$ 平分 $\angle AOB$,

$\therefore EM = EN$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$, $EM \perp OA$, $EN \perp OB$,

$\therefore \angle MEN = 90^\circ$,

又 $\angle FEG = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MEN = \angle FEG,$$

$$\therefore \angle MEF = \angle NEG,$$

$$\text{又 } \angle EMF = \angle ENG = 90^\circ, \quad EM = EN,$$

$$\therefore \triangle EMF \cong \triangle ENG,$$

$$\therefore EF = EG, \quad MF = NG, \quad \text{故①正确;}$$

$$\because OE \text{ 平分 } \angle AOB,$$

$$\therefore \angle EOM = \angle EON,$$

$$\text{又 } \angle EMO = \angle ENO = 90^\circ, \quad OE = OE,$$

$$\therefore \triangle EMO \cong \triangle ENO,$$

$$\therefore OM = ON,$$

$$\text{又 } MF = NG,$$

$$\therefore OF + OG = OM - MF + ON + NG = 2ON,$$

$$\therefore OF + OG \text{ 的值不变, 故③正确;}$$

$$\because \triangle EMF \cong \triangle ENG, \quad \triangle EMO \cong \triangle ENO,$$

$$\therefore S_{\triangle EMF} = S_{\triangle ENG}, \quad S_{\triangle EMO} = S_{\triangle ENO},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} OFGE} = S_{\triangle OEF} + S_{\triangle OEG} = S_{\triangle OME} - S_{\triangle MEF} + S_{\triangle OEN} + S_{\triangle GEN} = 2S_{\triangle OME},$$

$$\therefore \text{以 } E、F、O、G \text{ 为顶点围成的四边形的面积不变, 故④正确;}$$

$$\text{根据勾股定理, 得 } FG = \sqrt{OF^2 + OG^2}$$

$$= \sqrt{(OM - MF)^2 + (ON + NG)^2}$$

$$= \sqrt{(OM - MF)^2 + (OM + MF)^2}$$

$$= \sqrt{2OM^2 + 2MF^2},$$

$$\therefore MF = |OM - OF|,$$

$$\therefore \text{随点 } F \text{ 的变化 } MF \text{ 不断变化,}$$

$$\therefore \text{随点 } F \text{ 的变化 } \sqrt{OM^2 + MF^2} \text{ 不断变化, 即 } FG \text{ 不断变化,}$$

$$\therefore FG \text{ 长度改变, 故②错误.}$$

$$\text{故答案为: ①③④.}$$

三、计算题 (本大题共 5 题, 每小题 5 分, 满分 25 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - \frac{2}{2-\sqrt{3}}$.

【答案】 -4

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算、分母有理化. 根据二次根式的混合运算法则进行计算即可得出答案.

【详解】 解: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{12}}{2} + \sqrt{\frac{18}{6}} - \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2(2+\sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3}$$

$$= -4.$$

20. 计算: $|1-\sqrt{2}| - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(-\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简, 二次根式的运算, 先去绝对值, 再化简二次根式, 然后根据二次根式的加减法法则计算.

【详解】 解: 原式 $= \sqrt{2} - 1 - (2 - \sqrt{3}) - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$$= \sqrt{2} - 1 - 2 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$= -3.$$

21. 解方程: $(x-2)(x+1) = 4$.

【答案】

$$x_1 = 3, x_2 = -2$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了配方法解一元二次方程, 先整理, 再配方, 然后开方可得解.

【详解】解：整理，得 $x^2 - x = 6$ ，

配方，得 $x^2 - x + (\frac{1}{2})^2 = 6 + \frac{1}{4}$ ，

即 $(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$ ，

则 $x - \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2}$ ，

$\therefore x = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}$ ，

$\therefore x_1 = 3, x_2 = -2$.

22. 解方程： $(x-2)^2 - 2(x-2) - 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了配方法解一元二次方程，
先整理，再配方，然后开方求出解即可.

【详解】解：整理，得 $x^2 - 6x = -5$ ，

配方，得 $(x-3)^2 = 4$ ，

开方，得 $x-3 = \pm 2$ ，

$\therefore x_1 = 5, x_2 = 1$.

23. 解方程： $\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程，掌握基本步骤是解题的关键；方程两边同乘 $x(x-1)$ ，化为整式方程，再解整式方程，最后检验即可.

【详解】解：方程两边同乘 $x(x-1)$ ，得 $4(x-1) - x = x(x-1)$ ，

整理得： $x^2 - 4x + 4 = 0$ ，

即 $(x-2)^2 = 0$ ，

$\therefore x_1 = x_2 = 2$ ，

经检验 $x = 2$ 是原方程的根，

$$\therefore x = 2.$$

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 24 题 8 分, 25 题 6 分, 26 题 9 分, 27 题 10 分, 满分 33 分)

24. 已知, 在等腰三角形 ABC 中, $BC = 6$. AB 、 AC 的长是关于 x 的方程 $x^2 - 10x + m = 0$ 的两个整数根, 请求出 ABC 的周长.

【答案】

16

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系, 等腰三角形的性质, 先根据一元二次方程根与系数的关系得 $AB + AC = 10$, 再分两种情况讨论得出答案.

【详解】 解: $\because AB, AC$ 的长是关于 x 的方程 $x^2 - 10x + m = 0$,

$$\therefore AB + AC = 10.$$

当 $AB = BC = 6$ 时, $AC = 4$,

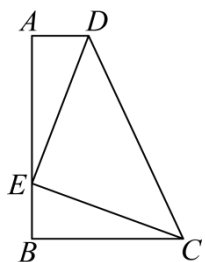
$$\therefore ABC \text{ 的周长为 } 6 + 6 + 4 = 16;$$

当 $AB = AC$ 时, $AB = AC = 5$,

$$\therefore ABC \text{ 的周长为 } 6 + 5 + 5 = 16.$$

所以这个三角形的周长为 16.

25. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, E 是 AB 上的一点, $\angle EDC = \angle ECD$, $AE = BC$, 请判断 $\triangle DEC$ 的形状, 并证明.



【答案】 $\triangle DEC$ 为等腰直角三角形; 证明见解析

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 以及平行线的性质, 掌握全等三角形的判定和性质是关键. 根据 $\angle EDC = \angle ECD$, 得 $DE = CE$, 利用 “HL” 可证明 $\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BEC$, 得到 $\angle ADE = \angle BEC$, 从而得出 $\angle AED + \angle BEC = 90^\circ$, 则 $\angle DEC = 90^\circ$.

【详解】 $\triangle DEC$ 为等腰直角三角形;

证明: $\because \angle EDC = \angle ECD$,

$$\begin{aligned} \therefore DE &= CE, \\ \because AD &\parallel BC, \angle A = 90^\circ, \\ \therefore \angle DB &= 90^\circ, \end{aligned}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中,

$$\begin{cases} AE = BC \\ DE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BEC (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BEC,$$

$$\because \angle ADE + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DEC \text{ 为等腰直角三角形.}$$

26. 学校文创社设计了一款特色笔记本，作为校园文化节的纪念品．最初以每本 20 元的成本价生产了一批．在试销阶段，第一个月定价为每本 25 元，售出 120 本，随后两个月对价格进行了上调，两次价格上调的百分率相同，最终第三个月定价为每本 36 元，此时每月售出 100 本．

- (1) 这款笔记本每次（每月）的价格增长率为_____；
- (2) 文创社为了在第四个月扩大影响、清空库存，决定进行促销．学生通过市场调查发现：在第三个月销量的基础上，售价每降低 1 元，每月可多售出 10 本，请问：当降价多少时，可以使第四个月的利润达到 1530 元．
- (3) 文创社现有两种销售方案：

方案 A	方案 B
按第（2）问中求出的售价进行销售．	在售价不低于成本的前提下，采取“每卖出一本就向校园公益基金捐赠 2 元”的方式销售，这一方式可以使每月销量在第（2）问的促销模型基础上再增加 20 本．

如果你是文创社社长，你会选择哪种方案？请从利润、清仓速度、社会效益等角度比较方案 A 和方案 B，综合说明理由．

【答案】 (1) 20%

(2) 7 (3) B

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用与二次函数的应用，理解题意，列出方程或函数关系式是解题的关键.

(1) 设每次价格增长率为 r ，根据价格增长模型，从 25 元增长到 36 元经过两次相同增长率，列一元二次方程求解；

(2) 设降价 x 元，根据利润公式列一元二次方程求解；

(3) 计算方案 A 的利润和销量；方案 B 中设售价降低 x 元，计算最大利润，并比较利润、清仓速度和社会效益.

【小问 1 详解】

解： 设每次价格增长率为 r ，

由题意得： $25(1+r)^2 = 36$ ，

$$(1+r)^2 = \frac{36}{25},$$

$$1+r = \pm \frac{6}{5},$$

$$r_1 = \frac{1}{5} = 20\%, \quad r_2 = -\frac{11}{5} \text{ (舍去)},$$

答： 增长率为 20%；

故答案为： 20% .

【小问 2 详解】

解： 设降价 x 元，则售价为 $(36-x)$ 元，销量为 $(100+10x)$ 本，

每本的利润为 $(36-x)-20 = (16-x)$ 元，

由题意得： $(16-x)(100+10x) = 1530$ ，

整理得： $x^2 - 6x - 7 = 0$ ，

解得： $x = 7$ 或 $x = -1$ (舍去)，

答： 应降价 7 元，才能使第四个月的利润达到 1530 元；

【小问 3 详解】

解： 方案 A 售价 $36-7 = 29$ (元)，销量 170 本，利润 $(29-20) \times 170 = 1530$ (元)，

方案 B 设售价降低 x 元 ($x \leq 16$)，售价 $(36-x)$ 元，销量 $(120+10x)$ 本，每本利润 $36-x-20-2 = (14-x)$

元，总利润 $(14-x)(120+10x)$ ，

设利润为 w 元，则 $w = -10x^2 + 20x + 1680$ ，

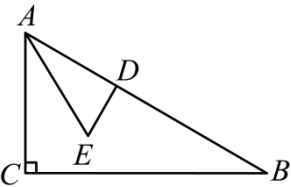
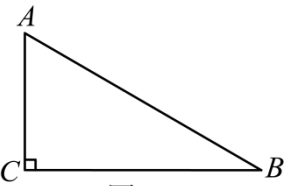
配方得： $w = -10(x-1)^2 + 1690$ ，

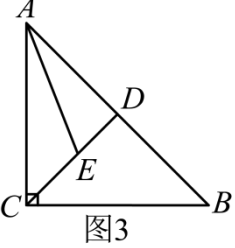
当 $x = 1$ 时利润最大为 1690 元，此时售价 35 元，销量 130 本，

方案 B 最大利润 1690 元 > 1530 元，且捐赠 $2 \times 130 = 260$ （元）有社会效益，

方案 A 清仓速度较快（销量 170 本 > 130 本），但方案 B 利润更高且有益社会，综合选择方案 B.

27. 综合实践题

背景	【直角三角形中角平分线与垂直平分线的探究与发现】 金山实验中学即将举办“校园数学节”，向向和阳阳两位同学对几何学习非常感兴趣，在学习了八年级上册的直角三角形和角平分线后，他们俩一起对直角三角形背景下的角平分线与垂直平分线进行了一番探究，有了一些有意思的发现.	
素材	如图 1， ABC 是直角三角形， $\angle C = 90^\circ$. 操作：向向和阳阳画出 $\angle CAB$ 的角平分线 AE 与 AB 的垂直平分线 DE、 AE 与 DE 交于点 E. 发现：当 AC 长度不变， BC 长度变化时，点 E 的位置也会随之变化. 当点 E 位于某个特殊位置时， $\angle B$ 的度数、一些线段之间的长度关系会存在一定的特殊性.	 图1
问题解决		
任务 1	在如图 2 所示的直角三角形中，向向发现：点 E 正好落在边 BC 上. (1) 请利用尺规作图帮助向向找出点 E 的位置. (保留作图痕迹，不要求写作法)	 图2
任务 2	(2) 点 E 在图 2 的位置时，阳阳发现： ① $\angle B =$ _____； ② $BE = 2CE$，请证明这一发现.	

任务 3	(3) 继续探索发现, 如图 3 所示, C 、 E 、 D 三点共线, 此时向向和阳阳又有了新的发现: ① $\angle B =$ _____; ②若已知 $AD = a$, $BC = b$, 则能用含字母 a 、 b 的式子表示线段 DE 的长度, $DE =$ _____.	 图3
---------	--	--

【答案】(1) 作图见解析; (2) ① 30° ; ②证明见解析; (3) ① 45° ; ② $DE = \frac{a^2}{a+b}$

【解析】

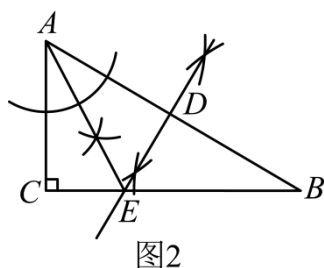
【分析】(1) 根据题意作 $\angle CAB$ 的角平分线 AE , 作 AB 的垂直平分线 DE , AE 与 DE 相交于 E , 点 E 正好落在边 BC 上,

(2) ①根据角平分线的定义设 $\angle BAE = \angle CAE = \alpha$, 根据垂直平分线的性质可得 $AE = BE$, 则 $\angle B = \angle BAE = \alpha$, 根据直角三角形中两个锐角互余得出 $\alpha + 2\alpha = 90^\circ$, 解方程, 即可求解;

②根据含 30° 角的直角三角形的性质得出 $AE = 2CE$, 进而结合 $AE = BE$, 等量代换, 即可得证;

(3) 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F , 根据角平分线的性质设 $DE = EF = x$, 进而根据等面积法列出方程, 解方程, 即可求解.

【详解】(1) 解: 作 $\angle CAB$ 的角平分线 AE , 作 AB 的垂直平分线 DE , AE 与 DE 相交于 E , 点 E 正好落在边 BC 上, 如图 2 所示:



(2) ①解: $\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore$ 设 $\angle BAE = \angle CAE = \alpha$,

$\therefore \angle BAC = 2\alpha$,

$\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AE = BE$,

$\therefore \angle B = \angle BAE = \alpha$,

在 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \alpha + 2\alpha = 90^\circ,$$

$$\text{解得: } \alpha = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \alpha = 30^\circ,$$

故答案为: 30° ;

②证明: 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle CAE = \alpha = 30^\circ$,

$$\therefore AE = 2CE,$$

$$\because AE = BE,$$

$$\therefore BE = 2CE;$$

(3) ①解: $\because AB$ 的垂直平分线为 DE , C 、 E 、 D 三点共线,

$$\therefore BC = AC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形

$$\therefore \angle B = \angle DAC = 45^\circ,$$

故答案为: 45° ;

②解: 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F , 如图 3 所示:

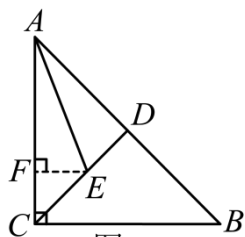


图3

$\because AE$ 平分 $\angle CAB$, $ED \perp AB$, $EF \perp AC$,

$$\therefore DE = EF,$$

设 $DE = EF = x$,

$\because \angle DAC = 45^\circ$, $CD \perp AB$,

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CD = AD = a,$$

$$\because S_{\triangle AEC} + S_{\triangle AED} = S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot EF + \frac{1}{2} AD \cdot DE = \frac{1}{2} AD \cdot CD,$$

$$\therefore AC \cdot EF + AD \cdot DE = AD \cdot CD,$$

$$\therefore bx + ax = a^2,$$

$$\therefore x = \frac{a^2}{a+b},$$

$$\therefore DE = \frac{a^2}{a+b}.$$

【点睛】 本题考查了作角平分线与垂直平分线，角平分线的性质，垂直平分线的性质，含 30 度角的直角三角形的性质，等腰三角形的性质与判定，熟练掌握以上知识是解题的关键.