

闵行三中 2025 学年第一学期八年级数学阶段练习 (12 月)

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每小题 3 分, 共 6 题, 满分 18 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{a^2+b^2}$

D. $\sqrt{a^2b}$

【答案】C

【解析】

【分析】最简根式应满足的条件: ①被开方数的因数是整数, 因式是整式; ②被开方数的因式的指数必须小于根指数.

【详解】解: A、不符合上述条件②, 即 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 故不是最简二次根式;

B、不符合上述条件①, 即 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故不是最简二次根式;

C、符合上述条件, 故是最简二次根式;

D、不符合上述条件②, 即 $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, 故不是最简二次根式.

故选 C.

【点睛】此题考查了最简二次根式, 熟练掌握最简二次根式的定义是解题关键.

2. 在下列四组数中, 是勾股数的是 ()

A. 2, 1, $\sqrt{5}$

B. 6, 8, 12

C. 7, 40, 41

D. 5, 12, 13

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了勾股数的定义, 熟练掌握定义是解题的关键. 根据勾股数是三个正整数, 且满足两较小数的平方和等于最大数的平方, 据此逐项判断即可.

【详解】解: A、含 $\sqrt{5}$, 不是正整数, 不符合定义, 故该选项错误;

B、 $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, $12^2 = 144$, $100 \neq 144$, 不符合定义, 故该选项错误;

C、 $7^2 + 40^2 = 49 + 1600 = 1649$, $41^2 = 1681$, $1649 \neq 1681$, 不符合定义, 故该选项错误;

D、 $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, $13^2 = 169$, 相等且均为正整数, 符合定义, 故该选项正确;

故选: D.

3. 若一个三角形三个内角度数之比为 $1:1:2$ ，则此三角形的三条边之比为（ ）

A. $1:1:2$

B. $1:1:\sqrt{2}$

C. $1:2:3$

D. $1:\sqrt{3}:2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查三角形的内角和定理，等腰直角三角形的判定和性质，先根据度数比推出三角形为等腰直角三角形，再根据勾股定理求出三角形的三边比，进行判断即可.

【详解】解： $\because$ 三角形三个内角度数之比为 $1:1:2$ ，

$$\therefore \text{三个内角的度数分别为 } 180^\circ \times \frac{1}{1+1+2} = 45^\circ, 180^\circ \times \frac{1}{1+1+2} = 45^\circ, 180^\circ \times \frac{2}{1+1+2} = 90^\circ,$$

$\therefore$ 三角形为等腰直角三角形，

设两条直角边的长为 x ，则斜边长为 $\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$ ，

$\therefore$ 三角形的三条边之比为 $1:1:\sqrt{2}$ ；

故选 B.

4. 某果园今年栽种果树 300 棵，现计划扩大种植面积，使今后两年的栽种量都比前一年增长一个相同的百分数，这样三年（包括今年）的总栽种量为 2100 棵. 若这个百分数为 x ，则由题意可列方程为（ ）

A. $300(1+x)^2=2100$

B. $300+300(1+x)^2=2100$

C. $300(1+x)+300(1+x)^2=2100$

D. $300+300(1+x)+300(1+x)^2=2100$

【答案】D

【解析】

【分析】首先表示出各年栽种果树棵数，进而得出方程即可.

【详解】解：设这个百分数为 x ，根据题意得出：

$$300+300(1+x)+300(1+x)^2=2100,$$

故选：D.

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的应用，分别表示出各年的栽种数量是解题关键.

5. 下列命题中真命题的是（ ）

A. 如果两个直角三角形的两条边对应相等，那么这两个直角三角形全等；

B. 如果两个直角三角形的一条边和一个锐角对应相等，那么这两个直角三角形全等；

C. 如果两个直角三角形的两个角对应相等，那么这两个直角三角形全等；

D. 如果两个直角三角形的一条直角边和斜边对应相等，那么这两个直角三角形全等.

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定，命题真假的判断，解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法，ASA，AAS，SSS，SAS，HL．根据三角形全等的判定方法，逐项进行判断即可．

【详解】解：A．两个直角三角形中两条边对应相等，可能是一个直角三角形的一条直角边与另外一个三角形的斜边相等，因此两条边对应相等的两个直角三角形不一定全等，故A是假命题，不符合题意；

B．两个直角三角形中可能是一个直角三角形的一条直角边与另外一个三角形的斜边相等，因此一条边和一个锐角对应相等的两个直角三角形不一定全等，故B是假命题，不符合题意；

C．两个角对应相等，只有角相等，没有边，不一定全等，故C是假命题，不符合题意；

D．两个直角三角形的一条直角边和斜边对应相等，符合HL全等条件，因此这两个直角三角形全等，故D为真命题，符合题意．

故选：D．

6. 下列命题中，正确命题的个数有（ ）

①点P是 $\angle AOB$ 的平分线上一点，点M、N分别在边OA、OB上，则 $PM = PN$ ；

②在 $\triangle ABC$ 中，CD是边AB的中线，且 $CD = \frac{1}{2}AB$ ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形；

③在 $\triangle ABC$ 中，若CD是边AB的中线，则 $CD = \frac{1}{2}AB$ ；

④已知点C是线段AB上的一点，点D是线段AB外的一点，且 $DA = DB$ ，则直线CD是线段AB的垂直平分线．

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

【答案】B

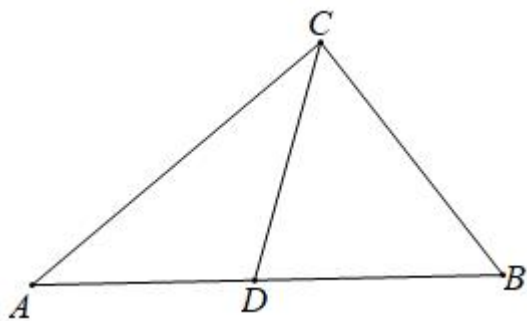
【解析】

【分析】本题考查判断命题的真假，根据角平分线的性质，等边对等角，斜边上的中线，中垂线的定义，逐一进行判断即可．

【详解】解：①当 $PM \perp OA, PN \perp OB$ 时， $PM = PN$ ，原命题是假命题，不符合题意；

②在 $\triangle ABC$ 中，CD是边AB的中线，且 $CD = \frac{1}{2}AB$ ，

则： $CD = AD = BD$ ，



$$\therefore \angle BAC = \angle DCA, \angle ABC = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle DCA + \angle ABC + \angle DCB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形；原命题为真命题，符合题意；

③在 $\triangle ABC$ 中，当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时，若 CD 是边 AB 的中线，则 $CD = \frac{1}{2}AB$ ；原命题为假命题，不符合题意；

④已知点 C 是线段 AB 上的一点，点 D 是线段 AB 外的一点，且 $DA = DB$ ， $CD \perp AB$ ，则直线 CD 是线段 AB 的垂直平分线；原命题为假命题，不符合题意；

故选 B.

二、填空题（每小题 2 分，共 12 题，满分 24 分）

7. 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义的条件是_____.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】 此题考查二次根式有意义的条件. 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【详解】 解：由题意得， $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$;

故答案为： $x \geq 1$.

8. 分母有理化： $\frac{1}{\sqrt{5}+2} =$ _____.

【答案】 $\sqrt{5}-2$

【解析】

【分析】 本题考查分母有理化，涉及平方差公式、二次根式性质等知识，熟记分母有理化的方法步骤是解

决问题的关键.

通过分母有理化, 将分子和分母同时乘以 $\sqrt{5}-2$, 利用平方差公式化简即可得到答案.

【详解】解: $\frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{1 \times (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \sqrt{5}-2,$

故答案为: $\sqrt{5}-2$.

9. 方程 $3x=5x^2$ 的解是_____.

【答案】 $x_1=0$ 或 $x_2=\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的解法, 能选择适当的方法解方程是解此题的关键; 移项, 然后运用因式分解方法解方程即可.

【详解】解: $3x=5x^2$

$$5x^2-3x=0,$$

$$x(5x-3)=0,$$

$$x=0 \text{ 或 } 5x-3=0,$$

$$\text{解得: } x_1=0, \quad x_2=\frac{3}{5},$$

$$\text{故答案为: } x_1=0 \text{ 或 } x_2=\frac{3}{5}$$

10. 在实数范围内分解因式: $x^2-2x-1=$ _____.

【答案】 $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【解析】

【分析】 根据完全平方式进行配方, 再运用平方差公式在实数范围内因式分解.

【详解】 $x^2-2x-1 = x^2-2x+1-2 = (x-1)^2-2 = (x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

$$\text{故答案为: } (x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$$

【点睛】 考核知识点: 在实数范围内分解因式, 运用配方法和平方差公式进行因式分解是关键.

11. 在 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A:\angle B=1:4$, 则 $\angle B$ 的度数为_____.

【答案】 72° 度

【解析】

【分析】 本题考查直角三角形两锐角互余. 在直角三角形中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, 则 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互余, 再根据角度比例关系求解.

【详解】 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A : \angle B = 1 : 4,$$

$$\therefore \angle B = 4\angle A,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 5\angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 72^\circ;$$

故答案为: 72° .

12. 已知直角三角形的两直角边的长分别为 5 和 12, 则斜边中线长为_____.

【答案】 6.5

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理, 直角三角形斜边中线的性质.

根据勾股定理求得斜边的长, 再利用直角三角形斜边中线的性质求解即可.

【详解】 解: $\because$ 直角三角形的两直角边长分别为 5 和 12,

$$\therefore \text{斜边长是 } \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore \text{斜边中线长为 } 6.5,$$

故答案为: 6.5.

13. 一次同学聚会, 每个同学都给其他同学送一张贺卡, 共互赠 132 张贺卡, 则参加聚会的同学共有_____人.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用, 找到相应的等量关系是解决问题的关键, 注意除了不给自己送贺卡外, 其余同学都需送出. 根据共送出贺卡数 = 共有人数 $\times$ 每人需送出的贺卡数, 列出方程, 求出方程的解即可, 注意 n 取正整数.

【详解】 解: 设参加聚会的同学有 n 人.

依题意得: $n(n-1) = 132$,

$$n^2 - n - 132 = 0,$$

$$(n-12)(n+11)=0,$$

解得: $n_1 = 12$, $n_2 = -11$ (舍) .

答: 参加聚会的同学有12人.

故答案为: 12.

14. 《九章算术》中记录着这样一个问题: 今有垂直于地面的木柱, 在木柱的上端系有绳索从木柱上端顺木下垂后, 堆在地面上的部分尚有3尺 (绳索比木柱长3尺), 牵绳索退行, 在离木柱根部8尺处时绳索用尽, 问绳索的长是_____尺.

【答案】 $\frac{73}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理的应用, 理解题意是解题的关键. 设木柱高为 h 尺, 则绳索长为 $(h+3)$ 尺, 根据勾股定理列出方程解答即可.

【详解】 解: 设木柱高为 h 尺, 则绳索长为 $(h+3)$ 尺,

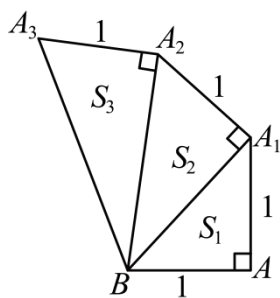
由勾股定理得, $h^2 + 8^2 = (h+3)^2$,

解得 $h = \frac{55}{6}$,

$\therefore$ 绳索长为 $h+3 = \frac{55}{6} + 3 = \frac{55}{6} + \frac{18}{6} = \frac{73}{6}$ 尺,

故答案为: $\frac{73}{6}$.

15. 如图, 分别以点 A 、 A_1 、 A_2 、 $A_3 \dots$ 为直角顶点构造 $\text{Rt}\triangle BAA_1$ 、 $\text{Rt}\triangle BA_1A_2 \dots$, 如果 $BA = AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = 1$, $\text{Rt}\triangle BAA_1$ 、 $\text{Rt}\triangle BA_1A_2$ 的面积分别用 S_1 、 S_2 、 S_3 、 $\dots$ 表示那么 $S_5 =$ _____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】本题考查勾股定理，图形类规律探究，根据勾股定理求出 A_1B, A_2B, A_3B 的长，进而求出 S_1, S_2, S_3 ，得到规律，进而求出 S_5 即可。

【详解】解：由题意和勾股定理，得： $A_1B = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $A_2B = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$ ，

$A_3B = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4}$ ，

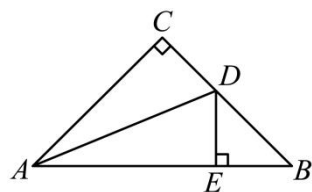
$\therefore S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot AA_1 = \frac{1}{2}, S_2 = \frac{1}{2} A_1B \cdot A_1A_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, S_3 = \frac{1}{2} A_2B \cdot A_2A_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

依此类推可得： $S_n = \frac{\sqrt{n}}{2}$ ，

$\therefore S_5 = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ；

故答案为： $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 。

16. 已知，如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, AC = BC$ ，点 D 在边 BC 上， $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，且 $DE = DC$ ， $BE = 1$ ，则 $AB =$ _____。



【答案】 $2 + \sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，勾股定理，二次根式的运算，先证明 $\triangle ACD \cong \triangle AED$ ，得到 $AE = AC$ ，勾股定理得到 $AB = \sqrt{2}AC$ ，根据 $AB = AE + BE$ ，求出 AC 的长，进而求出 AB 的长即可。

【详解】解： $\because DE \perp AB$ ，

$\therefore \angle AED = 90^\circ = \angle C$ ，

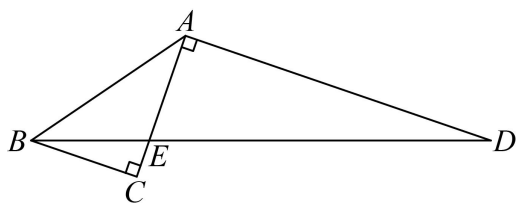
又 $\because DE = DC$ ， $AD = AD$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (\text{HL})$ ，

$$\begin{aligned}
&\therefore AE = AC, \\
&\because \angle C = 90^\circ, AC = BC, \\
&\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2}AC, \\
&\because AB = AE + BE = AE + 1 = AC + 1, \\
&\therefore \sqrt{2}AC = AC + 1, \\
&\therefore AC = \sqrt{2} + 1, \\
&\therefore AB = \sqrt{2}AC = 2 + \sqrt{2};
\end{aligned}$$

故答案为: $2 + \sqrt{2}$.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, $AD \parallel BC$, $\angle ABE = 2\angle CBE$, 那么 $ED =$ _____.



【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查等角对等边, 勾股定理, 斜边上的中线, 取 DE 的中点 F , 连接 AF , 根据平行线的性质, 得到 $\angle D = \angle CBE$, $\angle DAE = \angle ACB = 90^\circ$, 根据斜边上的中线得到 $AF = \frac{1}{2}DE = DF$, 等边对等角, 结合三角形的外角得到 $\angle AFB = 2\angle D$, 进而得到 $\angle ABF = \angle AFB$, 得到 $AB = AF$, 即可得出结果.

【详解】 解: 取 DE 的中点 F , 连接 AF ,

$$\because \angle ACB = 90^\circ, BC = 3, AC = 4,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle D = \angle CBE, \angle DAE = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AF = \frac{1}{2}DE = DF,$$

$$\therefore \angle D = \angle FAD,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle D + \angle FAD = 2\angle D,$$

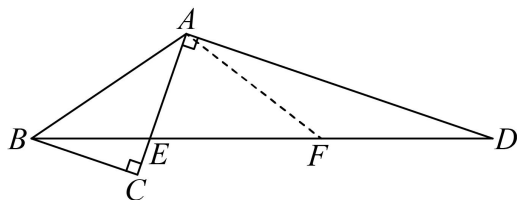
$$\therefore \angle ABE = 2\angle CBE = 2\angle D,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB,$$

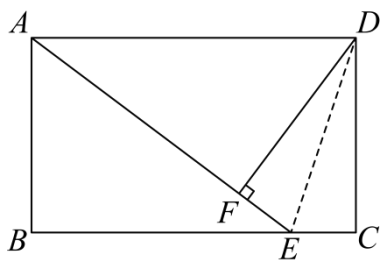
$$\therefore AB = AF = 5,$$

$$\therefore DE = 2AF = 10;$$

故答案为：10.



18. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $BC=5$ ， $AB=3$ ，点 E 在边 BC 上，将 $\triangle DCE$ 沿着 DE 翻折后，点 C 落在线段 AE 上的点 F 处，那么 CE 的长度是_____.



【答案】1

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的全等和勾股定理的应用，熟练掌握全等三角形的判定方法和勾股定理成为解题的关键.

由翻折易得 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$ ，则 $DF = DC$ ， $\angle DFE = \angle C = 90^\circ$ ，再由 $AD \parallel BC$ 得 $\angle DAF = \angle AEB$ ，根据 AAS 证出 $\triangle ABE \cong \triangle DFA$ 可得 $AE = AD = BC = 5$ ， $DF = CD = AB = 3$ ，在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中，由勾股定理可得 $AF = 4$ ，然后由线段的和差即可解答.

【详解】解：由矩形 $ABCD$ ，得 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $CD = AB$ ， $AD = BC$ ， $AD \parallel BC$.

由 $\triangle DEC$ 沿线段 DE 翻折，点 C 恰好落在线段 AE 上的点 F 处，得 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$ ，

$$\therefore DF = DC, \angle DFE = \angle C = 90^\circ, EF = CE,$$

$$\therefore DF = AB, \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle B,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle AEB,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA (AAS).$$

$$\therefore AE = AD = BC = 5, DF = CD = AB = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 由勾股定理可得 $AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, 则 $EF = AE - AF = 5 - 4 = 1$,

$$\therefore CE = EF = 1.$$

故答案为: 1.

三、简答题 (每小题 6 分, 共 5 题, 满分 30 分)

19. 解方程: $(2x-5)^2 = x^2$

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = \frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程, 熟练掌握解一元二次方程的一般方法, 是解题的关键. 先移项, 然后用因式分解法, 解一元二次方程即可.

【详解】 解: $(2x-5)^2 = x^2$,

移项得: $(2x-5)^2 - x^2 = 0$,

因式分解得: $(3x-5)(x-5) = 0$,

$\therefore x-5=0$ 或 $3x-5=0$,

解得: $x_1 = 5, x_2 = \frac{5}{3}$.

20. 解方程: $2(x-1)^2 + 3(1-x) = 0$

【答案】 $x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2}$.

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程. 利用因式分解法求解.

【详解】 解: $2(x-1)^2 + 3(1-x) = 0$,

因式分解得 $(x-1)[2(x-1)-3] = 0$,

$\therefore x-1=0$ 或 $2x-5=0$,

$\therefore x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2}$.

21. 解方程: $\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的一般步骤，是解题的关键。先去分母变分式方程为整式方程，然后解整式方程，最后对方程的解进行检验即可。

【详解】 解： $\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$,

去分母得： $4(x-1) - x = x(x-1)$,

整理得： $x^2 - 4x + 4 = 0$,

分解因式得： $(x-2)^2 = 0$,

开平方得： $x-2 = 0$,

解得： $x = 2$,

检验：把 $x = 2$ 代入 $x(x-1)$ 得： $x(x-1) = 2 \times (2-1) = 2 \neq 0$,

$\therefore x = 2$ 是原方程的解。

22. 解方程： $\frac{1}{x-1} = \frac{4}{x^2+2x-3} + 1$

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，解一元二次方程。

去分母后化为整式方程，根据因式分解法求解，并检验解是否满足原方程。

【详解】 解： $\frac{1}{x-1} = \frac{4}{x^2+2x-3} + 1$,

$$\frac{1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)} + 1,$$

两边同时乘以 $(x+3)(x-1)$ ： $x+3 = 4 + (x+3)(x-1)$,

$$x+3 = x^2 + 2x + 1,$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x+2)(x-1) = 0,$$

$$x+2 = 0 \text{ 或 } x-1 = 0,$$

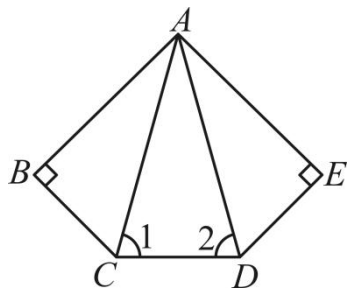
解得： $x_1 = -2, x_2 = 1$,

检验：当 $x = -2$ 时， $(x+3)(x-1) = -3 \neq 0$ ；

当 $x=1$ 时, $(x+3)(x-1)=0$, 不是原方程的解;

故方程的解为 $x=-2$.

23. 已知: 如图, $AB \perp BC, AE \perp ED$, 垂足分别为点 B, E , $AB = AE$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $BC = DE$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质, 等角对等边, 根据等角对等边, 得到 $AC = AD$, 利用 HL 证明 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, 即可得证.

【详解】解: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore AC = AD$,

$\because AB \perp BC, AE \perp ED$,

$\therefore \angle B = \angle E = 90^\circ$,

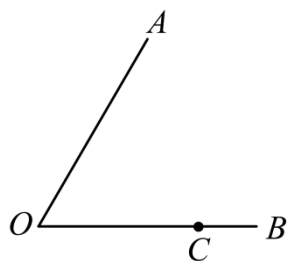
又 $\because AB = AE$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ (HL),

$\therefore BC = DE$.

三、解答题 (6+6+8+8=28 分)

24. 如图, $\angle AOB = 60^\circ$, 点 C 在 OB 上.



(1) 求作: $\angle AOB$ 内部一点 P , 使点 P 到 $\angle AOB$ 的两边 OA, OB 的距离相等, 且 $PO = PC$; (不要求写出作法和证明, 但要求保留作图痕迹, 并写出结论)

(2) 若上题中的点 P 到 OA 的距离是 4cm, 则 PC 的长是 _____ cm.

【答案】(1) 见解析 (2) 8

【解析】

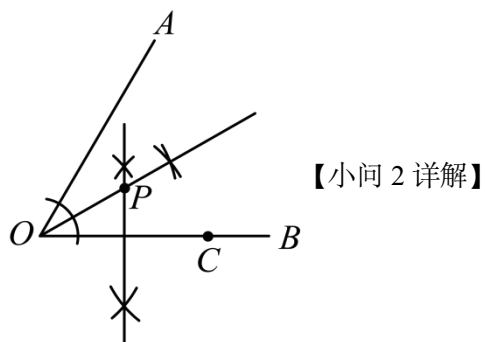
【分析】本题考查角平分线的性质及作法、线段垂直平分线的性质及作法、含 30° 角的直角三角形的性质：

(1) 作 $\angle AOB$ 的角平分线，线段 OC 的垂直平分线，两者的交点即为点 P ；

(2) 如图，根据角平分线的性质可得 $PE = 4\text{cm}$ ，再根据含 30° 角的直角三角形的性质得出 $PO = 2PE = 8\text{cm}$ ，即可得出 $PC = PO = 8\text{cm}$ 。

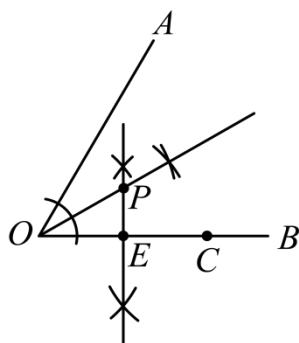
【小问 1 详解】

解：如图，点 P 即为所求；



【小问 2 详解】

解：如图，线段 OC 的垂直平分线交 OC 于点 E ，



$\because$ 点 P 到 OA 的距离是 4cm ，

$\therefore PE = 4\text{cm}$ ，

$\because \angle AOB = 60^\circ$ ，由作图知 OP 是 $\angle AOB$ 的角平分线，

$\therefore \angle POE = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$ ，

又 $\because PE \perp OE$ ，

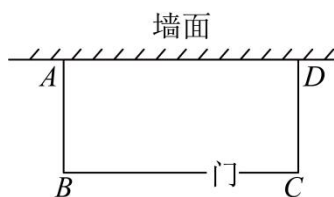
$\therefore PO = 2PE = 8\text{cm}$ ，

$\therefore PC = PO = 8\text{cm}$ ，

故答案为：8.

25. 某工程队在小区一边靠墙处（墙长 95 米），用 118 米长的栅栏围一个所占地面为长方形 $ABCD$ 的花坛，花坛只围三边，其中在 BC 边开一个宽为 2 米的小门。已知花坛面积为 1152 平方米，则花坛一边 AB 的长

多少米?



【答案】花坛一边 AB 的长为 48 米

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的实际应用，设 AB 的长为 x 米，得到 BC 的长为 $(118+2-2x)$ 米，根据长方形的面积公式，列出方程进行求解即可.

【详解】解：设 AB 的长为 x 米，则 BC 的长为 $(118+2-2x)$ 米，由题意，得：

$$x(118+2-2x)=1152,$$

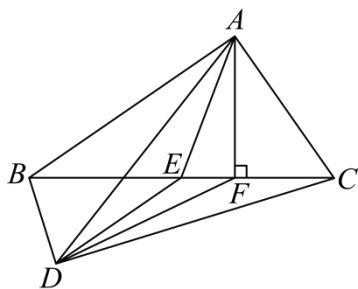
解得 $x=48$ 或 $x=12$ ；

当 $x=48$ 时， $118+2-2\times 48=24<95$ ，符合题意；

当 $x=12$ 时， $118+2-2\times 12=96>95$ ，不符合题意；

答：花坛一边 AB 的长为 48 米.

26. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 E 是边 BC 的中点，在图中作点 D ，使得 $ED\parallel AB$ ，且 $\angle CDB=90^\circ$ ，分别连接 AE, AD ，过点 A 作 $AF\perp BC$ ，垂足为点 F .



(1) 求证： AD 平分 $\angle BAE$ ；

(2) 求证： $\angle CAF=2\angle DAE$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查斜边上的中线，等腰三角形的判定和性质，平行线的性质，熟练掌握斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键：

(1) 根据斜边上的中线，得到 $AE=DE$ ，等边对等角得到 $\angle DAE=\angle ADE$ ，平行线的性质，得到 $\angle BAD=\angle ADE$ ，进而得到 $\angle BAD=\angle DAE$ ，即可得证；

(2) 根据等边对等角, 得到 $\angle C = \angle EAC$, 等角的余角相等, 得到 $\angle CAF = \angle BAE$, 即可得证.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle BAC = 90^\circ$, $\angle CDB = 90^\circ$, 点 E 是边 BC 的中点,

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle ADE,$$

$$\therefore ED \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DAE,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAE;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because \angle BAC = 90^\circ$, 点 E 是边 BC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}BC = CE, \angle CAE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle EAC,$$

$$\therefore AF \perp BC,$$

$$\therefore \angle C + \angle CAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle BAE;$$

由 (1) 知: AD 平分 $\angle BAE$,

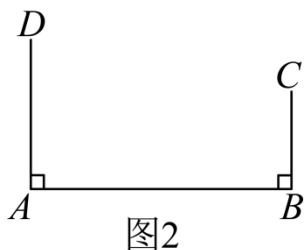
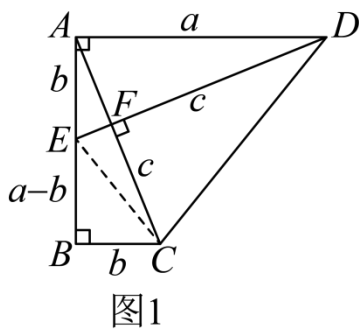
$$\therefore \angle CAF = \angle BAE = 2\angle DAE.$$

27. 背景介绍: 勾股定理是几何学中的明珠, 充满着魅力. 千百年来, 人们对它的证明门庭若市, 其中有著名的数学家, 也有业余数学爱好者, 向常春在 1994 年构造发现了一个新的证法.

小试牛刀: 把两个全等的直角三角形 ABC , $\triangle DAE$, 如图 1 放置, 其三边长分别为 $AB = a$ 、 $BC = b$ 、 $AC = c$. 显然, $\angle DAB = \angle B = 90^\circ$, $AC \perp DE$, 请用 a 、 b 、 c 分别表示出梯形 $ABCD$ 、四边形 $AECD$ 、 $\triangle EBC$ 的面积, 再探究这三个图形面积之间的关系, 可得到勾股定理,

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_{\triangle EBC} = \underline{\hspace{2cm}} \quad S_{\text{四边形}AECD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

则它们满足的关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 经化简, 可得到勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$



知识运用:

(1) 如图 2, 铁路上 A, B 两点 (看作直线上的两点) 相距 40 千米, C, D 为两个村庄 (看作两个点), $AD \perp AB$, $BC \perp AB$, 垂足分别为 A, B , $AD = 25$ 千米, $BC = 16$ 千米, 则两个村庄的距离为_____千米 (直接填空);

(2) 在 (1) 的背景下, 若 $AB = 40$ 千米, $AD = 24$ 千米, $BC = 16$ 千米, 要在 AB 上建造一个供应站 P , 使得 $PC = PD$, 求出 AP 的距离.

【答案】小试牛刀: $\frac{1}{2}a(a+b)$; $\frac{1}{2}b(a-b)$; $\frac{1}{2}c^2$; $\frac{1}{2}a(a+b) = \frac{1}{2}b(a-b) + \frac{1}{2}c^2$;

知识运用: (1) 41; (2) $AP = 16$ (千米);

【解析】

【分析】本题考查勾股定理的证明, 勾股定理, 中垂线的性质, 熟练掌握相关知识点是解题的关键:

小试牛刀: 根据三角形的面积和梯形的面积可以表示出相应部分面积;

知识运用: (1) 连接 CD , 过点 C 作 AD 的垂线, 根据垂直得到边长之间的关系, 再用勾股定理即可求得 CD .

(2) 作 CD 的垂直平分线, 交 AB 于点 P , 分别在 $\text{Rt}\triangle APD$ 和 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中用勾股定理表示出 CP 与 PD 联立方程求解即可.

【详解】解: 小试牛刀: 由图可知:

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}a(a+b),$$

$$S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}b(a-b),$$

$$S_{\text{四边形}AECD} = \frac{1}{2}c^2,$$

则它们满足的关系式为: $\frac{1}{2}a(a+b) = \frac{1}{2}b(a-b) + \frac{1}{2}c^2$.

知识运用:

(1) 如图 2①, 连接 CD , 作 $CE \perp AD$ 于点 E ,

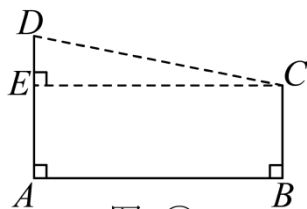


图2①

则: $AB = EC = 40$, $AE = BC = 16$,

$$\therefore ED = AD - AE = 25 - 16 = 9,$$

在 $\text{Rt}\triangle CED$ 中, 由勾股定理, 得 $DE^2 + CE^2 = CD^2$,

$$\therefore CD = \sqrt{DE^2 + CE^2} = 41 \text{ (千米)},$$

$\therefore$ 两个村庄相距 41 千米.

(2) 连接 CD , 作 CD 的垂直平分线交 AB 于点 P , 则 $PC = PD$,

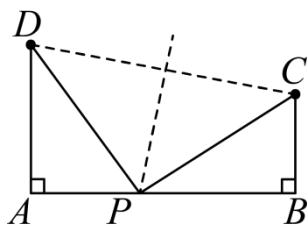


图2②

设 $AP = x$ 千米, 则 $BP = (40 - x)$ 千米,

在 $\text{Rt}\triangle ADP$ 中, $DP^2 = AP^2 + AD^2 = x^2 + 24^2$,

在 $\text{Rt}\triangle BPC$ 中, $CP^2 = BP^2 + BC^2 = (40 - x)^2 + 16^2$,

$$\therefore PC = PD,$$

$$\therefore x^2 + 24^2 = (40 - x)^2 + 16^2,$$

解得, $x = 16$,

即 $AP = 16$ 千米.